СПРАВОЧНИК ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ФИЗИКЕ

В. А. Лободюк
К. П. Рябошапка
О. И. Шулишова

- *Физические величины и их измерение*
- *Механика*
- *Колебания и волны. Звук*
- *Жидкости и газы*
- *Основы молекулярно-кинетической теории*
- *Теплота*
- *Электричество*
- *Оптика*
- *Основы специальной теории относительности*
- *Элементы атомной и ядерной физики*
- *Основы квантовой теории твердых тел*

В. А. ЛОБОДЮК,
К. П. РЯБОШАПКА,
О. И. ШУЛИШОВА

СПРАВОЧНИК ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ФИЗИКЕ

КИЕВ «НАУКОВА ДУМКА» 1978

УДК 53 (083)

В справочнике сформулированы основные физические законы и понятия. Изложены основные принципы механики, термодинамики, электродинамики, оптики, волновых процессов, атомной, ядерной, релятивистской физики и квантовой теории. Приведены сведения об основных достижениях современной физики. Кратко описаны приборы и установки, используемые в экспериментальной физике. Во все разделы включены задачи с решениями (повышенной трудности и конкурсные), а также задачи с ответами для самостоятельного решения.

Рассчитан на желающих углубить знания по физике, преподавателей средних школ и учащихся старших классов, а также на поступающих в вузы.

Редакция справочников

ЛОБОДЮК ВАЛЕНТИН АНДРЕЕВИЧ,
РЯБОШАПКА КАРЛ ПЕТРОВИЧ,
ШУЛИШОВА ОЛЬГА ИВАНОВНА

СПРАВОЧНИК ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ФИЗИКЕ

Редактор *А. Н. Кириллова*
Художественный редактор *В. М. Тепляков*
Оформление художника *В. Г. Самсонова*
Технический редактор *Б. М. Кричевская*
Корректоры *Р. С Коган, Л. М. Тищенко, С. Д. Коваль*

Сдано в набор 26.VI.1974 г. Подписано к печати 1.XII.1978 г. БФ 00383. Зак 8-507. Изд. № 349. Допечатка тиража 150 000. Бумага № 3, $84 \times 108^1/_{32}$. Усл. печ. листов 23,52. Учетно-изд. листов 33,42. Цена 1 руб. 20 коп.

Издательство «Наукова думка», Киев, Репина, 3.

Книжная фабрика им. М. В. Фрунзе Республиканского производственного объединения «Полиграфкнига» Госкомиздата УССР, Харьков, Донец-Захаржевская, 6/8.

Л $\frac{00001-632}{М221(04)-78}$ Инф. письмо

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящем справочнике изложены основные разделы физики в объеме средней школы. Кроме традиционных разделов, подробно изучаемых в средней школе, в справочник включены дополнительные главы и разделы, дающие представление о достижениях современной физики. К ним относятся: гл. 8 — «Основы теории относительности», § 3 гл. 9 — «Основные идеи и принципы квантовой механики», гл. 10 — «Основные представления квантовой теории твердых тел», гл. 11 — «Современная техника физического эксперимента». Приведены краткие и в то же время строгие представления о сущности различных физических законов и явлений.

Справочный характер сведений, помещенных в книге, позволяет пользоваться отдельными разделами независимо друг от друга. Однако при работе с книгой у читателя могут возникнуть вопросы, поиск ответов на которые заставит его обратиться к изучению соответствующих разделов настоящего справочника, а также к другим источникам. Рекомендуется наряду с оглавлением пользоваться предметным указателем, помещенным в конце книги.

К большинству глав приведены задачи и их решения, иллюстрирующие основные положения данного раздела. Они способствуют более глубокому пониманию курса физики. Некоторые из них содержат дополнительные справочные сведения. Приведены также задачи повышенной трудности и задачи, предлагавшиеся на конкурсах, физических олимпиадах и на вступительных экзаменах в вузы. При этом частично использованы тексты задач из источников, список которых помещен в конце книги.

В справочнике последовательно используется Международная система единиц СИ.

В приложении к справочнику даны необходимые таблицы по Международной системе единиц (СИ), внесистемные единицы измерений и их перевод в единицы СИ, единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ, некоторые физические постоянные, плотности некоторых веществ и др.

Введение, главы 1, 9 и приложение написаны О. И. Шулишовой, главы 2, 4, 5, 7, 8 — К. П. Рябошапкой, главы 3, 6, 10, 11 — В. А. Лободюком.

Авторы приносят благодарность ответственному редактору доктору физ.-мат. наук Л. Г. Хандросу, рецензентам кандидату физ.-мат. наук Л. М. Пакчанину, В. М. Перге, кандидату физ.-мат. наук В. И. Шияновскому, В. С. Шекере, В. Т. Гороновской за полезные замечания, способствовавшие улучшению содержания книги.

Отзывы, замечания и предложения авторы просят направлять по адресу: г. Киев-4, Репина, 3, издательство «Наукова думка».

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Предмет физики

Физика — одна из важнейших естественных наук об окружающем мире. Она оперирует такими понятиями, как время, пространство, движение, материя, во всех многообразных формах ее существования; изучает явления самого различного масштаба: от движения элементарных частиц в атомах до явлений, происходящих во Вселенной. Успехи физики существенно влияют на научно-технический прогресс: фундаментальные законы природы, установленные физикой, постоянно используются в науке и технике. Это законы классической механики, классической электродинамики, термодинамики, оптики, акустики и т. д.

Применение, например, в астрономии законов классической механики, позволяет точно рассчитывать движение различных тел Солнечной системы, предсказывать существование новых планет, солнечные и лунные затмения.

Открытие явления электромагнитной индукции привело к созданию динамомашин, электромагнитных волн — к созданию радиосвязи и телевидения, успехи физики твердого тела, приведшие к созданию полупроводников, вызвали революцию в радиотехнике. Открытие деления ядер привело к созданию ядерной энергетики, развитие квантовой электроники стало основой для создания лазеров и мазеров, успехи в изучении реактивного движения привели к освоению космоса.

Для выражения различных физических закономерностей физика использует математический язык, основанный на аппарате высшей математики. Математический язык позволяет физикам формулировать законы и их следствия на точном, простом и лаконичном международном языке формул и величин.

Для создания специальных условий, в которых физик желает провести эксперимент, конструируются установки, моделирующие несуществующую в земных условиях или недоступную для непосредственного наблюдения среду.

§ 2. Измерение пространства и времени

Экспериментальные данные имеют научную ценность, если они выражены через характеристики явлений, процессов и свойств, поддающиеся количественной оценке. Такие характеристики называются физическими величинами. Новые открытия в физике рождают новые физические величины, между которыми устанавливаются определенные соотношения. Все физические величины выражаются рядом условно принятых единиц.

Измерения в физике играют важную роль. Техника физических измерений обогащается вместе с развитием науки, и часто ее успехами определяются новые достижения науки

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Предмет физики

Физика — одна из важнейших естественных наук об окружающем мире. Она оперирует такими понятиями, как время, пространство, движение, материя, во всех многообразных формах ее существования; изучает явления самого различного масштаба: от движения элементарных частиц в атомах до явлений, происходящих во Вселенной. Успехи физики существенно влияют на научно-технический прогресс: фундаментальные законы природы, установленные физикой, постоянно используются в науке и технике. Это законы классической механики, классической электродинамики, термодинамики, оптики, акустики и т. д.

Применение, например, в астрономии законов классической механики, позволяет точно рассчитывать движение различных тел Солнечной системы, предсказывать существование новых планет, солнечные и лунные затмения.

Открытие явления электромагнитной индукции привело к созданию динамомашин, электромагнитных волн — к созданию радиосвязи и телевидения, успехи физики твердого тела, приведшие к созданию полупроводников, вызвали революцию в радиотехнике. Открытие деления ядер привело к созданию ядерной энергетики, развитие квантовой электроники стало основой для создания лазеров и мазеров, успехи в изучении реактивного движения привели к освоению космоса.

Для выражения различных физических закономерностей физика использует математический язык, основанный на аппарате высшей математики. Математический язык позволяет физикам формулировать законы и их следствия на точном, простом и лаконичном международном языке формул и величин.

Для создания специальных условий, в которых физик желает провести эксперимент, конструируются установки, моделирующие несуществующую в земных условиях или недоступную для непосредственного наблюдения среду.

§ 2. Измерение пространства и времени

Экспериментальные данные имеют научную ценность, если они выражены через характеристики явлений, процессов и свойств, поддающиеся количественной оценке. Такие характеристики называются физическими величинами. Новые открытия в физике рождают новые физические величины, между которыми устанавливаются определенные соотношения. Все физические величины выражаются рядом условно принятых единиц.

Измерения в физике играют важную роль. Техника физических измерений обогащается вместе с развитием науки, и часто ее успехами определяются новые достижения науки

Измерение — это сравнение неизвестной величины с установленной единицей меры. Выбор физических единиц произволен, однако он должен удовлетворять ряду требований: легкости воспроизведения, получению удобных числовых значений при наиболее часто встречающихся измерениях, международному признанию.

Среди разнообразных физических измерений особенно часто встречаются измерения расстояний и времени. В основу измерения расстояний положена единица, называемая метром. Международным соглашением установлено определение метра как длины, равной 1650763,73 длин волн в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5\,d_5$ атома криптона-86.

Для измерения очень больших расстояний, когда прямое измерение невозможно (например, расстояний от Земли до небесных тел), используют косвенный, базисный способ: по длине базиса и углам, под которыми виден объект из двух концов базиса, расстояние до объекта определяют, используя тригонометрические соотношения в треугольнике.

Понятие времени характеризует длительность происходящих физических процессов. Единица времени — секунда, одна из шести основных единиц международной системы. Секунда — время, равное 9192631770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133. Принцип работы большинства часов основан на отсчете равномерно повторяющихся процессов вращения или колебания. Устройство наиболее точных современных часов основано на механических колебаниях кристаллов (кварцевые часы) или оптических колебаниях молекул (аммиачные часы, в которых очень малые периоды колебаний осуществляются переменным током). В геологии в качестве «часов» для определения больших интервалов времени, относящихся к событиям доисторической эпохи, используется радиоактивный распад атомов.

Любое измерение длины, времени, силы, электрических величин основано на двух отсчетах: начального (нулевого) и конечного показаний измерительного прибора.

§ 3. Международная система единиц (СИ)

Метрическая система мер и весов, существовавшая до настоящего времени, была создана в конце XVIII века во Франции и принята более чем 110 государствами мира. В основе метрической системы мер лежат единицы длины, массы, площади, объема, вместимости. Развитие науки и техники вызвало необходимость установления единиц измерения для ряда других физических величин. Так, для выражения электрических и магнитных единиц была создана система единиц СГС, основанная на метрической системе. В технике и механике получила широкое распространение система единиц МКГСС. В электронике была принята система единиц МКСА. Наряду с независимо выбранными основными и производными единицами для каждой системы единиц в ряде областей науки появилось большое число внесистемных единиц для измерения одних и тех же физических величин. Так, для измерения силы возникло более 10 различных единиц, для измерения работы и энергии —

более 30. Перевод единиц из одной системы в другую затрудняет расчеты, усложняет международный обмен научной информацией.

С целью унификации единиц измерения физических величин в октябре 1960 г. XI Генеральная конференция по мерам и весам утвердила единую Международную систему единиц с сокращенным обозначением СИ (от начальных букв слов Systeme International).

Международная система СИ является универсальной охватывающей все области науки и техники.

Для каждой физической величины в системе СИ устанавливается одна единица и строгие правила образования от нее дольных и кратных единиц. Основные и большинство производных единиц СИ имеют удобные для практического применения размеры В СИ упрощается запись некоторых уравнений и формул. Благодаря преимуществам Международной системы единиц (СИ) улучшится взаимопонимание при дальнейшем развитии научно-технических и экономических связей между разными странами.

§ 4. Точные и приближенные вычисления

При решении задач возникает вопрос о точности исходных и искомых данных. Результат вычислений никогда не может быть точнее исходных данных. Проводить вычисления с точностью, превышающей точность, допускаемую условием задачи, бесполезно. При решении физических задач следует пользоваться следующими правилами приближенных вычислений.

К *точным числам* относятся значения переводных и масштабных множителей, условные значения величин, коэффициенты и показатели степени. Приближенные числа получают в результате измерений и округления. При подсчетах получают как точные, так и приближенные числа.

При *округлении числа* отбрасывают одну или несколько его последних цифр. Если первая отброшенная цифра равна 5 или больше 5, то последнюю из сохраняемых цифр увеличивают на единицу; если первая отброшенная цифра меньше 5, то последнюю из сохраняемых цифр оставляют без изменения.

При *сложении и вычитании* приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их имеется в приближенном числе с наименьшим числом знаков.

При *умножении и делении* в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное число с наименьшим числом значащих цифр.

При *возведении в степень* следует в результате сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в возводимом в степень приближенном числе.

При *извлечении корня* в результате следует оставлять столько значащих цифр, сколько их имеет подкоренное приближенное число.

При *отыскании логарифма* приближенного числа в результате сохраняют столько десятичных знаков, сколько значащих цифр имеет данное приближенное число. При определении числа по заданному приближенному значению его десятичного логарифма в числе сохраняют столько значащих цифр, сколько десятичных знаков имеет мантисса логарифма.

При *вычислении промежуточных результатов* следует в приближенных числах брать на одну цифру больше, чем рекомендуется правилами действия с приближенными числами. В окончательном результате эту цифру отбрасывают. Если некоторые данные имеют большее число значащих цифр, чем другие, то их предварительно следует округлить, сохранив только одну лишнюю цифру.

§ 5. Методика решения задач

Внимательно ознакомившись с условием задачи, надо выписать все величины с их числовыми значениями и наименованиями единиц. К данным условиям задачи следует дописать и те величины, которые должны быть известны из таблиц и использованы при решении задачи. Полезно сделать рисунок, помогающий представить физические явления, лежащие в основе процессов, описанных в задаче, и установить законы и формулы, связывающие искомые величины с известными. Следует четко представить себе упрощения, допускаемые условием задачи. Решать задачу удобнее в общем виде, не подставляя численных значений входящих в формулу величин. В общем виде более четко видна функциональная зависимость между величинами, позволяющая проанализировать полученный результат.

Для нахождения численного значения результата нужно предварительно установить, все ли величины выражены в единицах *одной и той же системы единиц.* Если в формулу входят отношения некоторых величин и их размерности могут быть сокращены, можно пользоваться и внесистемными, но одинаковыми единицами измерения этих величин. Поскольку числа, входящие в конечное выражение для решения задачи, получены в результате измерений, они являются, в основном, приближенными числами. Поэтому при действии с ними следует пользоваться приведенным выше правилом действия с приближенными числами. В ответе возле числа должно быть написано наименование полученной величины.

Некоторые задачи можно решать графически. В таких случаях нужно выбрать удобные масштаб и начало координат.

Глава 1

МЕХАНИКА

§ 1. Поступательное и вращательное движение

Все тела материального мира находятся в непрерывном движении: звезды и планеты, атомы и молекулы, элементарные частицы внутри атомов и атомных ядер. *Механическим движением* называют изменение положения тел относительно друг друга или изменение относительного положения частей тела во времени. Механическое движение — это простейшая форма движения. Она может быть составной частью более сложных форм движения.

Механика изучает различные виды механических движений *(кинематика)*, причины их возникновения *(динамика)* и условия относительного покоя тел *(статика)*.

Движение тела можно считать определенным, если известно, как движется каждая его точка. При поступательном движении все точки тела движутся так, что прямая, соединяющая две произвольные точки тела, переносится параллельно самой себе. При вращательном движении все точки тела описывают окружности в параллельных плоскостях, причем центры всех окружностей лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Материальная точка. Материальной точкой называется тело, размерами которого (в данной задаче) можно пренебречь, а всю массу тела можно считать сосредоточенной в точке. Одно и то же тело в одних условиях можно считать материальной точкой, в других — нельзя. Например, выясняя характер движения Земли вокруг Солнца, можно считать Землю точкой, но при вычислении длительности земных суток необходимо учитывать размер Земли, ее вращение вокруг оси и т. д.

Система отсчета. Для полного описания движения тела необходимо знать способ определения его положения в пространстве и во времени.

В свободном пространстве нельзя выделить какие-либо преимущественные направления, обладающие особыми свойствами. Свободное пространство изотропно, все направления в нем равноценны. В свободном пространстве равноценны также все его точки. Свободное пространство однородно. Любые явления, происходящие в одинаковых условиях в разные моменты времени, подчиняются одинаковым законам. Это значит, что и время однородно. Из свойств однородности пространства и времени следует, что положение точки относительно пространства определить невозможно.

Положение точки в пространстве определяется относительно какого-либо тела или группы тел. *Система тел, относительно которых изучается движение во времени, представляет собой систему отсчета.* Положение тела в пространстве однозначно определяется тремя координатами. Точка, от которой ведется отсчет, называется началом координат.

Траектория. Движущаяся точка описывает в пространстве линию, называемую траекторией. Форма траектории зависит от

выбора системы отсчета. Например, в системе координат, связанной с движущимся самолетом, любая точка пропеллера вращается по окружности, в то время как в системе, связанной с Землей, она движется по винтовой линии. Движение всегда следует рассматривать относительно такой системы отсчета, в которой оно оказывается наиболее простым. Выбирать начало отсчета следует так, чтобы описание движения стало по возможности более простым.

Длина траектории, описанной движущейся точкой за некоторый промежуток времени, определяет длину пути, пройденного этой точкой. (Далее везде под словом *путь* подразумевается *длина пути*.)

Как прямолинейное, так и криволинейное движение может быть *равномерным* и *неравномерным*. При равномерном движении тело проходит одинаковые пути за любые равные промежутки времени. При неравномерном движении тело проходит разные пути за одинаковые промежутки времени. Направленный отрезок прямой, соединяющий два положения точки на траектории, называется перемещением. В общем случае перемещение не совпадает с пройденным путем, но для прямолинейного движения эти две величины совпадают. Перемещение — векторная величина.

Скалярные и векторные величины Величины, которые характеризуются только численными значениями, называются скалярными. Время, длина, площадь, объем, температура, масса, работа, энергия являются скалярными величинами. При записи скаляра рядом с его величиной ставят единицу измерения, например $t = 120$ с. Любая алгебраическая операция над скалярными величинами дает в результате также скаляр.

Векторной называют величину, для характеристики которой необходимо, кроме численного значения, указать определенное направление в пространстве. Сила, скорость, перемещение — векторные величины.

Вектор, начало которого находится в начале координат, а конец определяет положение некоторой материальной точки, называется радиус-вектором этой точки.

Абсолютной величиной (модулем) вектора называют скаляр, равный длине отрезка, изображающего вектор. Вектор обозначается буквами латинского алфавита, но над буквенным обозначением ставится горизонтальная стрелка $\vec{a}$, или сама буква набирается жирным шрифтом $\mathbf{a}$. Модуль вектора обозначается $|\vec{a}|$ или a.

Операции над векторами подчиняются правилам векторной алгебры. *Сумма* любого числа векторов также является вектором (рис. 1).

Чтобы сложить два вектора, нужно начало второго вектора совместить с концом первого путем параллельного переноса. Суммой обоих векторов будет вектор, соединяющий начало первого вектора с концом второго (правило треугольника).

Два вектора можно складывать и по правилу параллелограмма. Надо совместить начала обоих векторов, сохраняя их направление, и достроить параллелограмм. Диагональ построенного параллелограмма, проходящая через начало векторов, представляет собой их сумму. В отличие от скаляров, векторы складывают геометрически.

Сумму нескольких векторов находят по *правилу многоугольника*. Чтобы сложить несколько векторов, нужно, сохраняя их направления, начало второго вектора совместить с концом первого, начало третьего — с концом второго и т. д.; замыкающий вектор, соединяющий начало первого вектора с концом последнего, будет суммой этих векторов.

Разность двух векторов строится следующим образом: начала уменьшаемого и вычитаемого вектора совмещают; вектор, проведенный от конца вычитаемого к концу уменьшаемого, представляет собой разность векторов. Разность параллельных векторов равна алгебраической разности.

Произведение вектора $\vec{a}$ на скаляр k дает в результате новый вектор, проекции которого на оси координат в k раз больше соответствующих проекций вектора $\vec{a}$.

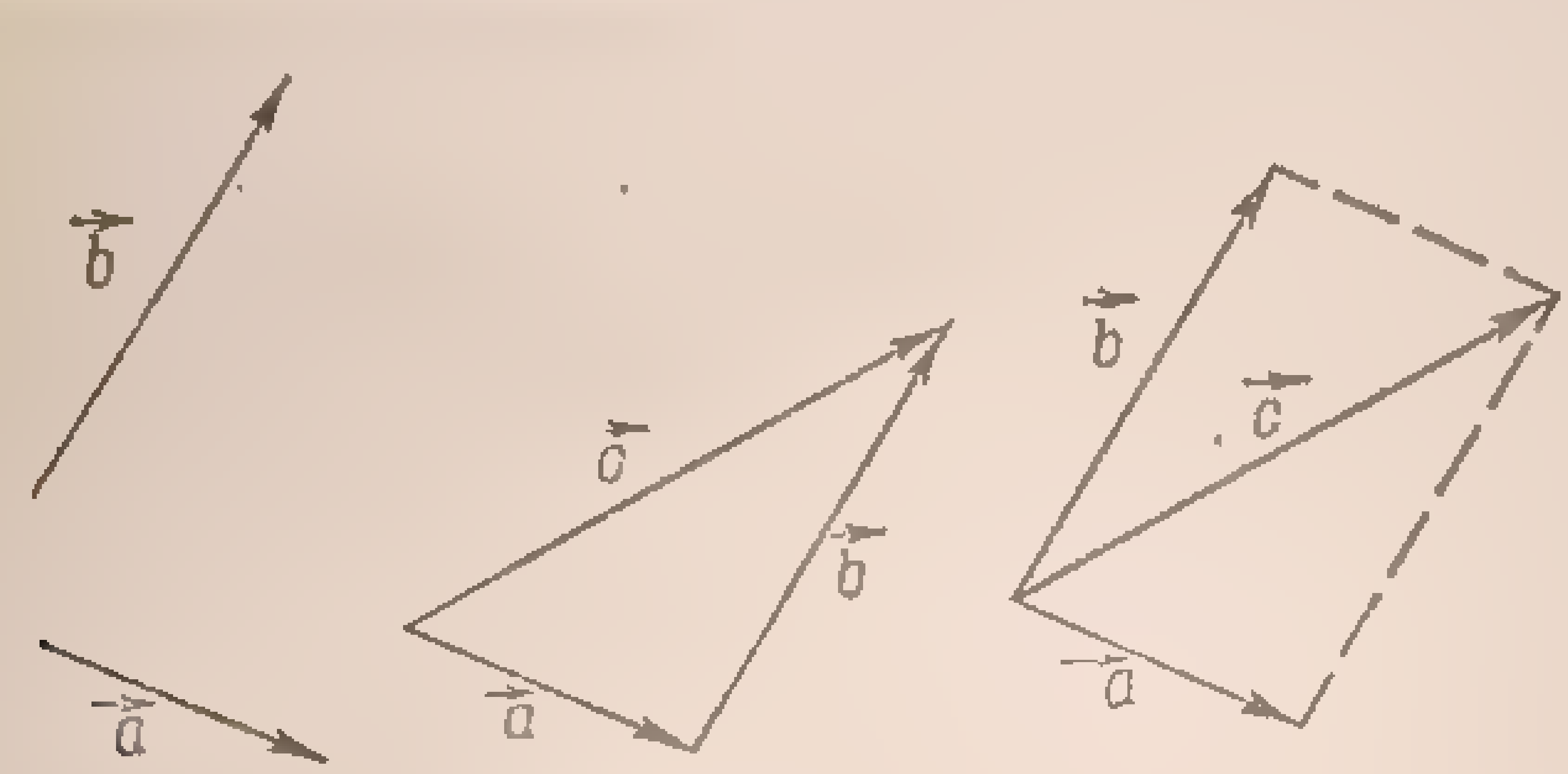


Рис. 1.

Проекцией вектора на какую-либо ось называют длину отрезка оси, заключенную между двумя перпендикулярами, опущенными на эту ось из начала и конца вектора. Проекция вектора является скаляром.

Разложением вектора $\vec{a}$ на две составляющие является отыскание таких двух векторов, сумма которых равна $\vec{a}$. Эта задача неоднозначна, так как на векторе можно построить бесчисленное множество замкнутых треугольников. Если указано направление векторов, на которые нужно разложить вектор, или задана величина и направление одного из векторов, задача является определенной.

§ 2. Прямолинейное равномерное движение

Прямолинейным равномерным называется движение, при котором тело, двигаясь по прямой, проходит одинаковые отрезки пути за любые равные промежутки времени. Скорость v равномерного движения определяется отношением пройденного пути s к промежутку времени t, за который этот путь пройден:

$$v = \frac{s}{t}. \qquad (1.1)$$

Скорость движения, так же как и перемещение, является векторной величиной. Направление скорости прямолинейного движения совпадает с направлением перемещения.

За единицу скорости принимается такая скорость, при которой тело, двигаясь равномерно, за единицу времени проходит расстояние, равное единице пути.

В системе единиц СИ единицей скорости является 1 м/с.

При равномерном движении путь прямо пропорционален времени движения, и из (1.1) уравнение равномерного движения выразится формулой

$$s = v \cdot t. \qquad (1.2)$$

Графики пути и скорости равномерного движения. Графическое изображение зависимости пути от времени представлено на рис. 2, *а*. С помощью графиков пути удобно решать многие задачи

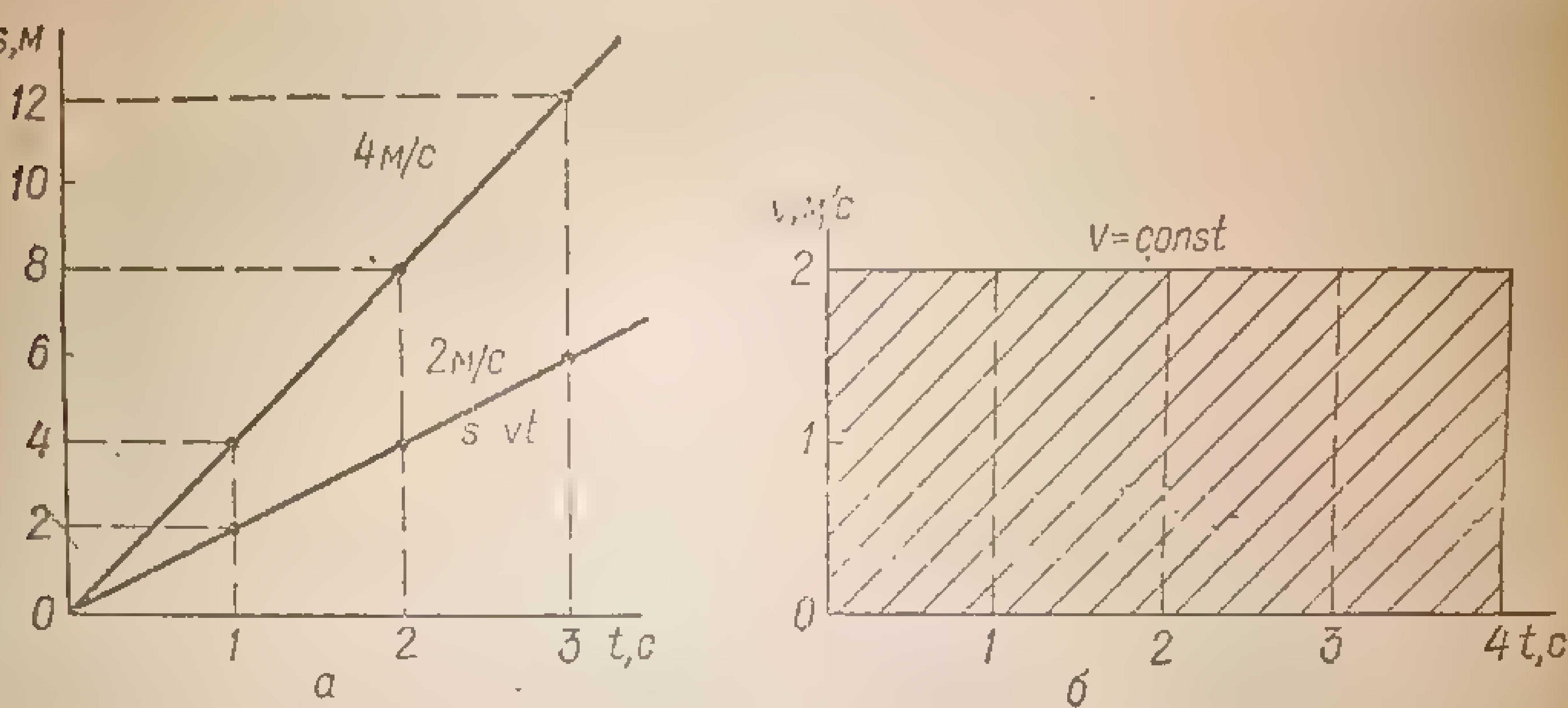


Рис. 2.

о движении. Точка пересечения кривых (прямых) зависимости пути от времени, построенных для разных тел в одном масштабе, соответствует точке встречи этих тел.

График скорости равномерного движения изображен на рис. 2, *б*. Так как скорость равномерного движения не меняется со временем, то график ее представляет собой прямую линию, параллельную оси времени. Чтобы узнать по графику скорости численное значение пройденного пути, нужно определить площадь прямоугольника, одна сторона которого равна скорости движения, другая — времени движения. Так, за время, равное 4 с, тело, движущееся со скоростью 2 м/с, пройдет путь, величина которого равна площади заштрихованного прямоугольника.

§ 3. Сложение движений

Любое сложное движение тела можно рассматривать как результат сложения простых движений. Обычно при рассмотрении сложных движений вводят дополнительную подвижную систему координат.

Движение тела относительно неподвижной системы координат (т. е. результирующее движение) называют *абсолютным*, а скорость его v_a — *абсолютной скоростью* движения. Движение тела относительно подвижной системы координат называют *относительным*, а скорость этого движения v_0 — *относительной*. Движение

подвижной системы координат относительно неподвижной называют переносным движением, а скорость его $v_п$ — переносной скоростью. При сложении движений перемещение тела $\vec{s}_0$ и перемещение системы $\vec{s}_п$ складывают векторно. Скорость тела и скорость системы отсчета также складываются векторно:

$$\vec{s}_а = \vec{s}_0 + \vec{s}_п, \quad \vec{v}_а = \vec{v}_0 + \vec{v}_п. \tag{1.3}$$

Если относительное и переносное движения являются равномерными и прямолинейными, абсолютное движение также будет равномерным и прямолинейным. Скорость результирующего движения, состоящего из нескольких равномерных движений, происходящих по одной прямой, равна алгебраической сумме скоростей составляющих движений. Для результирующего движения, состоящего из двух равномерных прямолинейных движений, направленных под углом друг к другу, путь и скорость изображают соответственно диагоналями параллелограммов, построенных на пройденных путях и скоростях составляющих движений. Абсолютную скорость движения определяют по формуле

$$v_а^2 = v_0^2 + n_п^2 - 2v_0 \quad v_п \cdot \cos\alpha, \tag{1.4}$$

где α — угол между векторами $\vec{v}_0$ и $\vec{v}_п$.

При $\alpha = \frac{\pi}{2}$ формула принимает вид

$$v_а^2 = v_0^2 + v_п^2. \tag{1.5}$$

Нахождение по данной скорости ее составляющих называется разложением скорости. Эта задача является однозначной, если задана величина и направление одной из составляющих или заданы направления обеих составляющих.

Задачи

1. Каким является движение кабинок в «колесе обозрения» — поступательным или вращательным?

Ответ. Движение поступательное. Каждая прямая, проведенная внутри кабинки, остается при движении параллельной самой себе.

2. Автомобиль проехал 400 м, затем повернул вправо на 90° и проехал еще 300 м. Считая движение автомобиля на обоих участках пути прямолинейным, найти путь автомобиля и его перемещение.

Решение. Путь автомобиля равен сумме длин катетов треугольника со сторонами 400 м и 300 м, т. е. 700 м, перемещение автомобиля равно длине гипотенузы в том же треугольнике, т. е. 500 м, направление его определяется по правилу параллелограмма.

3. Теплоход вниз по реке шел со скоростью 80 км/ч, а вверх — со скоростью 76 км/ч. Определить собственную скорость теплохода и скорость течения.

Решение. Примем за систему отсчета Землю. Скорость теплохода по течению $v_с + v_т = 80$ км/ч, где $v_с$ — собственная скорость теплохода, а $v_т$ — скорость течения. Скорость теплохода против

течения $v_с - v_т = 76$ км/ч. Решая систему полученных уравнений, получим $v_т = 2$ км/ч, $v_с = 78$ км/ч.

4. Радиосигнал, посланный на Луну, отразился и был принят на Земле через 2,5 с. Определить расстояние от Земли до Луны во время локации. Скорость распространения сигнала $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Решение. За 2,5 с радиосигнал доходит до Луны и возвращается обратно, следовательно, $2s = ct$, откуда $s = \frac{1}{2} c \cdot t = \sim 3{,}8 \quad 10^8$ м.

5. Определить относительную скорость движения двух тел, приближающихся друг к другу. Скорость каждого из них равна 50 м/с.

Решение. Абсолютная скорость второго является переносной скоростью для первого $v_{а2} = v_п$, поэтому $v_{а1} = v_0 + v_п = v_0 + v_{а2}$. Учитывая, что $v_{а1} = -v_{а2}$, получим $v_0 = v_{а1} - v_{а2} = 100$ м/с.

6. Пассажир поезда, идущего со скоростью $v_1 = 10$ м/с видит в течение 3 с встречный поезд длиной $l = 75$ м. Найти скорость встречного поезда v_2.

Решение. Относительная скорость встречного поезда равна $v_0 = \frac{l}{t} = 25$ м/с. Для пассажира абсолютная скорость встречного поезда является переносной, тогда равенство $v_а = v_0 + v_п$ для встречных поездов будет $v_1 = v_0 - v_2$ или $v_2 = v_0 - v_1 = 15$ м/с.

7. Две машины едут по взаимно перпендикулярным дорогам со скоростью $v_1 = 11{,}1$ м/с и $v_2 = 8{,}35$ м/с. Найти величину их относительной скорости v_0

Решение. Величина относительной скорости равна $v_0 = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1|$. Из условия перпендикулярности v_1 и v_2 следует $v_0 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sim 13{,}9$ м/с.

8. Человек прошел по плоту 8 *м*. Определить абсолютное перемещение человека, если за это время плот проплыл в том же направлении 20 м.

Решение. Абсолютное перемещение человека определим, складывая его перемещения в относительном и переносном движении, $s_а = s_0 + s_п = 28$ м.

9. Две космические ракеты сближаются со скоростью $v_р = 8 \cdot 10^3$ м/с. С одной из ракет каждые 20 минут посылаются на другую почтовые контейнеры со скоростью $v_к = 8 \cdot 10^3$ м/с относительно первой ракеты. Определить, сколько сообщений получит командир второй ракеты в течение одного часа.

Решение. Расстояние между двумя последовательно выпущенными контейнерами $s = v_к \Delta t$, где Δt — время между пусками. В системе отсчета, в которой вторая ракета покоится, контейнеры приближаются к ней со скоростью $v = v_р + v_к$. За час она получит все посылки, которые в начале этого отрезка времени находились на расстоянии не большем, чем $(v_р + v_к)\, t$, где $t = 1$ ч. Тогда число контейнеров, принимаемых второй ракетой в течение часа, $n = \frac{(v_р + v_к)\, t}{v_к \Delta t} = 6$ штук, т. е. кон-

тейнеры, для отправки которых командиру первой ракеты потребовалось 2 ч, будут получены на второй ракете за 1 ч.

10. Перпендикулярно течению реки переправляется лодка. Скорость лодки $v_1 = 1{,}4$ м/с, скорость течения $v_2 = 0{,}7$ м/с, ширина реки $l = 308$ м. Найти время t, за которое лодка пересечет реку. На сколько метров снесет лодку по течению?

Решение. Лодка одновременно участвует в относительном движении со скоростью v_1, направленной перпендикулярно берегу, и в переносном движении со скоростью v_2, направленной вдоль берега. Зная ширину реки l и скорость относительного движения v_1, определим время движения в поперечном направлении $t = \frac{l}{v_1} = 220$ с. Столько же времени лодка будет находиться и в переносном движении. Следовательно, расстояние s, на которое снесет лодку течением, определится так: $s = v_2 t = 154$ м.

11. На одной из станций метро скорость движения эскалатора $v = 0{,}8$ м/с. Определить вертикальную $v_в$ и горизонтальную $v_г$ составляющие скорости, а также глубину туннеля метро H, если угол наклона лестницы $\alpha = 30°$, а время t, которое затрачено на подъем человека вверх по эскалатору, равно 150 с.

Решение. Вертикальная составляющая скорости лежит против угла 30° и поэтому равна половине гипотенузы, т. е. $v_в = \frac{1}{2} v = 0{,}4$ м/с. Горизонтальную составляющую скорости можно вычислить по теореме Пифагора или тригонометрически: $v_г = v \cos \alpha \approx 0{,}7$ м/с. Зная вертикальную составляющую скорости, находим высоту подъема, а следовательно, глубину залегания трассы метро $H = v_в t = 60$ м.

12. Вагон шириной $l = 3{,}6$ м, движущийся со скоростью $v_1 = 15$ м/с, пробит пулей, летевшей перпендикулярно к движению вагона. Смещение отверстий s в стенках вагона относительно друг друга равно 0,09 м. Какова скорость v_2 движения пули?

Решение. Время t, в течение которого пуля пролетает путь l, и время t_1, в течение которого вагон проходит расстояние s, одинаковы, т. е. $t = t_1$ или $\frac{l}{v_2} = \frac{s}{v_1}$, откуда $v_2 = \frac{v_1 l}{s} = 600$ м/с.

13. Из двух городов по шоссе навстречу друг другу выехали одновременно два автобуса. Первый движется со скоростью $v_1 = 40$ м/с, второй — со скоростью $v_2 = 20$ м/с. Длина маршрута $s = 12 \cdot 10^4$ м. Через сколько времени и на каком расстоянии от городов автобусы встретились?

Ответ. $t = 2 \cdot 10^3$ с; $s_1 = 8 \cdot 10^4$ м; $s_2 = 4 \cdot 10^4$ м.

14. Санки скатываются с горы и в некоторый момент времени их скорость $v = 10$ м/с. Чему равны горизонтальная $v_г$ и вертикальная $v_в$ составляющие скорости в этот момент, если наклон горы составляет 30° к горизонту?

Ответ. $v_в = 5$ м/с, $v_г = 8{,}7$ м/с.

15. Самолет поднимается с аэродрома под углом $\alpha = 20°$ к горизонту со скоростью $v = 60$ м/с. Найти вертикальную $v_в$ и горизонтальную $v_г$ составляющие скорости. Какой высоты h достигнет самолет за $t = 10$ с подъема?

Ответ. $v_в \approx 20{,}5$ м/с, $v_г \approx 56{,}4$ м/с, $h \approx 205$ м.

16. Парашютист спускается на землю со скоростью $v_1 = 4$ м/с при отсутствии ветра. С какой скоростью v он будет двигаться при горизонтальном ветре, скорость которого $v_2 = 3$ м/с.

Ответ. $v = 5$ м/с.

17. Скорости двух составляющих движений, направленных под углом $\alpha = 60°$ друг к другу $v_1 = 6$ м/с и $v_2 = 4$ м/с. Найти скорость результирующего движения v.

Ответ. $v \approx 8{,}7$ м/с.

18. Теплоход, длина которого 300 м, движется по прямому курсу в неподвижной воде с постоянной скоростью v. Катер, имеющий скорость 25 м/с, проходит расстояние от кормы движущегося теплохода до его носа и обратно за 37,5 с. Определить скорость теплохода.

Ответ. $v = 15$ м/с.

19. Из пункта A раз в сутки в одно и то же время отправляют плоты вниз по течению реки. Скорость течения реки 3 км/ч. Какое число n плотов за двое суток встретит пароход, идущий вверх против течения реки со скоростью 15 км/ч относительно воды, если он отправился в рейс из пункта B после того, как мимо пункта B проплыл один из плотов? От B до A пароход плывет более двух суток.

Ответ. $n = 10$.

20. Капли дождя на окне неподвижного трамвая оставляют полосы, наклоненные под углом 30° к вертикали. При движении трамвая со скоростью 5 м/с полосы от дождя вертикальны. Определить скорость капель v в безветренную погоду и скорость ветра $v_в$.

Ответ. $v = 8{,}66$ м/с, $v_в = 5$ м/с.

21. Пловец переплывает реку шириной H. Под каким углом α к течению он должен плыть, чтобы переправиться на противоположный берег в кратчайшее время? Где он в этом случае окажется, переплыв реку, и какой путь s он проплывет, если скорость течения равна v_1, скорость пловца относительно воды v_2?

Ответ. Время t будет минимальным при $\alpha = \frac{\pi}{2}$; $t_{мин} = \frac{H}{v_2}$; $s = \frac{H}{v_2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$.

22. Корабль идет на запад со скоростью v. Ветер дует с юго-запада. Величина скорости ветра, измеренная на палубе корабля, равна v_1. Найти величину скорости ветра v_2 относительно земли.

Ответ. $$v_2 = -\frac{v}{\sqrt{2}} + \sqrt{v_1^2 - \frac{v^2}{2}}.$$

§ 4. Прямолинейное неравномерное движение

Средняя скорость. При прямолинейном неравномерном движении отношение пройденных участков пути к соответствующему интервалу времени различно для разных участков пути, т. е. величина скорости изменяется, хотя направление ее остается неизменным. Для характеристики такого движения на любом определен-

…м участке пути вводится понятие средней скорости движения. Средней скоростью $v_{ср}$ движения на участке пути называется скалярная величина, равная отношению длины Δs этого участка к промежутку времени Δt, за который пройден этот участок:

$$v_{ср} = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \tag{1.6}$$

Из этого определения следует, что средняя скорость равна скорости такого равномерного движения, при котором тело прошло бы данный участок пути за тот же промежуток времени, что и при неравномерном движении.

Мгновенная скорость. Если промежутки времени, в течение которых определяется средняя скорость, все время уменьшать, можно получить такие интервалы времени, в пределах которых движение почти не будет отличаться от равномерного. *Средняя скорость, измеренная за такой малый промежуток времени, в течение которого движение тела можно считать равномерным, называется мгновенной скоростью, т. е. мгновенная скорость — это предел отношения* $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ при Δt, стремящемся к нулю. Когда говорят о скорости при неравномерном движении, под ней понимают именно мгновенную скорость.

При равномерном движении мгновенная скорость является постоянной величиной, равной скорости этого движения. При неравномерном движении мгновенная скорость принимает разные значения в разные моменты времени.

График пути неравномерного движения представляет собой непрерывную кривую, наклон касательной к которой в каждой ее точке определяет величину мгновенной скорости в этой точке.

Ускорение. Если скорость движения со временем увеличивается, движение называют ускоренным. Если скорость движения со временем уменьшается, движение называют замедленным. Движение, при котором скорость за любые равные промежутки времени увеличивается на одну и ту же величину, называется равноускоренным. При таком движении изменение скорости со временем можно количественно охарактеризовать, введя понятие об ускорении. *Ускорением a называется отношение изменения скорости $v_2 - v_1$ к промежутку времени $t_2 - t_1$, за который произошло это изменение:*

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}. \tag{1.7}$$

Ускорение является векторной величиной. Направление ускорения прямолинейного движения совпадает с направлением скорости для ускоренного движения и противоположно направлению скорости при замедленном движении. В общем случае переменного движения ускорение в каждой точке направлено по касательной к кривой изменения скорости. Из (1.7) следует, что ускорение численно равно изменению скорости за единицу времени. В системе СИ единицей ускорения является 1 м/с²

Для неравномерного движения существует понятие среднего ускорения, характеризующего изменение скорости за определенный промежуток времени на пройденном участке пути:

$$a_{ср} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}. \qquad (1.8)$$

Аналогично понятию мгновенной скорости вводится понятие мгновенного ускорения $a_м$. При равноускоренном движении $a_м$ постоянно.

Скорость равнопеременного движения. Если в начальный момент скорость равноускоренного движения равнялась v_0, а через промежуток времени t она стала равной v_t, то ускорение движения a определится по формуле $a = \frac{v_t - v_0}{t}$, откуда

$$v_t = v_0 + at, \qquad (1.9)$$

а для движения с нулевой начальной скоростью

$$v_t = at. \qquad (1.10)$$

Таким образом, при равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью скорость движения прямо пропорциональна промежутку времени, прошедшего от начала движения.

Равнозамедленным называется движение, при котором за любые равные промежутки времени скорость уменьшается на одну и ту же величину. Ускорение равнозамедленного движения имеет отрицательный знак, так как скорость в начальный момент времени v_0 больше скорости в последующие моменты времени v_t

$$v_t = v_0 - at. \qquad (1.11)$$

Если конечная скорость равнозамедленного движения равна нулю, то формула упрощается:

$$v_0 = at. \qquad (1.12)$$

Равноускоренное и равнозамедленное движения называют равнопеременным, так как их скорость меняется равномерно.

Соотношения между путем, скоростью, ускорением и временем равнопеременного движения. Так как скорость равнопеременного движения меняется со временем равномерно, то средняя скорость его за некоторый промежуток времени t равна полусумме начальной v_0 и конечной v_t скоростей: $v_{ср} = \frac{v_0 + v_t}{2}$. Из формулы (1.6), определим путь $s = v_{ср} \cdot t$ и, учитывая (1.9) и (1.11) для скорости v_t, получим выражение пути равнопеременного движения

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}, \qquad (1.13)$$

где знак «плюс» относится к ускоренному, а «минус» — к замедленному движению.

Заменив в формуле ($s = v_{ср} t$) время через его выражение из (1.9) $t = \frac{v_t - v_0}{a}$ и учитывая, что $v_{ср} = \frac{v_0 + v_t}{2}$, получим формулу, связывающую путь с начальной и конечной скоростями:

$$v_t^2 - v_0^2 = 2as. \qquad (1.14)$$

Для равноускоренного движения без начальной скорости выражение (1.13) принимает вид

$$s = \frac{at^2}{2}, \qquad (1.15)$$

т. е. пройденный путь пропорционален квадрату времени. Из выражения (1.14) при $v_0 = 0$ следует: $v_t^2 = 2as$, или

$$v_t = \sqrt{2as}. \qquad (1.16)$$

Для равнозамедленного движения с нулевой конечной скоростью выражение для пути (1.13) остается неизменным, а выражение (1.14) преобразуется:

$$v_0 = \sqrt{2as}. \qquad (1.17)$$

Из (2.15) следует, что при равноускоренном движении без начальной скорости пути, пройденные за разные промежутки времени, относятся, как квадраты промежутков времени, за которые они пройдены. Путь, пройденный при этом за первую секунду, численно равен половине ускорения, а пути, проходимые за последовательные равные промежутки времени, относятся друг к другу, как последовательный ряд нечетных целых чисел: $s_1 : s_2 : s_3 : s_4 ... = 1 : 3 : 5 : 7 ...$.

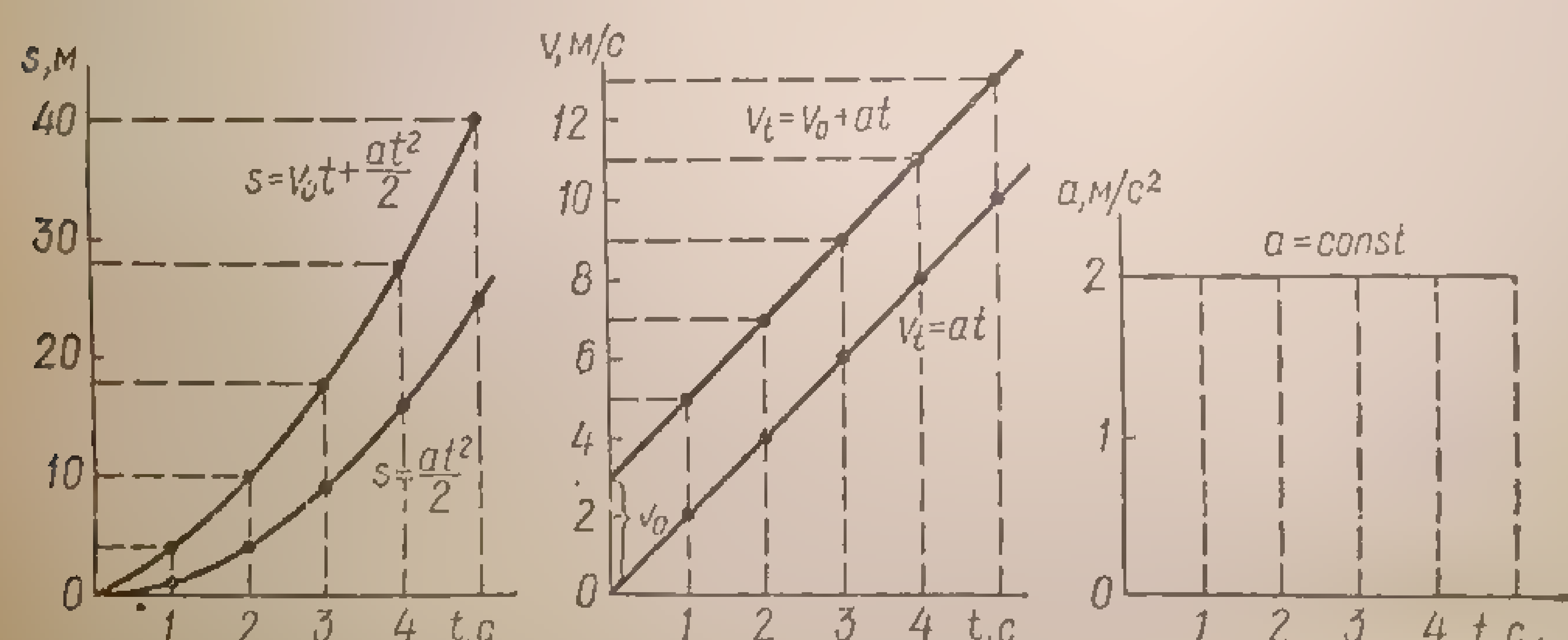


Рис. 3.

Графики пути, скорости и ускорения равнопеременного движения. Графики пути, скорости и ускорения (рис. 3) построены для равноускоренного движения с ускорением $a = 2$ м/с² и начальной скоростью $v_0 = 3$ м/с. Нижние кривые на рисунках соответствуют тому же движению с нулевой начальной скоростью. В этом случае график пути изображается параболической кривой.

Графики скорости при равнопеременном движении представляют собой прямые линии, угол наклона которых к осям координат и отсекаемые на них отрезки определяются величиной и знаком ускорения, а также значением начальной скорости. Тангенс угла наклона прямой к оси времени численно равен ускорению.

Если известен график скорости любого неравномерного движения, путь пройденный при этом движении определяется площадью, ограниченной осью времени, графиком скорости и двумя вертикальными отрезками, проведенными из точек, соответствующих началу и концу времени движения. Из этого правила следует, что путь s, пройденный телом при равнопеременном движении, определяется площадью трапеции, ограниченной отрезком оси времени t, основаниями, образованными начальной v_0 и конечной $v_0 \pm at$ скоростями и графиком скорости. Площадь такой трапеции $s = \frac{v_0 + (v_0 \pm at)}{2} \cdot t = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$, т. е. мы получили иным способом выражение (1.13).

Свободное падение тел. Примером равноускоренного движения является свободное падение тел в безвоздушном пространстве. Законы свободного падения тел открыл итальянский физик Галилео Галилей (1564—1642).

Все тела в одном и том же месте падают с одинаковым ускорением. Это ускорение g называется *ускорением свободного падения*. Численное значение g на разных широтах земного шара колеблется от 9,7805 м/с² на экваторе до 9,8321 м/с² на полюсах. В расчетах обычно пользуются значением g, равным 9,8 м/с². Поскольку свободное падение тел является равноускоренным движением без начальной скорости, к нему применимы все формулы (1.13)—(1.17). Только в этих формулах путь s обычно заменяется высотой h, а ускорение движения — ускорением свободного падения g:

$$h = \frac{gt^2}{2}; \quad v = gt; \quad v = \sqrt{2gh}. \tag{1.18}$$

Движение тела, брошенного вертикально вверх. Примером равномернозамедленного движения может быть движение тела, брошенного вертикально вверх. Тело при этом движется вверх равномерно-замедленно до тех пор, пока скорость его не станет равной нулю. В этот момент тело достигает максимальной высоты и с этой высоты начинает свободно падать, двигаясь обратно вниз равноускоренно. Скорости и пути для любого момента времени движения тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью v_0, рассчитывают по формулам:

$$v_t = v_0 - gt; \; h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \tag{1.19}$$

Время движения тела вверх до полной остановки и максимальную высоту подъема определяют по формулам:

$$t = \frac{v_0}{g}; \quad h = \frac{v_0^2}{2g}. \tag{1.20}$$

Поскольку после равнозамедленного подъема на максимальную высоту тело начинает равноускоренно падать вниз без началь-

ной скорости с ускорением, равным по величине ускорению при движении вверх, но имеющим противоположный знак, то оно вернется в то место, откуда было брошено с первоначальной по величине скоростью (если не учитывать сопротивление воздуха).

Задачи

23. Дан вектор скорости тела в некоторый момент времени. Можно ли определить ускорение тела в этот момент?

Решение. Определить ускорение нельзя. Для определения ускорения необходимо задать скорость тела в течение некоторого промежутка времени.

24. *Между точками A и B движется по прямой тело таким образом, что, выходя из точки A с нулевой начальной скоростью, оно должно иметь в точке B скорость, равную нулю. При этом тело может двигаться равномерно или с постоянным по модулю ускорением a. Каков должен быть характер движения, чтобы время его было минимальным?*

Решение. Кривая изменения скорости со временем $v(t)$ представляет собой либо трапецию, что соответствует сначала равноускоренному движению, в середине пути — равномерному и в конце — равнозамедленному, либо треугольник, что соответствует лишь равноускоренному и равнозамедленному движениям. Угол при основании этих фигур определяется ускорением $a = \operatorname{tg} \alpha$ (единиц ускорения). Площади фигур одинаковы — это путь из A в B. Очевидно, что наименьшее основание, т. е. наименьшее время при данных значениях площади и угла α будет у треугольника. Тело половину пути должно двигаться равноускоренно, а вторую половину — равнозамедленно.

25. *Машинист пассажирского поезда идущего со скоростью $v_1 = 30$ м/с, увидел впереди на расстоянии $s = 180$ м, идущий в том же направлении с постоянной скоростью $v_2 = 12$ м/с, товарный поезд. Машинист мгновенно затормозил, торможение вызвало ускорение пассажирского поезда, равное — 1,2 м/с^2. Произойдет ли крушение?*

Решение. Оба поезда движутся по одной прямой. С точки зрения наблюдателя, находящегося в системе отсчета, связанной с товарным поездом, начальная относительная скорость v_0 пассажирского поезда равна $v_0 = v_1 - v_2 = 18$ м/с. Относительная скорость v_{0s} пассажирского поезда в конце пути s будет, согласно (1.14), $v_{0s} = \sqrt{v_0^2 - 2as} = \sqrt{-108}$ м/с. Знак минус под корнем свидетельствует о том, что относительная скорость пассажирского поезда стала равной нулю раньше, чем им был пройден путь s. Следовательно, крушение не произойдет.

26. *Два автомобиля выходят из одного пункта в одном направлении. Первый автомобиль выходит на 20 с позже второго. Оба движутся равноускоренно с ускорением 0,4 м/с^2. Через сколько времени, считая от начала движения первого автомобиля, расстояние между ними станет равно 240 м?*

Решение. Путь первого автомобиля $s_1 = \frac{at^2}{2}$. Путь второго автомобиля $s_2 = \frac{a(t-20)^2}{2}$. Расстояние между автомобилями в любой

момент времени $(s_1 - s_2) = \frac{at^2}{2} - \frac{a(t-20)^2}{2}$. Решая последнее уравнение относительно t и считая в нем расстояние между автомобилями равным 240 м, находим искомую величину:

$$t = \frac{2(s_1 - s_2) + 400a}{40a} = 40с.$$

27. Тело свободно падает с высоты $h = 270$ м. Разделить эту высоту на такие три части h_1, h_2 и h_3, чтобы на прохождение каждой из них потребовалось бы одно и то же время

Решение. Учитывая, что $t^2 = \frac{2h}{g}$, найдем путь, пройденный за время, равное $\frac{1}{3}t : h_1 = \frac{1}{2}g\left(\frac{1}{3}t\right)^2 = 30$ м, а за время равное $\frac{2}{3}t$ — путь $h' = \frac{1}{2}g\left(\frac{2}{3}t\right)^2 = 120$ м. Искомые расстояния h_2 и h_3 будут равны: $h_2 = h' - h_1 = 90$ м; $h_3 = h - h' = 150$ м. Эту задачу можно решить, используя закон об отношении расстояний, проходимых телом в равноускоренном движении без начальной скорости за последовательные равные промежутки времени. Действительно, $h_1 : h_2 : h_3 = 1:3:5$ и $h_1 + h_2 + h_3 = h$. Задача сводится к делению расстояния h на три отрезка в заданном отношении $h_1 = \frac{h}{9}\cdot 1$; $h_2 = \frac{h}{9}\cdot 3$; $h_3 = \frac{h}{9}\cdot 5$.

28. С воздушного шара, находящегося на высоте $h = 1125$ м, сброшен без начальной скорости относительно шара груз. Определите время падения груза, в случае, если шар неподвижен, и если шар спускался со скоростью $v_0 = 15$ м/с.

Решение. Время падения груза без начальной скорости относительно шара, можно рассчитать по уравнению: $h_1 = \frac{gt^2}{2}$, откуда $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \approx 15$ с. Если шар опускался со скоростью v_0, то и сброшенный с него груз имел в начале движения ту же скорость v_0. Время падения в этом случае определяем по уравнению $h = v_0t_2 + \frac{gt_2^2}{2}$, откуда $t_2 = -\frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\frac{v_0^2 + 2hg}{g^2}} \approx 14$ с. Первый корень этого уравнения равен $t_2 \approx 14$ с, второй, как не имеющий физического смысла, отбрасываем.

29. Тело падает с некоторой высоты h и последние 196 м пути проходит за 4 с. Сколько времени падало тело? Как велика высота h? Сопротивление воздуха не учитывать.

Решение. Последний участок пути — 196 м тело прошло за 4 с, имея начальную скорость v_0. Эту скорость можно определить, решив уравнение $h_2 = v_0t + \frac{gt^2}{2}$ относительно $v_0 : v_0 = \frac{2h_2 - gt^2}{2t}$. Найденная

начальная скорость для движения на первом участке пути является конечной скоростью для движения на предыдущем, причем движение на этом участке — свободное падение. Поэтому $v_0^2 = 2gh_1$ или $h_1 = = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(2h_2 - gt^2)^2}{8gt^2} = 44$ м. Общая высота h, с которой падало тело, составит $h = h_1 + h_2$. По высоте падения найдем время падения: $t = = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 7$с.

30. Мяч подброшен с земли вверх на высоту $h_1 = 5$ м. Упав на землю, он подскочил на высоту $h_2 = 3{,}2$ м. Найти начальную скорость первого броска v_0, скорость при ударе о землю v_1 и начальную скорость при отскакивании v_2. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².

Решение. При первом броске на высоту 5 м скорость бросания $v_0 = \sqrt{2gh_1} = 10$ м/с. Скорость при ударе о землю будет равна начальной скорости при бросании $v_0 = v_1 = 10$ м/с. Начальную скорость при подскоке мяча можно найти по высоте, на которую подскочил мяч: $v_2 = \sqrt{2gh_2} = 8$ м/с. При расчетах сопротивление воздуха не учитывалось. Потеря скорости произошла при ударе о землю.

31. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0. Когда оно достигло высшей точки пути из того же начального пункта, с той же начальной скоростью v_0 брошено второе тело. На каком расстоянии от начального пункта они встретятся?

Решение. Достигнув высшей точки подъема h_0, первое тело начинает падать. Уравнение его движения $h_1 = \frac{gt^2}{2}$. Второе тело брошено вверх в тот момент, когда первое начинает падать. Уравнение движения второго тела $h_2 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$. Точки отсчета пути в этих случаях разные. Для первого тела величина h_1 отсчитывается от точки начала падения (верхней точки), а h_2 отсчитывается от точки бросания (нижней точки). Встреча тел произойдет тогда, когда сумма расстояний h_1 и h_2 будет равна максимальной высоте подъема h_0, т. е. когда $h_1 + h_2 = v_0 t = h_0 = \frac{v_0^2}{2g}$. Отсюда $t = \frac{v_0}{2g}$ и $h_2 = \frac{3}{8} \cdot \frac{v_0^2}{g}$.

32. В момент времени $t = 0$ с высоты h_1 начинает свободно падать тело. Одновременно с высоты h_2 начинает двигаться вертикально вверх с начальной скоростью v_0 другое тело. Найти их относительную скорость через время t после бросания.

Решение. Тела движутся с одинаковым ускорением g. Очевидно, что их относительная скорость остается постоянной и равной v_0 в течение всего полета.

33. Камень брошен по гладкой поверхности льда со скоростью 12 м/с. Сколько времени будет двигаться камень до остановки, если ускорение при его движении равно 0,6 м/с²? Какое расстояние s пройдет камень до остановки и какова его средняя скорость движения $v_{ср}$? Движение считать равнопеременным.

Ответ. $s = 120$ м, $v_{ср} = 6$ м/с.

34. Тело, выведенное из состояния покоя, двигаясь равноускоренно, прошло путь $s = 180$ м за время $t = 15$ с. Какое расстояние l прошло тело за время $t_1 = 5$ с?

Ответ. $l = 20$ м.

35. При посадочной скорости 75 м/с длина пробега самолета равна 1 км. Определить ускорение a и время пробега по посадочной полосе аэродрома t, считая движение равнозамедленным.

Ответ. $a \approx -2{,}8$ м/с², $t \approx 27$ с.

36. Определить, на какую величину путь, пройденный свободно падающим телом в n-ю секунду, больше пути, пройденного в предыдущую секунду?

Ответ. Путь, проходимый телом в свободном падении за последующую секунду, больше пути, пройденного за предыдущую секунду, на величину, численно равную ускорению свободного падения g.

37. С вертолета сбросили без начальной скорости два груза, причем второй на $t = 1$ с позже первого. Определить расстояние между грузами l_1 через $t_1 = 2$ с и l_2 через $t_2 = 4$ с после начала падения первого груза.

Ответ. $l_1 \approx 15$ м, $l_2 \approx 34$ м.

38. С некоторой высоты свободно падает тело. Через $T = 2$ с с той же высоты падает второе тело. Через сколько секунд (t) удвоится расстояние, разделявшее тела до начала падения второго тела?

Ответ. $t = 3$ с.

39. Стрела пущена вертикально вверх со скоростью $v_0 = 39{,}2$ м/с. Через сколько времени t от начала движения она упадет обратно? На какую высоту h она поднимется?

Ответ. $t = 8$ с, $h = 78{,}4$ м.

40. Звук от выстрела и пуля достигают одновременно высоты 680 м. Какова начальная скорость пули v_0, если скорость звука 340 м/с? Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ $v_0 = 350$ м/с.

41. Аэростат поднимается без начальной скорости с поверхности земли с ускорением 2 м/с². Через 5 с от начала подъема с него сброшен балласт без начальной скорости относительно аэростата. Через сколько времени после сбрасывания балласт упадет на землю? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².

Ответ. $t = 3{,}4$ с.

42. Два шарика бросают вертикально вверх, причем второй шарик бросают через t_0 с после первого. Начальная скорость первого шарика v_0. С какой скоростью надо бросить второй шарик, чтобы он: *а*) упал на 3 с позднее первого; *б*) упал на 3 с раньше первого?

Ответ. *а*) $v_1 = v_0 + gt_0$; *б*) $v_1 = v_0 - 2gt_0$.

§ 5. Криволинейное движение

Если траектория движения изображается кривой линией, то перемещение точки (направленный отрезок, соединяющий ее начальное и конечное положения) в отличие от прямолинейного движения, не будет лежать на траектории. В этом случае длина пройденного пути отсчитывается не по прямой, а вдоль криволинейной

траектории. Вектор скорости, который при любом движении направлен так же, как и перемещение, в этом случае тоже не лежит на траектории. Это относится и к ускорению при криволинейном движении. Величина скорости криволинейного движения определяется отношением длины пути, пройденного точкой вдоль траектории за малый промежуток времени, к величине этого времени. Направление скорости при криволинейном движении в каждый момент времени отличается от предыдущего, поэтому скоростью криволинейного движения называют мгновенную скорость. *Мгновенная скорость* движения тела в любой точке криволинейной траектории направлена по касательной к траектории в этой точке. Численное значение скорости криволинейного движения может быть постоянным или изменяться от точки к точке на его траектории.

В общем случае криволинейного движения со временем меняется и величина и направление скорости, т. е. движение происходит с ускорением. Для того, чтобы определить ускорение по величине и направлению, нужно знать изменение величины и направления скорости. Если за промежуток времени t скорость изменилась от значения $\vec{v}_1$ до значения $\vec{v}_2$, то изменение скорости выразится их векторной разностью — вектором $\Delta\vec{v}$, а ускорение $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ и направление его совпадает с $\Delta\vec{v}$. Выбирая достаточно малое Δt, можно получить вектор мгновенного ускорения. Направление ускорения криволинейного движения, в отличие от прямолинейного движения, не совпадает с направлением его скорости — скорости направлены по касательным к траектории, а ускорение при криволинейном движении всегда направлено в сторону вогнутости траектории (так как разность скоростей в двух близких точках траектории всегда направлена в сторону искривления траектории).

Равномерное круговое движение. При равномерном движении точки со скоростью v по окружности с радиусом R ускорение a постоянно по величине и равно:

$$a = \frac{v^2}{R}. \qquad (1.21)$$

Ускорение направлено перпендикулярно к направлению скорости, а именно — к центру окружности. Такое ускорение называют *центростремительным*.

Равномерное вращательное движение тела. При вращательном движении все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Вращательное движение любой точки тела характеризуется углом поворота тела вокруг оси вращения. *Углом поворота* называют угол, на который поворачивается перпендикуляр, опущенный из произвольной точки тела на ось вращения.

Отношение угла поворота φ ко времени t, за которое произошел поворот, называется *угловой скоростью*

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \qquad (1.22)$$

Угловую скорость измеряют в радианах в секунду (рад/с). Так как при одном обороте тело поворачивается на угол в 2π радиан, то для тела, совершившего n оборотов за время t, угловая скорость

$$\omega = \frac{2\pi n}{t}. \tag{1.23}$$

Отношение $\frac{n}{t}$, равное числу оборотов в секунду, называют *частотой вращения*, а время, в течение которого совершается полный оборот,— *периодом вращения:*

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{t}{n} = \frac{2\pi}{\omega}. \tag{1.24}$$

Угловую скорость можно выразить через частоту или период вращения:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}. \tag{1.25}$$

Скорость, определяемую отношением длины дуги, по которой движется точка, к промежутку времени, за который пройдена эта дуга, называют *линейной скоростью*. Численное значение линейной скорости точки v равно произведению угловой скорости ω на расстояние точки от оси вращения r:

$$v = \omega \cdot r = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r\nu. \tag{1.26}$$

Задачи

43. Найти траекторию тела, зная, что модуль его скорости b постоянен, а угол между направлениями вектора скорости в данный момент и в момент времени $t = 0$ меняется по закону $\varphi_0 = kt$, где $k = \text{const}$. Определить ускорение тела в момент t.

Решение. Описанное движение — это равномерное движение по окружности с угловой скоростью k. При таком движении скорость по модулю постоянна, а вектор скорости равномерно вращается. Угол его поворота φ равен углу поворота тела относительно начального положения. Радиус окружности $R = \frac{b}{k}$. Ускорение тела $a = \frac{v^2}{R} = bk$.

44. Минутная стрелка часов в 3 раза длиннее секундной. Каково соотношение между линейными скоростями концов этих стрелок?

Решение. Линейная скорость конца секундной стрелки, делающей $n = 1$ об/мин, равна: $v_c = 2\pi Rn$. Линейная скорость конца минутной стрелки, имеющей в три раза большую длину (радиус) и делающей

$n_1 = \frac{1}{60}$ об/мин, равна $v_{мин} = 2\pi 3 R n_1$. Соотношение линейных скоростей концов этих стрелок: $\frac{v_с}{v_{мин}} = \frac{2\pi R n}{6\pi R n_1} = 20$.

45. На станке сверлится отверстие диаметром $D = 15 \cdot 10^{-3}$ м со скоростью $v = 0{,}628$ м/с и подачей $h = 0{,}3 \cdot 10^{-3}$ м за один оборот. Какова глубина отверстия H, если его сверлили в продолжение $t = 60$ с?

Решение. Число оборотов сверла в 1 с равно: $n = \frac{v}{2\pi R} = \frac{v}{\pi D}$. Зная число оборотов сверла и подачу на 1 оборот, определим глубину отверстия $H = hnt = \frac{hv}{\pi D} t = 0{,}24$ м.

46. Вал начинает вращаться и в первые 10 с совершает 50 оборотов. Считая вращение вала равноускоренным, определить угловое ускорение и конечную угловую скорость.

Решение. Найдем среднее число оборотов в 1 с: $n_{ср} = \frac{50}{10} = 5$ оборотов. Если движение равноускоренное, то среднее число оборотов равно полусумме начального и конечного числа оборотов $n_{ср} = \frac{n + n_0}{2}$. Начальное число оборотов равнялось нулю (движение из состояния покоя), поэтому $n = 2n_{ср} = 10$ оборотов за 1 с. Отсюда находим конечную угловую скорость $\omega = 2\pi n = 62{,}8$ рад/с. По формуле, аналогичной формуле линейного ускорения, вычислим угловое ускорение ε : $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\omega}{t} = 6{,}28 \frac{1}{с} \approx 6{,}3$ рад/с^2.

47. Колесо велосипеда имеет радиус $R = 0{,}4$ м С какой скоростью движется велосипед, если колесо делает 100 оборотов в минуту? Какова угловая скорость вращения колеса при этом движении?

Решение. Угловая скорость колеса определится из соотношения $\omega = 2\,\pi n \approx 10{,}5$ рад/с. Линейная скорость при радиусе 0,4 м $v = \omega R = 4{,}2$ м/с.

48. Сколько оборотов в секунду делают ведущие колеса паровоза диаметром 1,5 м при скорости 20 м/с?

Решение. Линейная скорость паровоза 20 м/с, радиус его колес 0,75 м. По этим данным из соотношения линейной скорости и числа оборотов определим число оборотов колес: $n = \frac{v}{2\pi R} = 4{,}2$ об/с.

49. Лента перематывается с одной катушки на другую. Скорость подачи ленты постоянна и равна v. Найти угловую скорость вращения мотка через время t после начала перемотки. Начальный радиус мотка r_0, толщина ленты Δl

Решение. Для определения угловой скорости ω необходимо знать, какой радиус будет иметь моток через время t, так как $\omega = \frac{v}{r}$. Объем ленты, смотанной за время t, равен $V = vt\Delta l h$, где vt — длина, Δl — толщина и h ширина ленты. С другой стороны, этот же

объем равен $\pi(r_0^2 - r^2)h$ и, следовательно, $\pi(r_0^2 - r^2)h = vt\Delta l$;

$$r = \sqrt{r_0^2 - \frac{vt\Delta l}{\pi}}, \text{ и отсюда } \omega = \frac{v}{\sqrt{r_0^2 - \frac{vt\Delta l}{\pi}}}.$$

50. Мальчик вращает камень, привязанный к веревке длиной $R = 1$, м в вертикальной плоскости так, что камень проходит верхнюю точку с минимально возможной скоростью. В момент подъема, когда веревка располагается горизонтально, мальчик выпускает ее. На какую максимальную высоту H поднимается камень, если ось вращения находится на расстоянии $h = 1{,}5$ м от поверхности земли? Веревку считать нерастяжимой, весом веревки и сопротивлением движению пренебречь.

Ответ. $H = h + \frac{3}{2}R = 3$ м.

51. Определить радиус R маховика, если при вращении скорость точек на его ободе $v_1 = 6$ м/с, а точек, находящихся на 15 см ближе к оси, $v_2 = 5{,}5$ м/с.

Ответ. $R = 1{,}8$ м.

52. При вращении тела по окружности угол α между полным ускорением a и линейной скоростью v равен 30°. Каково численное значение отношения нормальной (перпендикулярной к траектории) и тангенциальной (касательной к траектории) составляющей ускорения $\frac{a_n}{a_\tau}$?

Ответ. $\frac{a_n}{a_\tau} = \operatorname{tg}\alpha = 0{,}58$.

53. Найти линейную скорость v и центростремительное ускорение a точек на поверхности земного шара: а) на экваторе, б) на широте $\varphi = 60°$. Средний радиус земного шара $R = 64 \cdot 10^5$ м.

Ответ. а) $v_0 = 465$ м/с, $a_0 = 0{,}034$ м/с², б) $v_\varphi = 233$ м/с, $a_\varphi = 0{,}017$ м/с².

54. Маховое колесо, вращающееся со скоростью 4 об/с, останавливается в течение 30 с. Считая движение равнопеременным, найти число оборотов n колеса до полной остановки.

Ответ. $n = 60$ оборотов.

55. Поезд въезжает на закругленный участок пути с начальной скоростью 15 м/с и проходит путь 600 м за 30 с. Радиус закругления равен 1 км. Надо определить скорость v и полное ускорение a поезда в конце этого пути.

Ответ. $v = 25$ м/с, $a = 0{,}708$ м/с²

§ 6. Законы динамики

Движение тел характеризуется величиной перемещения, скоростью и ускорением. Динамика изучает причины возникновения ускорения дает способы определения ее величины и направления. Основоположником динамики является английский физик И. Ньютон (1643—1727)

Первый закон Ньютона. Наблюдения показывают, что если тело находится в покое, то оно не может прийти в движение пока

на него не подействует какое-либо другое тело при непосредственном соприкосновении (удар, давление), или на расстоянии (притяжение тел Землей, железа — магнитом).

Если на тело не действуют никакие другие тела, или действие других тел компенсируется, то тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного равномерного движения. Этот основной закон динамики называется первым законом Ньютона. Из него следует, что движущееся тело не может остановиться, увеличить или уменьшить скорость, или изменить ее направление без воздействия на это тело других тел. Само по себе тело будет продолжать движение без ускорения, со скоростью, постоянной по величине и направлению (состояние покоя — частный случай равномерного движения со скоростью $v = 0$). Свойство тела при отсутствии внешних воздействий сохранять состояние покоя или прямолинейного равномерного движения называется *инертностью*, а движение материальной точки, свободной от внешних воздействий,— *движением по инерции*. Инертность—одно из самых общих свойств материи, присущее всем телам. Воздействие других тел вызывает изменение скорости движения тела, являясь, таким образом, причиной появления ускорения. Поэтому изменение скорости тела продолжается все время, в течение которого длится воздействие. С прекращением его прекращается и изменение скорости движения, но не само движение.

Первый закон Ньютона, называемый также законом инерции, справедлив не во всех системах отсчета. *Система отсчета*, в которой выполняется закон инерции (т. е. тело движется без ускорения, если действия на него других тел компенсируются), называется *инерциальной*. Система отсчета, в которой не выполняется первый закон Ньютона, называется *неинерциальной*.

Любая система отсчета, покоящаяся или движущаяся равномерно и прямолинейно относительно какой-либо инерциальной системы, сама является инерциальной. Всякая система, движущаяся ускоренно по отношению к инерциальной системе, является неинерциальной. Для всех инерциальных систем справедлив *принцип относительности Галилея:* все законы механики одинаково формулируются для всех *инерциальных систем*.

Масса тел. При всяком взаимодействии двух тел оба они получают ускорения, направленные в противоположные стороны. Отношение численных значений ускорений всегда имеет одну и ту же величину, хотя сами ускорения каждого из тел могут различаться в разных взаимодействиях. Это отношение не зависит от вида взаимодействия и определяется свойством самих тел. Свойство материальной точки приобретать под действием внешней силы ускорение, а в отсутствии внешних воздействий — сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения — называется *инертностью*. Величиной, выражающей меру инертности тела, является его масса. *Массой тела* называют физическую величину, являющуюся мерой его инерционных и гравитационных свойств. Тело, получающее в результате взаимодействия с другим телом большее ускорение, обладает меньшей массой. Отношение ускорений двух взаимодействующих тел равно обратному отношению их масс

$$-\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}. \qquad (1.27)$$

знак «минус» означает, что ускорения a_1 и a_2 направлены в разные стороны.

Если несколько тел соединяются в одно, их массы складываются. Масса тела не зависит от скорости его движения для скоростей, намного меньших скорости света. Численные значения масс различных тел определяют, сравнивая их взаимодействие с телом, масса которого принимается за единицу массы. За единицу массы (эталон массы) в системе СИ принята международная единица массы — килограмм. Это — масса, равная массе международного платино-иридиевого прототипа, представляющего собой гирю в виде прямого цилиндра диаметром и высотой 39 мм.

Сила. Сила — векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел. Сила полностью задана, если указаны ее численное значение, направление и точка приложения.

Из равенства (1.27) следует: $m_1a_1 = -m_2a_2$, т. е. произведение массы тела на получаемое им при взаимодействии ускорение по численной величине одинаково для обоих взаимодействующих тел. Это произведение принимается за величину силы F.

Направлена сила в ту же сторону, что и ускорение, следовательно,

$$\vec{F} = m\vec{a}. \tag{1.28}$$

Единицей силы является сила, сообщающая телу с единичной массой единичное ускорение. Единицей силы в системе СИ является сила, сообщающая телу массой 1 кг ускорение 1 м/с^2. Эта единица называется ньютоном (Н).

Если на тело действует несколько сил одновременно, ускорение тела равно ускорению, которое тело получило бы, если бы на него действовала одна сила, равная векторной сумме, называемой *равнодействующей* всех приложенных сил.

Применяя понятие силы, *первый закон Ньютона* можно сформулировать следующим образом: если сумма сил, приложенных к телу, равна нулю, то тело либо покоится, либо движется прямолинейно и равномерно. Следует отметить, что этот вывод строго относится только к материальной точке, так как тело при этом условии может еще вращаться.

Второй закон Ньютона. Второй закон Ньютона устанавливает соотношение между силой, массой и ускорением. *Величина ускорения тела прямо пропорциональна равнодействующей всех сил, действующих на тело, и обратно пропорциональна массе тела. Направление ускорения совпадает с направлением равнодействующей всех сил:*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \tag{1.29}$$

Зная зависимость силы от времени и координат, обычно выражаемую найденной из опыта формулой, можно найти ускорение движения, а следовательно, его скорость и положение в каждый момент времени. Например, если на тело действует постоянная сила, то и ускорение тела при этом будет постоянным по величине и направлению. Следовательно, под действием постоянной силы тело

будет совершать прямолинейное равнопеременное движение, **путь**, скорость и ускорение для которого выражаются соответственно формулами (1.13), (1.14) и (1.29). Второй закон Ньютона так же, как и первый, выполняется только в инерциальных системах отсчета.

Соотношение между массой и весом тела. Любое тело притягивается к Земле с силой, равной произведению его массы на ускорение свободного падения:

$$\vec{F} = m\vec{g}. \tag{1.30}$$

Эта сила называется силой тяжести.

Весом тела P называется сила, с которой тело вследствие земного притяжения действует на опору. Вес тела и сила тяжести не всегда равны между собой (см. стр. 54), однако, за исключением специально отмеченных случаев, понятие «сила тяжести» отождествляется с понятием «вес тела». Составив два выражения (1.30) для тел разной массы и разделив первое на второе, получим соотношение между весами и массами тел $\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}$. Вес тел измеряется на пружинных весах, на которых вес тела уравновешивается силой упругости пружины. Таким образом, соотношение между весами и массами тел дает возможность определять массы тел взвешиванием, что гораздо удобнее, чем определять их по ускорениям при взаимодействии с эталоном.

Плотность и удельный вес. Плотностью вещества ρ называется величина, равная отношению массы тела m к его объему V:

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{1.31}$$

Плотность в системе СИ измеряется в кг/м³.

Удельным весом вещества γ называется величина, равная отношению веса тела P к его объему V:

$$\gamma = \frac{P}{V}. \tag{1.32}$$

Удельный вес измеряется в системе единиц СИ в Н/м³. Удельный вес и плотность тела связаны соотношением $\gamma = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V}$. Заменив отношение ρ плотностью, получим

$$\gamma = \rho g, \tag{1.33}$$

откуда следует, что удельный вес тела равен его плотности, умноженной на ускорение силы тяжести.

Импульс и количество движения. Силу, действующую на тело, можно определить через изменение скорости движения тела, происшедшее в результате воздействия этой силы. Подставим ускорение, выраженное через разность скоростей (1.8) в выражение (1.28):

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\,\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} = \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{t}. \tag{1.34}$$

Отсюда видно, что сила прямо пропорциональна произведению массы тела на изменение его скорости и обратно пропорциональна времени, в течение которого изменялась скорость. Если $v_0 = 0$, формула (1.34) примет вид $\vec{F} = \frac{m\vec{v}}{t}$, откуда $\vec{v} = \frac{\vec{F}t}{m}$, т. е. скорость изменяется прямо пропорционально силе и времени, в течение которого сила действует на тело.

Преобразуем формулу (1.34):

$$\vec{F}t = m\vec{v}_0 - m\vec{v}_0. \tag{1.35}$$

Обе части этого равенства имеют свое наименование. *Произведение массы тела на его скорость называется импульсом или количеством движения тела. Произведение силы на время ее действия называется импульсом силы.*

Количество движения $m\vec{v}$ является векторной величиной, направление которой совпадает с направлением скорости. Импульс силы $\vec{F}t$ — также вектор, направление которого совпадает с направлением силы. Изменение количества движения $m\vec{v} - m\vec{v}_0$ в результате действия силы тоже векторная величина, направленная в сторону действия силы.

Пользуясь понятием импульса, можно дать следующее определение силы: сила, действующая на тело, численно равна изменению его импульса в единицу времени.

Второй закон Ньютона, представленный в виде (1.35), формулируется так: изменение количества движения тела равно импульсу приложенной силы и направлено в сторону действия силы.

Импульс силы и количество движения измеряются в одних и тех же единицах, в системе СИ — в Н · с.

Третий закон Ньютона. Отношение ускорений, получаемых двумя взаимодействующими телами, численно равно обратному отношению их масс (1.27). Представим это соотношение в векторной форме:

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2. \tag{1.36}$$

Каждая часть равенства (1.36) представляет собой силы, действующие на первое и второе тело при их взаимодействии, откуда следует, что *действия двух тел друг на друга равны по величине и противоположны по направлению. Это третий закон Ньютона.*

Силы при взаимодействии имеют одинаковую природу: если первое тело действует на второе силой трения, то и второе действует на первое тоже силой трения и т. д. Несмотря на то, что силы численно равны и противоположно направлены, они не уравновешивают друг друга, потому что приложены к разным телам.

Законы Ньютона дают возможность решать задачи, связанные с динамикой тел. Среди задач динамики различают две основные задачи: 1) по известному закону движения тела определить действующие на него силы; 2) по известным силам, действующим на тело, найти закон его движения, т. е. определить положение тела в любой момент времени.

56. Почему пассажиры любого вида транспорта при внезапной остановке наклоняются вперед, а при резком увеличении скорости движения — назад?

Ответ. Отклонение пассажиров при резком ускорении или замедлении движения транспорта объясняется стремлением тела сохранять величину и направление скорости своего движения (инерция).

57. При каком условии пароход, плывущий против течения, будет иметь постоянную скорость?

Ответ. Движение с постоянной скоростью возможно в том случае, если равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равна нулю. К пароходу, плывущему против течения, приложены сила тяги машин парохода, направленная в сторону движения, и сила сопротивления воды и воздуха, направленная против движения. При движении от причала сила тяги превышает силы сопротивления и равнодействующая сил создает ускорение. С увеличением скорости силы сопротивления возрастают, равнодействующая сил тяги и сопротивления уменьшается и наконец становится равной нулю. С этого момента движение парохода становится равномерным.

58. Какая должна быть приложена сила, чтобы ранее покоившееся тело массой 0,3 кг в течение 5 с прошло путь 25 м?

Решение. Величину силы определим из второго закона Ньютона $F = ma$, а ускорение — из уравнения пути равноускоренного движения без начальной скорости $s = \frac{at^2}{2}$. Тогда $F = m\frac{2s}{t^2}$. Подставив численные значения, получим $F = 0{,}6$Н.

59. Камень массой $m = 1$ кг при падении из состояния покоя с высоты $h = 30$ м имел в конечный момент падения скорость $v = 23$ м/с. Чему равна средняя сила сопротивления F_c воздуха?

Решение. Сила сопротивления воздуха задерживает падение камня. Поэтому $F_c = P - ma = mg - ma = m(g - a)$. Ускорение движения камня выразим через конечную скорость и пройденный путь $a = \frac{v^2}{2h}$. Тогда $F_c = m\left(g - \frac{v^2}{2h}\right) \approx 1$Н.

60. На гладком столе лежат два связанных нитью груза: $m_1 = 0{,}2$ кг и $m_2 = 0{,}3$ кг. К ним приложена сила $F_1 = 0{,}6$ Н и $F_2 = 1$ Н. С каким ускорением движутся грузы и какова сила натяжения соединяющей их нити? Трение не учитывать.

Решение. Ускорение системы найдем из уравнения движения $F_2 - F_1 = Ma = (m_1 + m_2)a$, откуда $a = \frac{F_2 - F_1}{m_1 + m_2} = 0{,}8$ м/с^2. Натяжение нити определим из уравнения движения одного из тел системы, например правого, $F_2 - F_н = m_2 a = \frac{F_2 - F_1}{m_1 + m_2} \cdot m_2$, откуда $F_н = F_2 - \frac{F_2 - F_1}{m_1 + m_2} \cdot m_2 = 0{,}76$Н.

61. С каким ускорением a трактор ведет прицеп, если сопротивление движению равно $F_c = 1{,}5$ кН, масса прицепа $m = 0{,}5$ т, а сила тяги на крюке трактора $F_т = 1{,}6$ кН?

Решение. Так как на тело действуют две силы: $F_т$ — в направлении движения и F_c — против движения, то уравнение движения запишется так: $F_т - F_c = ma$, откуда $a = \frac{F_т - F_c}{m}$. Все приведенные в условии величины выражены внесистемными единицами, в тысячу раз большими принятых в системе СИ. Так как при вычислении берется их отношение, то можно делать расчет в килоньютонах и тоннах: $a = 0{,}5$ м/с^2.

62. Буксирный пароход ведет три груженные баржи, соединенные последовательно при помощи тросов. Водоизмещение (вес) каждой баржи $P = 4{,}9$ МН. Сила сопротивления F_c воды для первой баржи составляет 12 кН, для второй — 10 кН, для третьей — 9 кН. Сила тяги на крюке буксира $F_т$ равна 46 кН. С каким ускорением a движется караван? Какова сила натяжения T каждого троса?

Решение. Чтобы определить ускорение системы, рассмотрим силы действующие на нее. В направлении движения на систему действует сила тяги буксира $F_т$. Против движения действуют силы сопротивления F_{c1}, F_{c2} и F_{c3} (силы натяжения тросов взаимно уравновешиваются и скорости движения системы не изменяются). Уравнение движения системы $F_т - (F_{c1} + F_{c2} + F_{c3}) = Ma = \frac{3P}{g} a$. Откуда ускорение $a = \frac{g}{3P}[F_т - (F_{c1} + F_{c2} + F_{c3})] = 0{,}01$ м/с^2. Чтобы определить силы натяжения тросов, рассмотрим силы, действующие на каждую баржу. На первую баржу в направлении движения действует сила тяги $F_т$, против движения — сила сопротивления F_{c1} и сила реакции троса T_2 (по величине эта сила равна силе натяжения троса). Движение первой баржи описывается уравнением $F_т - (F_{c1} + T_2) = \frac{P}{g} a$. На вторую баржу в направлении движения действует сила реакции троса T_2, а против движения — сила сопротивления и сила реакции троса T_3. Движение второй баржи опишется уравнением $T_2 - (F_{c2} + T_3) = \frac{P}{g} a$. На третью баржу в направлении движения действует сила реакции троса T_3, а против движения — сила сопротивления. Движение третьей баржи опишется уравнением $T_3 - F_{c3} = \frac{P}{g} a$. Зная величину ускорения, последовательно найдем натяжения тросов $T_3 = \frac{P}{g} a + F_{c3} = 14$ кН; $T_2 = \frac{P}{g} a + F_{c2} + T_3 = 29$ кН; $T_1 = F_т = 46$ кН.

63. Выразить плотность и удельный вес железа в единицах системы СИ, принимая за исходную величину $\rho = 7{,}8$ г/см^3.

Решение. Плотность $\rho = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельный вес $\gamma = \rho \cdot g \approx 7{,}7 \cdot 10^4$ Н/м^3.

64. Деревянная модель отливки имеет массу $m_1 = 5$ кг. Какова будет масса m_2 чугунной отливки, если плотность древесины $\rho_1 = 0,5 \cdot 10^3$ кг/м³, а чугуна — $\rho_2 = 7 \cdot 10^3$ кг/м³.

Решение. Массу чугунной отливки определим из соотношения $m_2 = \rho_2 V_2$. Объем чугуна V_2, равный объему деревянной модели V_1, найдем из соотношения $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$. Отсюда $m_2 = \frac{\rho_2}{\rho_1} m_1 = 70$ кг.

65. 1) Почему при выстреле пуля оставляет в стекле небольшое отверстие, а брошенная рукой, разбивает стекло на кусочки?

2) Если выстрелить из винтовки по пустой банке, пуля пробьет в ней только небольшое отверстие. Но если выстрел будет произведен по банке, наполненной водой, то банка будет разрушена полностью. Почему?

Решение. 1) Это объясняется инерцией стекла. Во время выстрела из винтовки пуля имеет такую большую скорость, что, пробивая стекло, не успевает нарушить покой всей поверхности стекла. Пуля, брошенная рукой, летит медленнее и успевает сообщить стеклу определенную скорость движения, что и приводит к его разрушению.

2) Когда банка наполнена водой, пуля, пробив банку, попадает в малосжимаемую среду, создающую большое давление на стенки банки, от которого она разрушается.

66. Канат переброшен через блок, причем часть каната лежит на столе, часть — на полу. После того, как канат отпустили, он начал двигаться со временем равномерно. Определить скорость этого движения. Высота стола h.

Решение. При равномерном движении каната за время Δt в движение приводится отрезок каната длиной $l = v\Delta t$, (где v — его скорость), которому сила $F = \rho g h$ сообщает количество движения $\rho(v\Delta t)v = \rho v^2 \Delta t$, где ρ — масса единицы длины каната. Поэтому $\rho g h \Delta t = \rho v^2 \Delta t$, откуда $v = \sqrt{gh}$.

67. Мячик свободно падает с высоты h на гладкую горизонтальную поверхность. Считая удар абсолютно упругим*, а время удара равным Δt, найти среднюю силу F, с которой действовал мяч на поверхность стола во время удара. Масса мяча m.

Решение. Силу найдем, определив изменение импульса мяча $\vec{F}_1 \Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$, где $\vec{F}_1$ — сила, действующая на мяч со стороны поверхности. Согласно третьему закону Ньютона, $\vec{F}_1 = -\vec{F}$. Так как удар был абсолютно упругим, $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$. Учитывая, что $v_1 = \sqrt{2gh}$, получаем $F = -F_1 = -\frac{2mv}{\Delta t} = -\frac{2m}{\Delta t}\sqrt{2gh}$.

68. Тело весом 30 Н падает в воздухе вертикально вниз с ускорением 8 м/с². Найти силу сопротивления воздуха.

Ответ. $F \approx 5,5$ Н.

69. Поезд весом 9,8 МН отходит от станции. Какой скорости v достигнет этот поезд на расстоянии 1 км, если локомотив развивает силу тяги в 210 кН, а сила сопротивления движению считается

* При абсолютно упругом ударе модуль скорости не изменяется, а направление скорости меняется на противоположное.

постоянной и составляет 0,005 веса поезда? Через сколько времени t будет достигнута эта скорость?

Ответ. $v \approx 18,5$ м/с, $t \approx 108$ с.

70. Локомотив по горизонтальному пути развивает постоянную силу тяги в 147 кН. На участке пути длиной 600 м скорость поезда возросла с 9 м/с до 15 м/с. Определить силу сопротивления движению F_0, если масса поезда равна 10^6 кг.

Ответ. $F_0 = 27$ кН.

71. Троллейбус весом 122 кН трогается с места и в течение 3 с достигает скорости 4,2 м/с. Какую силу тяги развивает мотор троллейбуса при этом движении, если считать движение равноускоренным. Силу сопротивления принять равной 0,02 веса троллейбуса?

Ответ. $F_т \approx 20$ кН.

72. На горизонтальном столе лежит деревянный брусок весом 5 Н, который приводится в движение грузом 3Н, подвешенным на одном конце нити, перекинутой через блок и привязанной другим концом к бруску. Коэффициент трения при движении бруска равен 0,2. С каким ускорением a будет двигаться брусок и какова сила натяжения нити $F_н$? Трение в блоке не учитывать.

Ответ. $a = 2,45$ м/с^2, $F_н = 2,25$ Н.

73. С каким ускорением a надо поднимать груз на веревке, чтобы сила натяжения веревки была в 2 раза больше веса груза?

Ответ. $a = g$.

74. Две гири массой 5 кг и 3 кг подвешены на концах нити, перекинутой через неподвижный блок, причем меньшая гиря находится на 1 м ниже, чем большая. Определить, через сколько времени гири будут находиться на одинаковой высоте, если им дать возможность двигаться под действием силы тяжести.

Ответ. $a = 2,45$ м/с^2, $t = 0,64$ с.

75. Если концы деревянной палки положить на два стакана и с силой ударить палку тяжелым предметом посередине, палка переломится, а стаканы останутся целы. Как можно объяснить это явление?

Ответ. Это явление объясняется на основании закона инерции: резкий удар сообщает движение средней части палки. Действие происходит мгновенно, поэтому концы палки не успевают прийти в движение, чтоб передать дополнительное давление удара на стаканы.

76. Какой объем V алюминия имеет такой же вес, как 4 м^3 меди?

Ответ. $V = 13,2$ м^3.

77. Мяч массой 0,1 кг, летящий со скоростью 1,5 м/с, пойман на лету. Какова сила удара F мяча об руку, если он остановлен за 0,03 с?

Ответ. $F = 5$ Н.

78. Баржу отталкивают от пристани, прилагая усилие 500 Н. За 40 с баржа отошла от пристани на 1 м. Какова масса m баржи? Сопротивление воды не учитывать.

Ответ. $m = 4 \cdot 10^5$ кг.

Силы, проявляющиеся при механическом движении тел, можно разделить на силы: упругости, трения и гравитационные (силы всемирного тяготения). Силы упругости и трения сводятся к действию электромагнитных сил, связанных с природой самого вещества.

Сила упругости. Все тела состоят из атомов, представляющих собой положительно заряженные ядра, вокруг которых вращаются отрицательно заряженные электроны. В нормальных условиях оба вида зарядов в теле уравновешены так, что все тела оказываются нейтральными. Между атомами внутри тела существует сильное электрическое взаимодействие, меняющее свое направление при изменении расстояния между атомами. При сравнительно больших расстояниях атомы притягиваются, при малых — отталкивают я друг от друга. При некотором промежуточном расстоянии эти силы уравновешиваются. На таком расстоянии, около 10^{-10} м, располагаются атомы в твердом теле. Если такое тело растянуть — расстояния между атомами увеличатся, при этом возникнут силы притяжения, стремящиеся вернуть тело в прежнее состояние. Если тело сжать — атомы сблизятся, между ними возникнут силы отталкивания, стремящиеся вернуть атомы на прежние места. Следовательно, при растяжении и сжатии тела в нем возникнут силы, стремящиеся восстановить первоначальные размеры тела. Эти силы называют силами упругости.

Силы упругости возникают также при изгибе и кручении тела, так как и в этих случаях изменяется взаимное расположение атомов.

Изменение размеров или формы тела под действием внешней силы называют деформацией. Сила упругости, возникающая при деформации, направлена в сторону, противоположную направлению смещения частиц тела, вызванного деформацией. При деформации соприкасающихся тел сила упругости перпендикулярна к поверхности соприкосновения.

Деформация тел и действие сил упругости встречаются повсеместно. Книга, лежащая на столе, деформирует его, вызывая силу упругости, направленную вертикально вверх и уравновешивающую силу притяжения книги к Земле; шар, висящий на шнуре, удлиняет шнур, вызывая действие силы, направленной в противоположную деформации сторону и по величине равной силе притяжения шара к Земле.

Силу упругости, действующую со стороны опоры или подвеса, называют силой реакции опоры или силой реакции подвеса.

Деформация называется упругой, если после прекращения действия силы деформация полностью исчезает. Тела, деформация которых сохраняется после прекращения действия силы, называют пластичными. Упругие тела — резиновый мяч, стальная пружина; пластичные — глина, воск.

Зависимость силы упругости от величины деформации выражается *законом Гука*, по имени английского ученого Р. Гука (1635—1703). Сила упругости $F_{упр}$, возникающая при упругой деформации, пропорциональна деформации тела x:

$$F_{упр} = -kx. \qquad (1.37)$$

Знак «минус» означает, что направление силы упругости противоположно направлению деформации. Из (1.37) видно, что сила упругости зависит от смещения. Ускорение тела под действием силы упругости можно найти из уравнения $F = ma$: $a = -\frac{kx}{m}$. Коэффициент k называют жесткостью упругого тела: $k = -\frac{F_{упр}}{x}$. В системе СИ она выражается в ньютонах на метр (Н/м).

Для каждого тела есть предельная деформация, выше которой сила упругости перестает быть пропорциональной деформации. В этом случае после прекращения действия силы в теле сохраняется *остаточная* деформация. При очень больших деформациях наступает разрушение тела.

В частном случае при растяжении упругого стержня длиной l растягивающая сила F, а следовательно, и сила упругости $F_{упр}$, пропорциональна относительному удлинению стержня $\frac{\Delta l}{l}$, площади его поперечного сечения S и зависит от материала, из которого сделан стержень:

$$F_{упр} = -F = -E\frac{\Delta l}{l}\cdot S. \qquad (1.38)$$

Коэффициент пропорциональности E называется *модулем упругости* или *модулем Юнга*. Величина σ, численно равная силе упругости, приходящейся на единицу площади сечения тела, называется *напряжением*

$$\sigma = \frac{F_{упр}}{S} = E\frac{\Delta l}{l}, \qquad (1.39)$$

т. е. напряжение растяжения стержня пропорционально его относительному удлинению. Напряжение, при котором происходит разрыв стержня, называют пределом прочности.

Закон Гука дает возможность просто и удобно измерять любую силу, приложенную к телу, не измеряя его ускорения: измеряемую силу прикладывают к упругому телу с известной жесткостью. Для этой цели используют пружину, один конец которой закреплен, а к другому — присоединяют тело, на которое действует искомая сила F. Тело, получив ускорение, начинает перемещаться. При некотором значении удлинения сила упругости пружины $F_{упр}$ уравновесит действующую на тело силу F. Зная жесткость пружины k и измерив удлинение x, можно силу упругости найти по формуле (1.37). Искомая сила F отличается от $F_{упр}$ только знаком (направлением): $F = -F_{упр} = kx$. Прибор для измерения силы, основанный на этом принципе, называется *динамометром*. Если его шкалу проградуировать не в единицах удлинения, а в единицах силы, можно пользоваться таким прибором для определения веса тел.

Сила трения. На поверхности тел всегда имеются неровности и шероховатости. При движении соприкасающихся тел относительно друг друга эти неровности деформируются, вызывая появление сил трения, похожих на силы упругости. Под действием силы трения

тело получает отрицательное ускорение, направленное в сторону, противоположную скорости. Величину $F_{тр}$ определяют по второму закону Ньютона $F_{тр} = ma$. Сила трения направлена вдоль поверхности соприкосновения тел, по касательной.

Сила трения, возникающая при относительном движении соприкасающихся тел, называется *силой трения скольжения*. При качении одного тела по поверхности другого возникает *сила трения качения*, значительно меньшая, чем сила трения скольжения для этих же тел. Сила трения действует и между соприкасающимися телами, находящимися в относительном покое (*сила трения покоя*). Величину ее можно определить, если сдвинуть покоящееся тело с помощью груза, перекинутого через блок, и связанного с телом через динамометр. С увеличением веса груза сила трения покоя растет, но до некоторой максимальной силы трения покоя. Дальнейшее увеличение груза вызывает ускорение тела, оно начинает двигаться. Сила трения скольжения приблизительно равна максимальной силе трения покоя. Таким образом, сила трения всегда равна и противоположна по направлению силе, которая приложена к телу извне, параллельно поверхности соприкосновения. Величина силы трения скольжения $F_{тр}$, а следовательно, и максимальная сила трения покоя, пропорциональна прижимающей силе F_n, создающей контакт между соприкасающимися поверхностями:

$$F_{тр} = f \cdot F_n. \qquad (1.40)$$

Коэффициент трения f — величина безразмерная, равная отношению $\frac{F_{тр}}{F_n}$ и обычно меньше единицы (сила трения меньше прижимающей силы). Коэффициент трения зависит от материалов, из которых сделаны поверхности тел, от их чистоты и обработки и не зависит от площади соприкасающихся поверхностей и относительного расположения обоих тел.

Трение между двумя соприкасающимися твердыми телами называют сухим. Численное значение силы сухого трения при малых скоростях почти не зависит от скорости движения трущихся поверхностей, но при изменении направления скорости — изменяется и направление силы трения. Коэффициент трения можно существенно снизить благодаря смазке. Если соприкасаются два тела из одного и того же материала с тщательно обработанными поверхностями, то коэффициент трения может быть больше единицы из-за возникновения сил сцепления между ними, вызванных взаимным притяжением атомов.

Сила сопротивления движению тела в жидкости или газе. Сила сопротивления возникает и при движении тела в жидкости или газовой среде, но, в отличие от сухого трения, сила трения покоя отсутствует. Возникает она только при относительном движении и направлена против движения. Численное ее значение зависит от скорости движения.

При небольших скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости движения

$$F = -\beta_1 \quad v. \qquad (1.41)$$

При больших скоростях — пропорциональна квадрату скорости

$$F = -\beta_2 \cdot v^2. \tag{1.42}$$

Коэффициенты β_1 и β_2 зависят от формы тела. Геометрическая форма, при которой сила сопротивления значительно уменьшается, называется обтекаемой. При трении между движущимися твердым телом и жидкостью или газом в соответствии с третьим законом Ньютона возникают две силы, одинаковые по величине и направленные в противоположные стороны вдоль поверхности соприкосновения. Одна из них приложена к твердому телу, другая — к жидкости или газу.

Сила всемирного тяготения. Ускорение свободного падения в одной и той же точке земной поверхности постоянно и одинаково для тел любой массы. Согласно второму закону Ньютона ускорение тел зависит от их массы $a = \frac{F}{m}$. Но ускорение свободного падения не зависит от массы тел, так как сама сила, с которой Земля действует на тело, пропорциональна массе тела. В соответствии с третьим законом Ньютона, тело тоже притягивает Землю с такой же силой. Следует предположить, что сила взаимного притяжения должна быть пропорциональна массам каждого из притягивающихся тел, и этим свойством взаимного притяжения должны обладать все тела Вселенной. *Закон всемирного тяготения* открыл Ньютон: *все тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними*:

$$F = \gamma \frac{M \cdot m}{r^2}, \tag{1.43}$$

где M и m — массы тел, r — расстояние между ними, γ — коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех тел в природе, называемый постоянной всемирного тяготения, или гравитационной постоянной. Размерность его в системе СИ: $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} = \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$. Численное значение γ, полученное из опытов, равно $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$. Гравитационная постоянная численно равна силе притяжения между двумя телами массой по 1 кг на расстоянии 1 м. Эта сила очень мала.

Исходя из закона всемирного тяготения, можно дать новое определение массы: *масса тела* — это величина, выражающая свойство тела притягиваться к другим телам и определяющая силу этого притяжения.

Таким образом, масса оказалась величиной, определяющей и ускорение тела под действием других тел и силу его притяжения к другим телам. Несмотря на эквивалентность этих величин, иногда массу, входящую в формулу второго закона Ньютона $F = ma$, называют инертной массой, а массу, входящую в закон всемирного тяготения (1.43),— гравитационной.

Сила тяжести. Все тела у земной поверхности испытывают действие силы притяжения, направленной к центру Земли, $F = \frac{\gamma M m}{R^2}$, где

M и R — соответственно масса и радиус Земли, m — масса тела. Сила притяжения заставляет тело свободно падать. Если пренебречь вращением Земли, то силу тяжести можно принять равной силе притяжения. Тогда ускорение этого движения g можно найти из второго закона Ньютона:

$$g = \frac{F}{m} = \frac{\gamma Mm}{mR^2} = \gamma \frac{M}{R^2}, \quad (1.44)$$

откуда видно, что ускорение свободного падения не зависит от массы тела, оно одинаково для всех тел. Хотя ускорение свободного падения одинаково для всех тел, величина его неодинакова в разных местах Земли. На полюсе $g = 9{,}83$ м/с^2, на экваторе $g = 9{,}78$ м/с^2. Обычно для величины ускорения свободного падения принимается его значение на широте 45°, равное 9,81 м/с^2. Различие значений ускорения свободного падения в разных точках Земли объясняется приплюснутостью Земли у полюсов, в результате чего расстояние до центра Земли у полюсов меньше, чем на экваторе. Другой причиной является вращение Земли вокруг оси. В районах Земли, содержащих залежи пород, плотность которых отличается от средней плотности Земли, также наблюдается изменение ускорения свободного падения. (Это явление используется геологами для поиска залежей полезных ископаемых.) Ускорение свободного падения и сила тяжести изменяются с изменением расстояния, так что на высоте h над поверхностью Земли ускорение свободного падения

$$g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}. \quad (1.45)$$

Уменьшение ускорения свободного падения на 1 м/с^2 происходит при подъеме на высоту около 300 км. При небольших расстояниях, в несколько километров от поверхности Земли, ускорение свободного падения можно считать постоянным.

Аналогичные силы тяготения испытывают тела вблизи любого другого тела большой массы — звезд, Луны, планет и тел Солнечной системы. Силы тяготения действуют на больших расстояниях в безвоздушном пространстве. Ускорение свободного падения вблизи каждого из тел определяется его массой и размерами.

Вес движущегося тела. Весом тела называют силу, с которой тело действует на опору или подвес вследствие тяготения к Земле. Если тело и опора находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения относительно Земли, вес тела равен силе тяжести. Если тело движется с ускорением $\vec{a}$, направление которого совпадает с направлением ускорения свободного падения, вес его будет меньше веса покоящегося тела:

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}). \quad (1.46)$$

Если ускорение тела $\vec{a}$ направлено в сторону, противоположную ускорению свободного падения, вес тела увеличивается:

$$\vec{P} = m(\vec{g} + \vec{a}). \quad (1.47)$$

Увеличение веса тела, вызванное его ускоренным движением, называется перегрузкой.

В случае, если тело вместе с весами совершает свободное падение, вес тела оказывается равным нулю, т. е. и опора и тело движутся с одинаковым ускорением, а вес тела равен: $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{g}) = 0$. Тело, движущееся под действием силы всемирного тяготения, находится в состоянии невесомости. Из (1.46) и (1.47) следует, что вес тела равен силе тяжести, действующей на него, в том случае, когда тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения относительно Земли ($a = 0$, $P = mg$). Измеряя вес тела пружинными весами и зная ускорение свободного падения g, можно вычислить массу тела по формуле $m = \frac{P}{g}$.

Вес тела с большой точностью (до миллионных долей грамма) можно определить на рычажных весах, где вес тела сравнивается с весом уравновешивающих его гирь.

Масса и плотность Земли. Пользуясь законом всемирного тяготения (1.44), можно получить выражение для массы Земли $M = \frac{gR^2}{\gamma}$. Зная среднюю величину ускорения свободного падения 9,8 м/с², гравитационной постоянной $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м³/кг · с² и радиуса Земли $R = 6{,}38 \cdot 10^6$ м, находим массу Земли $M \approx 6 \cdot 10^{24}$ кг. Вычислив объем Земли $V = \frac{3}{4}\pi R^3 = 1{,}1 \cdot 10^{21}$ м³, можем определить и среднюю плотность Земли $\rho = \frac{M}{V} = 5{,}5 \cdot 10^3$ кг/м³. Плотность Земли не однородна: плотность земной коры меньше, а ядра — больше средней плотности. По предположениям геологов ядро Земли состоит из расплавленного железа и никеля.

Задачи.

79. Какой диаметр должен быть у круглого стержня, чтобы при нагрузке $P = 24{,}5$ кН растягивающее напряжение σ в нем было равно $58{,}8 \cdot 10^6$ Н/м²? Найти также абсолютное удлинение стержня $l - l_0$, если его начальная длина 2 м. Модуль упругости $E = 196 \cdot 10^9$ Н/м².

Решение. Диаметр стержня определим, зная напряжение и площадь поперечного сечения $\sigma = \frac{P}{s}$; $s = \frac{\pi d^2}{4}$; $d = \sqrt{\frac{4P}{\pi\sigma}} \approx 2{,}3 \times 10^{-2}$ м. Абсолютное удлинение стержня найдем по уравнению $l - l_0 = \frac{Pl_0}{sE} \approx 0{,}6 \cdot 10^{-3}$ м.

80. Каков запас прочности тросов, на которых подвешена кабина лифта, если общее сечение тросов $2 \cdot 10^{-4}$ м², а вес кабины с пассажирами 4,9 кН? Предел прочности стали, из которой изготовлен трос, $5 \cdot 10^8$ Н/м².

Решение. Запасом прочности k называется число, показывающее, во сколько раз величина допускаемого напряжения меньше предела

прочности $k = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma_{доп}}$. $\sigma_{доп}$ — допущено строителями, $\sigma_{доп} = \frac{P}{s}$.

Отсюда $k = \frac{\sigma_{пред} \cdot s}{P} = 20$.

81. Тело движется по горизонтальной поверхности. Форма траектории — окружность. Как будет изменяться вектор силы трения при движении?

Решение. Вектор силы трений также будет двигаться по окружности. В этом смысле можно говорить о зависимости вектора силы трения от скорости, точнее, от направления скорости, так как эти векторы антипараллельны во время движения тела.

82. Всегда ли трение скольжения больше трения качения?

Решение. Трение качения тем меньше, чем меньше деформируются каток и поверхность, по которой он катится (например, при движении по железной дороге). Если же деформация значительна (при движении по снегу, песку), то трение качения может оказаться больше трения скольжения (сани по снегу тянуть легче, чем телегу).

83. Диаметр одного шарика в два раза больше, чем другого. После начального периода ускоренного движения шарики равномерно падают в воздухе. Плотность их одинакова. Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости и площади поперечного сечения шарика (площади большого круга). Определить, во сколько раз различаются скорости падения шариков. Выталкивающей силой, действующей в воздухе на шарики, пренебречь.

Решение. При равномерном падении шариков в воздухе их вес уравновешивается силой сопротивления воздуха. Так как $P_1 = \rho g V_1$ и $P_2 = \rho g V_2$, то $\frac{k v_1^2 s_1}{k v_2^2 s_2} = \frac{V_1}{V_2}$, где V_1, V_2 — объемы, а s_1 и s_2 — площади поперечного сечения шариков. Отсюда находим $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{d_1}{d_2}}$, где d_1 и d_2 — диаметры шариков. Тогда $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$, или $v_1 = \sqrt{2}\, v_2$, т. е. скорость большего шарика в $\sqrt{2}$ раз больше скорости меньшего.

84. Масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг, масса Луны $7{,}3 \cdot 10^{22}$ кг, расстояние между их центрами $384 \cdot 10^6$ м. Определить силу тяготения между Землей и Луной.

Решение. Сила тяготения между Землей и Луной определится из закона всемирного тяготения: $F = \gamma \frac{Mm}{R^2}$. При вычислении в системе СИ для гравитационной постоянной надо взять значение $6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$, тогда $F \approx 2 \cdot 10^{20}$ Н.

85. На прямой, соединяющей Землю и Луну, определить точку, в которой равнодействующая сил притяжения Земли и Луны равна нулю. Расстояние между Землей и Луной — 60 земных радиусов R, а масса Земли в 81 раз больше массы Луны.

Решение. В искомой точке, отстоящей от Земли на расстоянии r и от Луны — на r_1, силы притяжения тела Землей и Луной одина-

ковы, т. е. $\gamma \frac{M_з \cdot m}{r^2} = \gamma \frac{M_л \cdot m}{r_1^2}$. Учитывая, что $M_з = 81\ M_л$ и $r + r_1 = 60\ R$, получим $\frac{81}{r^2} = \frac{1}{(60R - r)^2}$, откуда $r = \frac{9 \cdot 60\ R}{10} = 54\ R$, т. е. искомая точка лежит на расстоянии 54 R от центра Земли.

86. Радиус одного из астероидов $r = 2{,}5 \cdot 10^3$ м. Считая, что плотность астероида $\rho = 5{,}5 \cdot 10^3$ кг/м³, найти ускорение силы тяжести a на его поверхности и определить, на какую высоту поднялся бы человек, подпрыгнув на астероиде с усилием, достаточным для прыжка на Земле на высоту 0,5 м.

Решение. В соответствии со вторым законом Ньютона, $mg_a = \gamma \frac{mM_a}{r^2} = \gamma \frac{4m\pi r^3\rho}{3r^2}$, откуда $g_a = \frac{4}{3}\pi\gamma r\rho \approx 0{,}385 \cdot 10^{-2}$ м/с². При одинаковом усилии начальные скорости человека $v^2 = 2gh$ будут одинаковыми, т. е. $g_a h_a = gh$, откуда $h_a = \frac{gh}{g_a} \approx 1270$ м.

87. Вычислить модуль упругости E стальной проволоки, если при нагрузке 117,6 Н проволока длиной 1200 мм и поперечным сечением 0,36 мм² удлиняется на 2 мм.

Ответ. $E = 196 \cdot 10^9$ Н/м².

88. Найти напряжение σ в шейке крюка подъемного крана при полной нагрузке, если диаметр шейки крюка 28 мм, а грузоподъемность крана 29,4 кН.

Ответ. $\sigma \approx 4{,}9 \cdot 10^7$ Н/м².

89. На гладкую доску положили два кирпича, один плашмя, другой — на ребро. Вес кирпичей одинаков. Какой кирпич начнет сползать первым, если постепенно поднимать один конец доски?

Ответ. Кирпичи начнут сползать одновременно. Оба кирпича давят на доску с одинаковой силой, а, следовательно, одинаковы и силы трения, которые приходится им преодолевать. Удельные силы трения, приходящиеся на единицу площади соприкосновения кирпичей с доской, различны. Но общие силы трения, действующие на кирпичи и равные произведению удельной силы трения на площадь соприкосновения, будут одинаковы.

90. Напряжение в круглом стальном стержне при нагрузке $P = 11{,}76$ кН равно $\sigma = 29{,}4 \cdot 10^6$ Н/м². Каково будет напряжение σ_1 в стержне при нагрузке 23,5 кН?

Ответ. $\sigma_1 = 588 \cdot 10^5$ Н/м².

91. Можно ли уничтожить трение между двумя поверхностями, тщательно их отшлифовав?

Ответ. Нельзя. Чем лучше отшлифованы поверхности, тем больше сила сцепления между ними, вызванная взаимным притяжением атомов.

92. На спускающегося парашютиста действует сила земного притяжения, но движется он равномерно. Объясните это.

Ответ. На парашютиста действует также сила сопротивления воздуха, возрастающая прямо пропорционально скорости падения до тех пор, пока она не станет равна силе земного притяжения. С этого момента движение парашютиста становится равномерным.

93. С какой силой F притягивает Луна гирю массой в 1 кг, находящуюся на поверхности Луны, если масса Луны $7{,}3 \cdot 10^{22}$ кг, а ее радиус $1{,}7 \cdot 10^6$ м?

Ответ. $F \approx 1{,}7$ Н.

94. Как изменится ускорение силы тяжести при опускании тела под землю на глубину h? На какой глубине ускорение силы тяжести g_1 составит 0,3 от ускорения силы тяжести над поверхностью Земли? Плотность Земли считать постоянной. Со стороны слоя, лежащего выше тела, тело не испытывает притяжения.

Ответ. $g_1 = g\frac{R-h}{R}$. Если $\frac{g_1}{g} = 0{,}3$, то $h = 0{,}7\,R$; R — радиус Земли.

95. На какой высоте h над поверхностью Земли вес тела будет в два раза меньше, чем на поверхности Земли?

Ответ. $h = 0{,}4\ R$, где R — радиус Земли.

96. Чему равно ускорение силы тяжести на высоте, равной радиусу Земли? Какое расстояние s пройдет тело за первую секунду, падая свободно с этой высоты?

Ответ. $g \approx 2{,}4$ м/с². $s = 1{,}2$ м.

97. Масса одного тела меньше другого. Если бы Земля притягивала все тела с одинаковой силой, какое упало бы быстрее? Первоначально они находились на одинаковой высоте.

Решение. Тело с меньшей массой упало бы первым, так как оно двигалось бы с бо́льшим ускорением.

§ 8. Законы движения тел в поле земного тяготения

Движение тела, брошенного вертикально. Любое тело под действием силы тяжести будет двигаться равнопеременно с ускорением g. Если пренебречь трением о воздух, то скорость и перемещение тел, брошенных вертикально вверх или вниз с начальной скоростью, вычисляют по одним и тем же формулам, но при движении вверх ускорение и скорость тела имеют противоположные направления, и в уравнениях появляется отрицательный знак:

$$v = v_0 - gt;\ h = v_0 t - \frac{gt^2}{2};\ v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}. \qquad (1.48)$$

Законы движения тела, брошенного вертикально вверх, подчиняются общему принципу обратимости механического движения: если тело, движущееся без трения под действием данной силы, остановить и сообщить ему скорость такой же величины, с какой оно двигалось до остановки, но направленную противоположно, то тело повторит свое движение по той же траектории в обратной последовательности. Для случая движения тела, брошенного вертикально, это свойство отражается в следующих особенностях движения.

Начальная скорость тела, брошенного вертикально вверх, равна по величине его конечной скорости в той же точке при падении (но направлена в противоположную сторону); время подъема тела до максимальной высоты равно времени падения его с этой высоты до исходной точки.

Движение тела, брошенного горизонтально. На тело, брошенное горизонтально с начальной скоростью v_0, во время движения действует сила тяжести mg, направленная перпендикулярно к скорости. Эта сила сообщает телу постоянное ускорение g, направленное вертикально вниз. В горизонтальном направлении на тело не действуют никакие силы (сопротивление воздуха не учитываем),

поэтому в горизонтальном направлении тело совершает равномерное прямолинейное движение со скоростью v_0.

В результате сложения этих двух движений тело, брошенное горизонтально, совершает криволинейное движение, за время t продвигаясь в горизонтальном направлении на расстояние x и опускаясь на высоту h, равные:

$$x = v_0 t; \quad h = \frac{gt^2}{2}. \tag{1.49}$$

Траектория движения тела представляет собой ветвь параболы с вершиной в точке бросания (рис. 4).

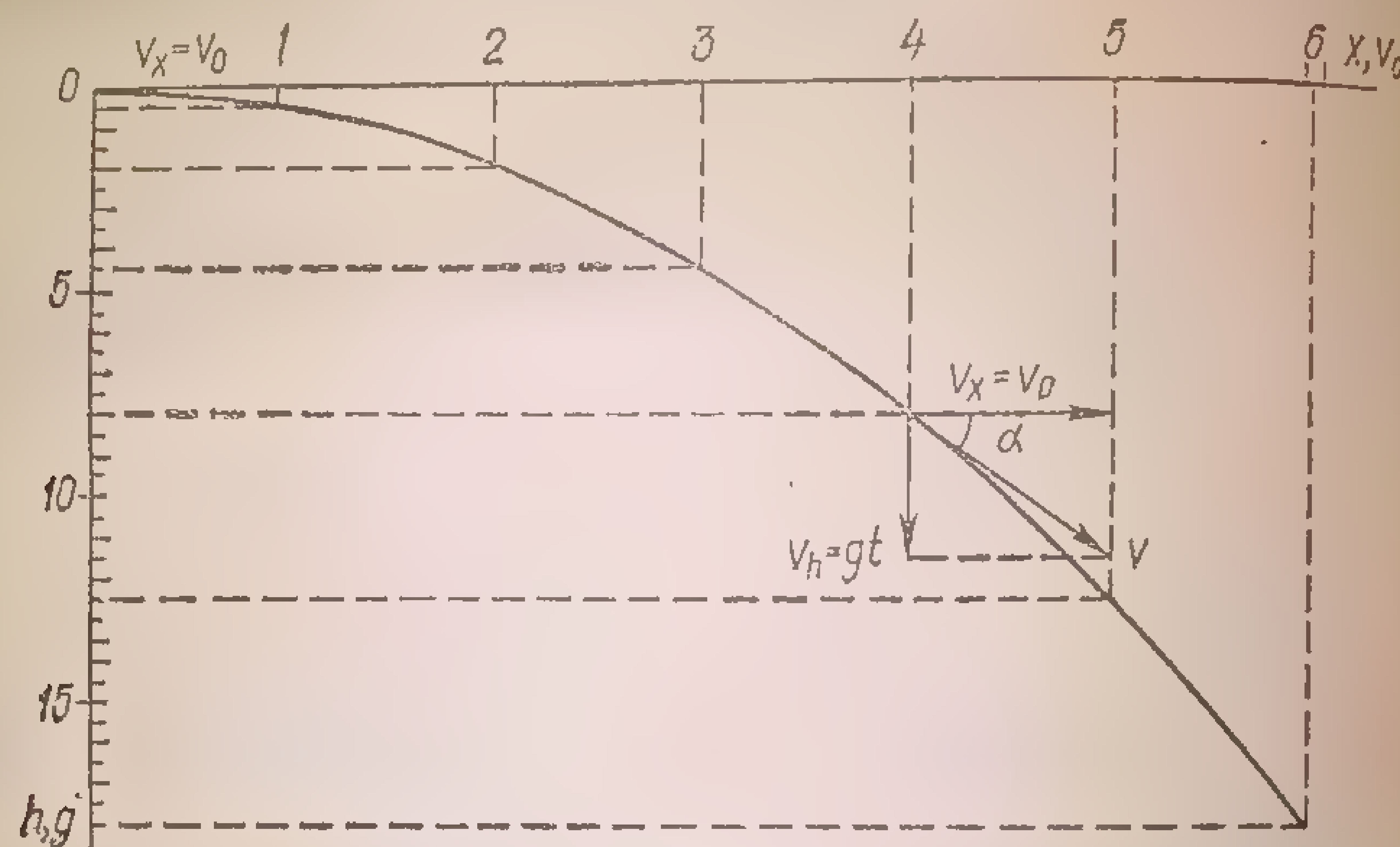


Рис. 4.

Максимальное расстояние $x_{макс}$, проходимое телом в горизонтальном направлении до точки падения, называемое *дальностью полета*,

$$x_{макс} = v_0 t, \tag{1.50}$$

где t — время падения тела, брошенного горизонтально, которое равно времени свободного падения тела с той же высоты

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \tag{1.51}$$

Из уравнений (1.50) и (1.51), содержащих одну и ту же величину t, найдем связь между дальностью полета, начальной скоростью и высотой точки вылета тела над уровнем падения:

$$x_{макс} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}. \tag{1.52}$$

Как видно из уравнения, дальность полета пропорциональна начальной скорости и квадратному корню из высоты точки вылета тела.

Направление скорости в любой точке полета определяется векторной суммой горизонтальной скорости $\vec{v}_x = \vec{v}_0$ и перпендикулярной ей скорости свободного падения $\vec{v}_h = gt$. Численное значение скорости

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2}. \tag{1.53}$$

Результирующая скорость v направлена по касательной к траектории движения. Угол α, составляемый скоростью $\vec{v}$ с горизонтальным направлением, как видно из рис. 4, определяется соотношением

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_h}{v_0} = \frac{gt}{v_0}. \tag{1.54}$$

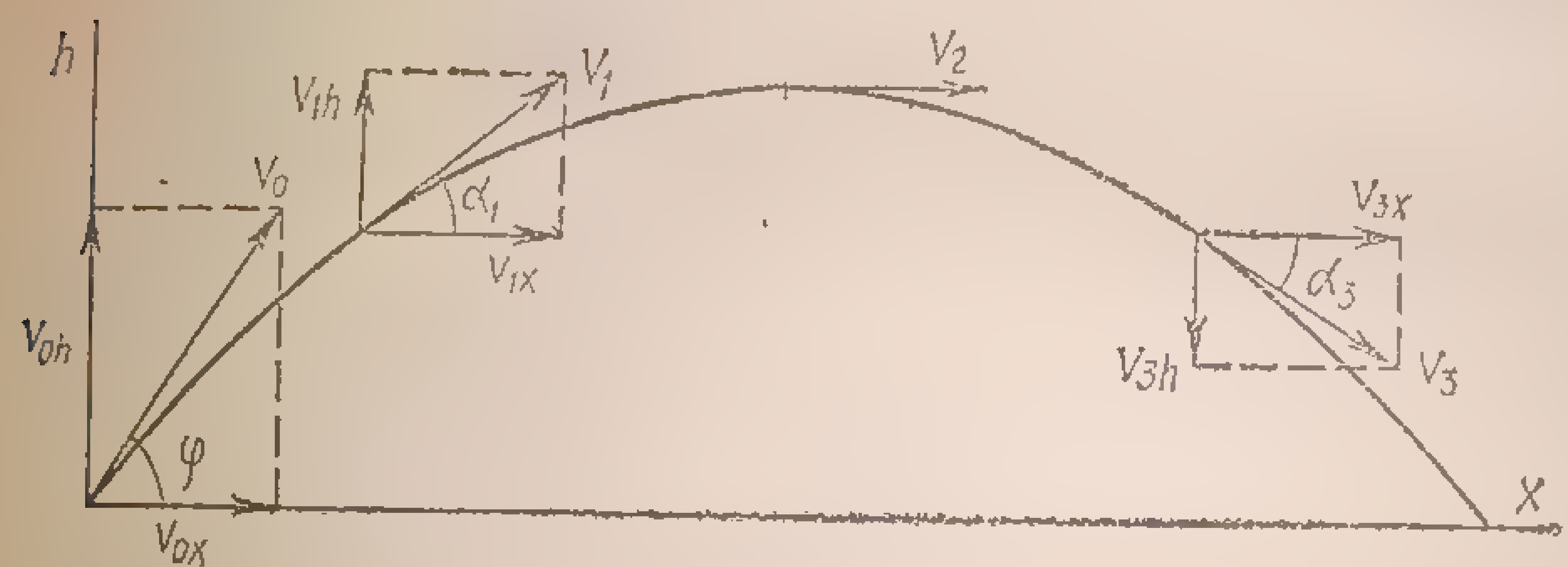


Рис. 5.

С увеличением времени полета $\operatorname{tg}\alpha$ растет до бесконечности, а угол α увеличивается до 90°.

Движение тела, брошенного под углом к горизонту. Движение тела, брошенного со скоростью v_0 под углом φ к горизонту (рис. 5), состоит из равномерного прямолинейного движения по горизонтали со скоростью

$$v_x = v_0 \cos\varphi \tag{1.55}$$

и движения по вертикали, представляющего собой движение тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью

$$v_{0h} = v_0 \sin\varphi. \tag{1.56}$$

Скорость движения по вертикали в этом случае выражается формулой

$$v_h = v_0 \sin\varphi - gt, \tag{1.57}$$

из которой следует, что скорость в вертикальном движении сначала направлена вверх и со временем по величине убывает до нуля, затем меняет направление и растет при движении вниз. Угол α между направлением скорости и горизонталью при этом изменяется так, что при подъеме до максимальной высоты $\operatorname{tg}\alpha_1 > 0$, в точке максимального подъема $\operatorname{tg}\alpha_2 = 0$ и при спуске $\operatorname{tg}\alpha_3 < 0$.

Движение тела, брошенного под углом к горизонту, с момента обращения величины вертикальной составляющей скорости v_h в нуль (в точке максимального подъема) представляет собой уже рассмотренный случай движения тела, брошенного горизонтально с начальной скоростью v_x, величина которой определяется по формуле (1.55). Следовательно, траектория этого участка движения представляет собой параболу (рис. 5).

Из свойства обратимости механического движения следует, что и движение от начала до точки максимального подъема представляет собой то же движение, но в обратной последовательности.

Время от начала движения до точки максимального подъема определим из уравнения (1.52), воспользовавшись тем, что в этой точке вертикальная составляющая скорости обращается в нуль,

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \varphi}{g}. \qquad (1.58)$$

Время подъема тела до максимальной высоты равно времени его падения, поэтому полное время движения

$$t_п = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin \varphi}{g}. \qquad (1.59)$$

Подставив значение времени движения $t = t_1$ в формулы (1.53) и (1.54), легко убедиться, что скорость в конечной точке движения тела, брошенного под углом φ к горизонту, имеет величину, равную начальной скорости v_0, и составляет угол φ с горизонтом.

Результирующая скорость v_t в любой момент времени полета тела t определяется векторной суммой скоростей $\vec{v}_x$ и $\vec{v}_h$:

$$v_t = \sqrt{v_x^2 + v_h^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2\varphi + (v_0 \sin \varphi - gt)^2} = \sqrt{v_0^2 - 2v_0 gt \sin\varphi + g^2t^2}.$$

Направление результирующей скорости определяется углом α между вектором v_t и горизонтом

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_h}{v_x} = \frac{v_0 \sin \varphi - gt}{v_0 \cos \varphi}, \qquad (1.60)$$

откуда следует, что угол α изменяется со временем от значения φ до $-\varphi$.

Высота подъема тела в любой момент времени определяется выражением $h = v_{0h}t - \frac{gt^2}{2}$, в которое нужно подставить значение v_{0h} из (1.56)

$$h = v_0 t \sin \varphi - \frac{gt^2}{2}. \qquad (1.61)$$

Для вычисления максимальной высоты подъема в (1.61) нужно подставить время подъема на максимальную высоту (1.58)

$$h_{макс} = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{2g}. \qquad (1.62)$$

Дальность полета равна горизонтальному пути $x_{макс}$, который пройдет тело за время $t_п$ (1.59) с постоянной скоростью v_x (1.55):

$$x_{макс} = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g}, \qquad (1.63)$$

Дальность полета зависит от начальной скорости v_0 и угла φ. При заданной величине скорости v_0 дальность полета будет максимальной для угла $\varphi = 45°$, так как в этом случае $\sin 2\varphi$ имеет максимальное значение, равное единице.

В действительности дальность полета снарядов и других тел, брошенных под углом к горизонту существенно, уменьшается из-за сопротивления воздуха.

Движение искусственных спутников Земли и космических ракет. Первая, вторая и третья космические скорости. Рассматривая движение тел, брошенных горизонтально, мы не принимали во внимание кривизну земной поверхности. Такое упрощение допустимо при сравнительно небольших скоростях движения и перемещениях в горизонтальном направлении. Можно, однако, подобрать такую начальную скорость v_1, при которой удаление тела от поверхности Земли из-за ее кривизны будет равно приближению его к Земле в результате действия сил притяжения. В этом случае тело будет двигаться вокруг Земли на постоянном расстоянии h от ее поверхности, т. е. станет искусственным спутником Земли. Найдем величину этой скорости.

Поскольку тело движется по окружности радиуса $R + h$ (R — радиус Земли), его центростремительное ускорение $a = \frac{v_1^2}{R+h}$. Это ускорение сообщает телу сила тяготения, $F = \gamma \frac{Mm}{(R+h)^2}$. Используя второй закон Ньютона, получаем $\frac{v_1^2}{R+h} = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}$, откуда

$$v_1 = \sqrt{\gamma \frac{M}{R+h}}. \qquad (1.64)$$

Выражение для скорости (1.64) не содержит массу тела, следовательно, спутником Земли может стать тело любой массы, которому сообщена скорость v_1.

Численное значение скорости для спутника, запускаемого вблизи поверхности Земли ($h = 0$), получим, подставляя значения $g = 9{,}8$ м/с² и $R = 6{,}38 \cdot 10^6$ *м* и учитывая, что $\gamma \frac{M}{R^2} = g$: $v_1 = \sqrt{Rg} \approx 7{,}9$ км/с. Эту скорость называют *первой космической скоростью.*

Для того чтобы искусственный спутник мог выйти за пределы влияния земного тяготения, ему нужно сообщить начальную скорость, бóльшую, чем первая космическая скорость, и достаточную для преодоления силы тяготения к Земле, имеющей максимальное значение у ее поверхности и равной нулю на бесконечно большом расстоянии от нее.

Окончательное выражение для величины этой скорости v_2 приведем без вывода

$$v_2 = \sqrt{2Rg}. \qquad (1.65)$$

Скорость v_2 называют *второй космической скоростью*, численное значение $v_2 = 11{,}2$ км/с.

Наконец, скорость v_3, которую нужно сообщить телу, чтоб оно могло преодолеть силы притяжения Земли и Солнца и уйти за пределы солнечной системы, называют *третьей космической скоростью.*

Численное значение третьей космической скорости $v_3 = 16,5$ км/с.

При вычислении реальных скоростей для запуска спутников следует, конечно, учитывать сопротивление воздуха.

Причины невесомости и перегрузок на кораблях-спутниках. Движение спутников вокруг Земли происходит под действием только силы всемирного тяготения, сообщающей телам любой массы внутри спутника одинаковые ускорения. В этом случае теряет смысл само понятие веса, так как тело внутри спутника не действует на опору или подвес. Все тела в спутнике находятся в состоянии невесомости.

Однако при запуске кораблей-спутников и возвращении их на Землю происходит изменение скорости движения на очень большую величину за небольшой промежуток времени. Следовательно, на этих участках пути корабли-спутники и находящиеся в них пассажиры и предметы испытывают действие ускорений большой величины и связанные с ними перегрузки, величина которых определяется по формулам (1.46), (1.47).

Человек, лежащий поперек направления действия ускорения, на доли секунды может перенести ускорение около 20—30 g. Если же он лежит, вытянувшись вдоль направления действия ускорения, то при ускорении около 6 g наступает состояние «черной пелены» — временной потери зрения, за которой следует потеря сознания вследствие отлива крови от головы.

Движение планет. Вокруг Солнца по замкнутым орбитам движется 9 больших планет (в порядке возрастания радиусов орбит: Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун и Плутон) и между орбитами Марса и Юпитера движется много малых планет — астероидов. Планеты движутся вокруг Солнца под действием сил тяготения, подобно тому, как искусственные спутники движутся вокруг Земли. На основании многочисленных наблюдений немецким астрономом Й. Кеплером (1571—1630) были открыты законы движения планет:

1. *Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.*

2. *Площади участков орбиты, описываемые радиус-векторами, проведенными из центра Солнца до центра планеты, за одинаковые промежутки времени, равны.*

3. *Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца прямо пропорциональны кубам больших полуосей их орбит*

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}, \qquad (1.66)$$

где T_1, T_2 — периоды обращения первой и второй планет, a_1, a_2 — большие полуоси их орбит.

Орбиты планет мало отличаются от окружностей и для простоты мы будем считать их окружностями, тогда равенство (1.66) примет вид:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}, \qquad (1.67)$$

где r_1 и r_2 — радиусы орбит первой и второй планет.

Ньютон предположил, что движение планет вокруг Солнца обусловлено действием сил всемирного тяготения: $F = \gamma \frac{Mm}{r^2}$, где M — масса Солнца, m — масса планеты, r — радиус орбиты, по которой движется планета.

Сила F сообщает планетам центростремительное ускорение, равное $\frac{v^2}{r}$. В соответствии со вторым законом Ньютона, $\frac{v^2}{r} = \frac{F}{m} = \gamma \frac{M}{r^2}$, откуда скорость движения планеты $v = \sqrt{\gamma \frac{M}{r}}$. Выразим период обращения планеты через скорость ее движения: $T = \frac{2\pi r}{v}$. Подставив значение скорости v, получим $T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\gamma \frac{M}{r}}}$, откуда

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma M}. \qquad (1.68)$$

Правая часть равенства (1.68) зависит только от массы Солнца и поэтому одинакова для всех планет, из этого следует равенство отношений квадратов периодов обращения к кубам расстояний от Солнца для всех планет. Таким образом, третий закон Кеплера (1.68) следует из закона всемирного тяготения Ньютона.

Согласно закону всемирного тяготения планеты должны притягиваться не только к Солнцу, но и друг к другу. Несмотря на большие массы планет, их суммарная величина в 700 раз меньше массы Солнца, поэтому взаимным притяжением планет обычно пренебрегают. Однако небольшие изменения в движении соседних планет все же связаны с их взаимным притяжением. Из анализа отклонения в движении Урана от движения, которое должно было бы происходить под действием сил притяжения к Солнцу и к другим известным планетам, астрономы точно вычислили, в каком месте должна находиться еще одна, вскоре открытая планета — Нептун. Аналогичным образом была открыта и другая планета — Плутон.

Центр масс. Центр тяжести. Все тела имеют определенные размеры. Движение тела определяется не только силой, приложенной к телу, но и точкой ее приложения: одна и та же сила может сообщить телу как поступательное, так и вращательное движение. Для того, чтобы тело двигалось поступательно, т. е. чтобы точки тела имели одинаковые перемещения, сила, приложенная к телу в данной его точке, должна иметь определенное направление. В каждом теле есть точка, в которой пересекаются направления действия сил, приложенных к различным точкам тела, при которых тело

движется поступательно. *Точка пересечения прямых, вдоль которых должны быть направлены силы, вызывающие поступательное движение тела, называется центром масс.*

Любая сила, действующая вдоль прямой, не проходящей через центр масс, вызывает поворот тела. Положение центра масс определяется распределением массы тела по его объему. Центр масс может находиться и вне тела (например, у обруча). Если под действием силы (или нескольких сил) тело движется поступательно, можно считать, что сила (или равнодействующая сила) приложена к центру масс. В этом случае центр масс движется так, как будто в нем сосредоточена вся масса тела и к нему приложены все действующие на тело силы. При этом все точки тела движутся с одинаковыми ускорениями, такими же, как и ускорение центра масс.

Если тело не было приведено во вращательное движение до начала падения, то под действием силы тяжести движение тела будет поступательным. Это связано с тем, что сила тяжести сообщает всем частицам тела одинаковое ускорение. При любом положении тела равнодействующая сил тяжести, приложенных ко всем частицам тела, проходит через его центр масс. Поэтому центр масс тела называют также *центром тяжести.*

Динамика вращательного движения. Центростремительная сила. При равномерном движении по окружности на тело действует постоянное по величине ускорение, направленное к центру окружности.

Ускорение тела должна вызывать сила, действующая в направлении ускорения. Следовательно, на равномерно движущееся по окружности тело действует сила, перпендикулярная к направлению движения тела и в каждый момент времени направленная к центру окружности.

Эта сила всегда действует на равномерно вращающееся по окружности тело со стороны других тел. при вращении шарика на нити — сила упругости действует со стороны растянутой нити на шарик; при движении поезда по закругленной дороге — сила давления деформированного рельса на колеса поезда, направленная к центру дуги; при вращении планет вокруг Солнца — сила притяжения к Солнцу.

Согласно второму закону Ньютона, величина силы, сообщающей телу массы m равномерное движение со скоростью v по окружности радиуса R, равна:

$$F_{цс} = m \cdot a = \frac{mv^2}{R}. \qquad (1.69)$$

Из формулы (1.69) видно, что чем меньше радиус движения, тем большая сила нужна для достижения заданной линейной скорости движения. Используя выражение для линейной скорости через угловую $v = \omega R$, ускорения $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$ и связь частоты с периодом вращения, получим выражение для силы

$$F_{цс} = m\omega^2 R = \frac{4m\pi^2 R}{T^2}. \qquad (1.70)$$

Эта сила в каждой точке окружности постоянна по величине, но направлена всегда к центру. Называется она *центростремительной силой*.

Центростремительная сила действует на вращающееся тело со стороны связей, т. е. тел, искривляющих траекторию вращающегося тела. Однако, в соответствии с третьим законом Ньютона, всякое действие вызывает равное и противоположно направленное противодействие. Поэтому одновременно с центростремительной силой всегда возникает сила реакции F_p со стороны вращающегося тела, приложенная к связям, удерживающим тело на окружности, и направленная по радиусу от центра:

$$F_p = -F_{цс}. \qquad (1.71)$$

Центростремительная сила и сила реакции равны по величине, противоположно направлены, но приложены к разным телам, поэтому они не уравновешивают друг друга. Так, при движении Луны по своей орбите на нее действует центростремительная сила — сила тяготения к Земле. Со стороны Луны на Землю при этом действует сила реакции — сила тяготения к Луне. В результате оба тела движутся вокруг общего центра, однако ускорение Земли при этом во много раз меньше ускорения Луны (из-за большого различия в их массах).

Движение на закругленных участках пути и сила трения. Центростремительной силой может являться равнодействующая нескольких сил. Рассмотрим движение тела по дуге окружности, лежащей в горизонтальной плоскости. На движущееся тело действуют две силы: сила тяжести $\vec{P}$ и сила со стороны опоры $\vec{F}$. Если тело неподвижно или движется равномерно и прямолинейно, обе эти силы направлены вертикально и уравновешивают друг друга. Для того, чтобы тело двигалось по окружности, необходимо, чтобы равнодействующая этих сил была направлена в сторону вогнутости траектории. Для этого движущееся тело должно наклониться в ту же сторону — сторону вогнутости траектории. Возникающая при этом со стороны опоры сила, направленная в сторону наклона к центру окружности, и создает необходимое центростремительное ускорение. Центростремительной силой, действующей со стороны опоры, в этом случае является сила, возникающая как равнодействующая трех сил: сил тяжести $\vec{P}$, силы реакции поверхности дороги $\vec{F}$ и силы трения $\vec{F}_{тр}$, возникающей, например, между колесами велосипеда и дорогой. Сила трения направлена по радиусу закругления и не дает колесам соскользнуть в сторону, противоположную наклону велосипеда.

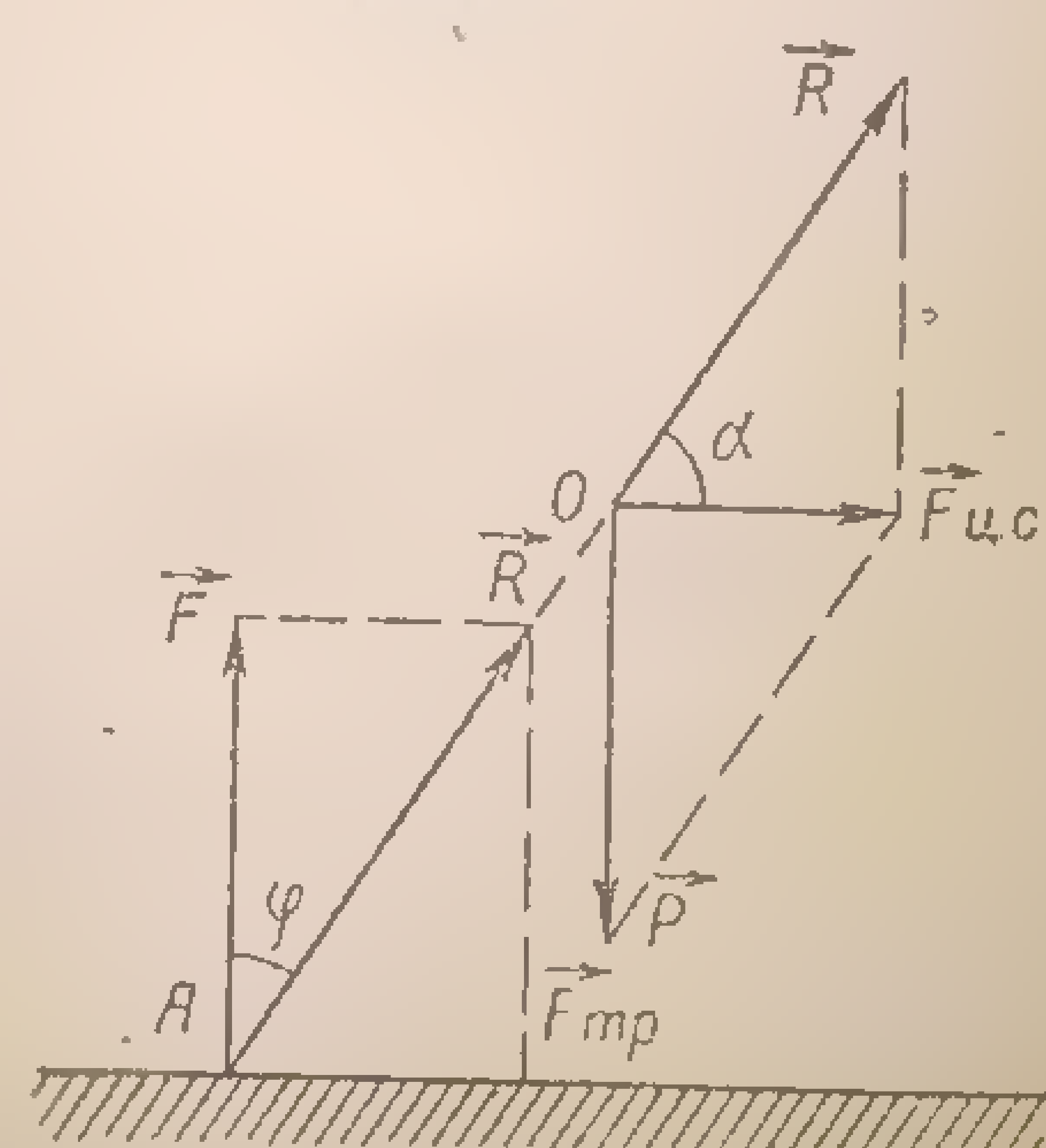


Рис. 6.

Угол наклона велосипедиста к вертикали φ (рис. 6) (или наклон пути на закруглении дороги) должен быть таким, чтобы равнодействующая $\vec{R}$ силы трения $\vec{F}_{тр}$ и силы реакции $\vec{F}$ проходила через центр тяжести O велосипеда с велосипедистом. Перенесем точку приложения силы $\vec{R}$ из точки A в центр тяжести и найдем равнодействующую сил $\vec{R}$ и $\vec{P}$. Их равнодействующая, представляющая собой центростремительную силу, равна, как видно из рисунка, силе трения $F_{тр}$. Таким образом, при движении по закругленному участку пути сила трения играет решающую роль.

Влияние вращения Земли на вес тела. Ускорение силы тяжести на экваторе отличается от ускорения силы тяжести на полюсах не только из-за того, что полярный и экваториальный радиусы Земли различны, но также и из-за вращения Земли. Действительно, тело, находящееся на экваторе, вращается по окружности, радиус которой равен радиусу Земли. Тело, находящееся на полюсе, не вращается. На тело, находящееся на экваторе и подвешенное к пружинным весам, действует сила притяжения к Земле $F=\gamma\frac{mM}{R^2}$, и упругая сила пружины $F_{упр}$, численно равная весу тела на экваторе, но направленная вверх. $F_{упр}=-mg_{экв}$. Поскольку тело, находящееся на экваторе, движется по окружности, то на него действует центростремительная сила $F_{цс}$, равная равнодействующей силы тяготения и упругой силы пружины, действующих по направлению радиуса Земли в противоположные стороны: $F_{цс}=F-F_{упр}=\gamma\frac{mM}{R^2}-mg_{экв}$, откуда следует, что вес тела на экваторе равен

$$mg_{экв}=\gamma\frac{mM}{R^2}-F_{цс}. \qquad (1.72)$$

Таким образом, вес тела на экваторе меньше силы тяготения на величину центростремительной силы. На тела, находящиеся на полюсе, центростремительная сила не действует и поэтому вес тела имеет наибольшее значение на полюсах.

Найдем максимальную величину центростремительного ускорения.

Величина центростремительного ускорения на экваторе по формуле (1.71) $a_{цс}=\frac{F_{цс}}{m}=\frac{4\pi^2}{T^2}R$. Подставляя численные значения $R=6{,}4\times 10^6$ м и $T=24$ ч $=8{,}64\cdot10^4$ с, получаем $a_{цс}=0{,}034\frac{м}{с^2}$.

Движение тел в газообразной или жидкой среде. При движении тела в газообразной или жидкой среде его поверхность все время соприкасается с частицами среды, со стороны которых на тело действуют силы, направленные против движения. Эти силы, называемые *силами сопротивления среды*, являются одним из видов сил трения. При падении тела в воздухе на него действуют две силы: постоянная сила земного притяжения F, направленная вертикально вниз, и сила сопротивления воздуха f, увеличивающаяся с возрастанием скорости падения и направленная вертикально вверх.

При небольшой скорости падения сила f меньше силы F и их равнодействующая направлена вниз. С увеличением скорости падения *сила f растет* и при некотором значении скорости v силы F и f уравновешиваются, и дальше, в соответствии с первым законом Ньютона, тело будет двигаться с постоянной скоростью, т. е. по инерции. Эта скорость называется *предельной скоростью падения.* Величина предельной скорости тем больше,чем сильнее разрежен воздух.

Кроме плотности среды, предельная скорость падения зависит от формы и размеров тела. При одной и той же форме тела из одинакового материала площадь поперечного сечения тела, а значит, и пропорциональная ей сила сопротивления, растет с увеличением размеров тела медленнее, чем сила тяжести. (Площадь поперечного сечения растет как квадрат размера, а сила тяжести — как куб размера тела.) Таким образом, чем больше размеры тела, тем больше его предельная скорость и тем с большей скоростью оно достигает Земли.

При движении тела вверх сила земного притяжения и сила сопротивления воздуха направлены вниз, поэтому скорость тела убывает быстрее, чем в безвоздушной среде. В результате тело, брошенное вверх с начальной скоростью v_0, не достигает максимальной высоты подъема в безвоздушном пространстве $h = \frac{v_0^2}{2g}$ и уже на меньшей высоте начнет падать вниз.

При падении тела вниз сопротивление воздуха уменьшает нарастание скорости и поэтому тело вернется в исходную точку со скоростью меньшей, чем v_0.

Из этого следует, что средняя скорость падения меньше средней скорости подъема тела и, следовательно, время падения на Землю будет больше времени подъема.

Влияние сопротивления воздуха особенно велико при больших скоростях движения, и учет его вносит существенные поправки в расчеты скоростей движения ракет, искусственных спутников Земли и космических кораблей.

Границы применимости законов Ньютона. Механика, основанная на законах Ньютона, называется *классической механикой.* В инерциальных системах законы Ньютона выполняются с высокой точностью для всех тел, имеющих достаточно большие размеры и движущихся со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света.

Для описания движения частиц в атомах законы Ньютона неприменимы. Движение частиц такого размера (микрочастиц) подчиняется законам *квантовой механики.*

Движение тел, скорость которых близка к скорости света, подчиняется законам релятивистской механики (теории относительности).

Задачи

98. Шарику, который первоначально находился на горизонтальном столе высотой h, сообщили скорость v_0, и он скатился по желобу на землю. Какую форму должен иметь желоб, чтобы при скатыва-

нии шарик все время касался желоба, не оказывая на него давления?

Решение. Шарик не будет оказывать на желоб давления в том случае, если форма желоба совпадает с формой траектории, по которой двигался бы шарик, свободно падая с высоты h и имея при этом горизонтальную скорость v_0. Введя координатные оси так, что в начальный момент падения координаты шарика равны $x = 0$, $y = h$, найдем зависимость координат шарика от времени: $y = h - \frac{gt^2}{2}$; $x = v_0 t$. Исключая время из этих выражений, получим, что желоб должен иметь формулу параболы: $y = h - \frac{gx^2}{2v_0^2}$.

99. Вертикально вверх брошен камень на высоту $h = 20$ м. После удара камень падает на землю. Считая удар абсолютно неупругим (камень после удара полностью теряет скорость), определить силу удара F, если известно, что начальная скорость камня $v_0 = 25$ м/с, его масса $m = 0{,}01$ кг и падает камень на землю через $t = 3{,}01$ с. Ускорение g считать равным 10 м/с^2.

Решение. Силу удара камня F можно определить, зная изменение количества движения камня $m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ и время удара Δt по уравнению: $F = \frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t}$, где $\vec{v}_1$ — скорость камня перед ударом и $\vec{v}_2$ — после удара. Переходя от векторов к их проекциям на вертикальную ось и учитывая условие неупругости удара ($v_2 = 0$), получим $-F = -\frac{mv_1}{\Delta t}$. Время удара найдем как разность времени $\Delta t = t_0 - (t_1 + t_2)$, где t_0 — общее время полета (3,01 с); t_1 — время подъема камня до высоты h с начальной скоростью v_0; t_2 — время падения с высоты h без начальной скорости.

Время t_1 определим из уравнения движения $h = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}$, откуда $t_1 = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g}$; $t_1' = 4$ с. Решение $t_1'' = 1$ с определяет время подъема на высоту h. Решение $t_1' = 4$ с определяет время, за которое камень, падая (если бы не было удара), снова оказался бы на высоте h. Поэтому $t_1 = 1$ с. Время падения $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2$ с, отсюда время удара $\Delta t = 3{,}01$ с $-$ (1 с + 2 с) = 0,01 с; $v_1 = v_0 - gt_1 = 15$ м/с. Используя полученные результаты, найдем $F = \frac{mv_1}{\Delta t} = 15$ Н.

100. Самолет летит на высоте 400 м со скоростью $v_1 = 83$ м/с. С самолета сброшен груз на судно, которое движется со скоростью $v_2 = 6$ м/с навстречу самолету. На каком расстоянии от судна надо сбросить груз?

Решение. Считая движение груза в вертикальном направлении свободным падением, определим время $t = \sqrt{\frac{2g}{g}} = 9$ с. Чтобы определить дальность полета груза, надо знать его горизонтальную ско-

рость относительно судна. Скорость самолета, а, следовательно, и груза — абсолютная. Скорость судна — переносная. Если считать направление движения самолета положительным, то $v_a = v_1$ и $v_n = -v_2$. Для сложного движения тела $v_a = v_0 + v_n$, откуда $v_0 = v_a - v_n = 89$ м/с. Зная время движения груза и его относительную скорость, определим, на каком расстоянии от судна по горизонтали должен быть сброшен груз, $s = v_0 t \approx 800$ м.

101. Вычислить первую космическую скорость у поверхности Луны, если радиус Луны 1760 км, а ускорение свободного падения на Луне составляет 0,17 земного.

Решение. Первая космическая скорость может быть рассчитана по уравнению: $v_1 = \sqrt{\gamma \frac{M}{r}}$, где M — масса Луны, а r — ее радиус. Ускорение свободного падения на Луне $g_Л = \frac{\gamma M}{r^2}$. Известно, что оно составляет 0,17 $g_З$ и, следовательно, $0{,}17\, g_З = \frac{\gamma M}{r^2}$, откуда масса Луны $M = \frac{0{,}17 r^2 g_З}{\gamma}$. Подставляя значение массы в исходное уравнение, найдем значение первой космической скорости для Луны $v_1 = 1{,}7$ км/с.

102. Какими должны быть радиус обращения искусственного спутника Земли по круговой орбите и его линейная скорость, чтобы период обращения спутника был таким же, как у Земли? Каким будет движение такого спутника относительно неподвижного наблюдателя, находящегося на Земле? (Масса Земли $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг).

Решение. Линейная скорость обращения спутника по орбите $v = \frac{2\pi R}{T}$, где R — радиус орбиты, а T — период обращения спутника, равный периоду обращения Земли (86 400 с). Та же скорость, вычисленная из условия равенства силы тяготения спутника центростремительной силе, выразится уравнением $v = \sqrt{\gamma \frac{M}{R}}$. Приравнивая правые части уравнений скорости, определим радиус орбиты $\frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$; $\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{\gamma M}{R}$; $R^3 = \frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}$ и, наконец, $R = \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}} = 4{,}2 \cdot 10^7$ м. Скорость движения спутника по орбите $v = \frac{2\pi R}{T} = 3{,}1$ км/с.

103. 1) Какие часы целесообразно применять во время космических полетов: гиревые с маятником или пружинные? 2) Как определить массу тела в мире невесомости?

Решение. 1. Во время космических полетов, когда корабль выведен на орбиту, двигатели выключаются и дальнейшее движение происходит по инерции. В это время корабль и все заключенные в нем предметы находятся только под действием сил тяготения и для всех тел наступает состояние невесомости: исчезают деформации тел и обусловленные ими действия одних тел на другие. Тела пере-

стают натягивать подвесы и давить на опоры. Предметы не будут менять положение относительно друг друга. В таком состоянии гиря не будет натягивать цепочку, а маятник будет покоиться в любом положении. Часы с гирей остановятся. В космический рейс нужно брать часы с пружиной. Ход их обусловлен силами упругости и не прекратится в состоянии невесомости.

2. Применяемые на Земле методы определения массы тела при помощи рычажных или пружинных весов в условиях невесомости оказываются несостоятельными. В этом случае масса тела может быть определена по второму закону динамики $m = \frac{F}{a}$ и $m = \frac{Ft}{v}$ путем измерения силы удара и полученного ускорения или импульса силы и полученной скорости.

104. Летчики-космонавты привыкают к перегрузкам, тренируясь на специальной центрифуге. Сколько оборотов должна делать центрифуга, чтобы перегрузка составила 12 g? Радиус вращения равен 7 м. Сколько будет «весить» космонавт при такой перегрузке, если масса его 70 кг?

Решение. Перегрузки возникают в результате действующего на летчика центростремительного ускорения, которое по условию задачи в 12 раз превышает ускорение свободного падения, т. е. $4\pi^2 n^2 R = 12g$, откуда $n = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{3g}{R}} \approx 0{,}65$ об/с ≈ 39 об/мин. «Вес» летчика в центрифуге складывается из перегрузки и действительного веса: $P_{цф} = 12P + P = 13P \simeq 8{,}9$ кН.

105. Иногда первый закон Ньютона формулируют следующим образом: «Если сумма сил, действующих на тело, равна нулю, то оно сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения». Не следует ли ввести в эту формулировку дополнительное уточнение?

Решение. Под телом надо подразумевать материальную точку. Протяженное тело при отсутствии внешних сил может не только двигаться прямолинейно и равномерно, но также и равномерно вращаться.

106. К одному концу нити длиной l подвешен груз 9,8 Н, а другой конец укреплен неподвижно. На какую высоту надо отвести груз от положения равновесия, чтобы при прохождении груза через это положение нить испытывала натяжение в 14,7 Н?

Решение. Высота, с которой отпущен груз, и скорость груза в момент прохождения им положения равновесия связаны между собой соотношением $h = \frac{v^2}{2g}$. Движение груза по окружности можно рассматривать как сложное движение, состоящее из свободного падения с высоты h и движения в горизонтальном направлении. Скорость в момент прохождения равновесия определяется только свободным падением под действием силы тяжести. Величина скорости определяет необходимую для удержания груза на окружности центростремительную силу, которая является равнодействующей сил тяжести (веса) и силы реакции нити (силы натяжения): $F_н - P = \frac{Pv^2}{gl}$. Отсюда определим скорость и подставим ее в исходное

уравнение, затем вычислим необходимую высоту подъема $v^2 =$

$$= \frac{(F_{\text{п}} - P)\,gl}{P}; \quad h = \frac{(F_{\text{п}} - P)\,l}{2P} = 0{,}25\,l.$$

107. Танк весом $5 \cdot 10^5$ Н движется по мосту со скоростью 12,4 м/с. Радиус кривизны моста 0,6 км. Найти силу давления танка на середину моста, если мост: а) вогнутый, б) выпуклый.

Решение. Если танк стоит на мосту, то на мост действует сила тяжести, направленная вниз и равная ей, а также реакция опоры (упругость моста), направленная в противоположную сторону. Мост при этом прогибается. Если танк движется, то для удержания его на вогнутой траектории необходима центростремительная сила. Центростремительная сила является равнодействующей сил реакции опоры и силы тяжести. Обе эти силы действуют по одной линии, но в противоположные стороны. Чтобы равнодействующая их могла быть направлена к центру окружности, необходимо чтобы сила реакции была больше веса P, тогда $F_{\text{д}} - P = \frac{Pv^2}{gR}$ и $F_{\text{д}} = P\left(1 + \frac{v^2}{gR}\right) \approx 513$ кН, т. е. давление на мост больше веса танка. Если мост выпуклый, то для удержания танка на окружности моста сила тяжести должна быть больше реакции моста (только в этом случае равнодействующая F будет направлена к центру окружности и создавать центростремительную силу). Тогда $F = P\left(1 - \frac{v^2}{gR}\right) \approx 487$ кН.

108. Диск вращается в горизонтальной плоскости со скоростью 30 об/мин. На расстоянии 20 см от оси вращения на диске лежит груз. Каким должен быть коэффициент трения f, чтобы груз не был сброшен с диска?

Решение. Тело сможет удержаться на поверхности диска в том случае, если сила трения будет больше или по крайней мере равна центростремительной силе, т. е. $fP \geqslant m\omega^2 r$, откуда $f \geqslant \frac{\omega^2 r}{g}$; $f \geqslant \frac{4\pi^2 n^2 r}{g}$ или $f \geqslant 0{,}2$.

109. Показать, что второй закон Ньютона для тел, между которыми действуют гравитационные силы, не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, движущейся со скоростью $\vec{v}$ относительно первой.

Решение. Запишем второй закон Ньютона в следующем виде: $\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. Сила взаимодействия $\vec{F}$ определяется расстоянием между телами, следовательно, при переходе к другой системе отсчета она останется неизменной. Величины m и Δt в правой части равенства также не зависят от скорости. Приращение скорости $\Delta\vec{v}$ не связано с величиной самой скорости. Отсюда следует, что второй закон Ньютона для тел, между которыми действуют гравитационные силы, одинаков в любой инерциальной системе.

110. Мяч брошен со скоростью $v = 10$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Определить высоту наибольшего подъема $h_{макс}$; время полета t; дальность полета s $(g = 10$ м/с$)$.

Ответ. $h_{макс} = 1{,}2$ м; $t = 1$ с; $s = 8{,}7$ м.

111. С крутого берега реки высотой $h = 20$ м горизонтально брошен камень со скоростью $v_г = 15$ м/с. Через сколько времени t камень достигнет воды? С какой скоростью v он упадет в воду? Какой угол составит вектор конечной скорости камня с поверхностью воды? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².

Ответ. $t = 2$ с, $v = 20$ м/с, $\alpha = 53°$.

112. Тело брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Найти точку, в которой его ускорение максимально.

Ответ. Ускорение одинаково во всех точках и равно g.

113. Снаряд вылетает из дула орудия под углом $\alpha = 30°$ к горизонту со скоростью $v = 600$ м/с. Через сколько времени и на каком расстоянии, считая по горизонтальному направлению от места бросания будет находиться снаряд на высоте $h = 400$ м? Какова скорость $v_г$ снаряда в высшей точке траектории? Сопротивление воздуха не учитывать

Ответ. Снаряд на высоте $h = 400$ м будет находиться дважды, при $t_1 = 1{,}4$ с и $t_2 = 59$ с на расстоянии $s_1 = 728$ м и $s_2 = 30{,}7$ км. Скорость снаряда в высшей точке равна горизонтальной составляющей скорости бросания $v_г \approx 520$ м/с.

114. Сила притяжения между свинцовым шаром массой 5 кг и шариком массой 10 г на расстоянии 7 см была равна $6{,}13 \cdot 10^{-10}$ Н. Чему равна на основании этих данных величина гравитационной постоянной γ?

Ответ. $\gamma = 6 \quad 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$.

115. Найти массу Солнца M, зная, что средняя скорость Земли по орбите составляет 30 км/с, а радиус орбиты Земли $1{,}5 \cdot 10^8$ км.

Ответ. $M \approx 2 \cdot 10^{30}$ кг.

116. Средняя высота, с которой спутник движется над Землей, 1700 км. Найти скорость движения v и период обращения спутника T, если радиус Земли 6400 км.

Ответ. $v \approx 7$ км/с, $T \approx 7260$ с ≈ 2 ч.

117. Гиря весом 20 Н равномерно вращается на нити в вертикальной плоскости. На сколько сила натяжения нити будет больше при прохождении гири через нижнюю точку F_2, чем через верхнюю F_1?

Ответ. $F_2 - F_1 = 40$ Н.

118. Велосипедист движется со скоростью 5 м/с. Какой наименьший радиус R окружности он сможет описать на горизонтальном участке, если предельный угол наклона к земле равен 60°?

Ответ. $R \approx 4$ м.

119. Поезд движется по закруглению радиусом 800 м со скоростью 20 м/с. Определить, на сколько внешний рельс должен быть больше внутреннего. Расстояние между рельсами принять 1,5 м.

Ответ. На 76 мм.

120. На какой угол α отклонится груз центробежного регулятора, если длина стержня, на котором прикреплен груз, равна 200 мм, а регулятор делает 90 об/мин.

Ответ. $\alpha = 56°$.

121. Груз скользит вниз с высшей точки поверхности обруча радиусом R. На какой высоте h от начала движения груз оторвется от обруча и упадет вниз. Трение не учитывать.

Ответ. $h = R/3$.

122. Зачем в вертолетах, кроме основного винта — ротора, создающего силу, направленную вверх, устанавливают на хвостовой балке небольшой винт, создающий тягу в направлении, приблизительно перпендикулярном к направлению полета?

Ответ. Действие одного тела на другое всегда вызывает равное и противоположно направленное противодействие второго тела на первое. Поэтому, когда двигатель вращает ротор в одну сторону, то ротор, противодействуя этому, стремится вращать двигатель, а вместе с ним и кабину вертолета в противоположную сторону. Малый винт на хвостовой балке создает тягу, удерживающую корпус вертолета от ненужного вращения корпуса в сторону, противоположную вращению ротора.

§ 9. Сложение и разложение сил, действующих на тело

Абсолютно твердое тело. Деформация различных тел под действием одной и той же силы различна и определяется жесткостью тел. Силы упругости, возникающие при этом, во всех деформированных телах одинаковы и равны по величине деформирующей силе.

Можно представить себе тело настолько жесткое, что упругие силы возникают в нем почти при отсутствии деформации. Такое тело называется *абсолютно твердым*. В природе не существует абсолютно твердых тел, однако представление о таком теле используют при решении многих задач механики. Обычно в механике под понятием «твердое тело» подразумевается «абсолютно твердое тело».

Перенос точки приложения силы, действующей на тело. Результат действия силы на тело зависит от точки приложения силы. Одна и та же сила может вызывать поступательное или вращательное движение в зависимости от того, к какой точке тела она приложена. Результат действия силы не изменится, если точку приложения ее переместить вдоль направления действия силы. Мысленный перенос точки приложения силы часто используют при решении задач о движении и равновесии твердого тела.

Одна сила, производящая такое же действие, как две или больше сил, называется равнодействующей этих сил.

Сила, уравновешивающая две или больше сил, называется уравновешивающей этих сил.

Равнодействующая и уравновешивающая силы равны по величине, но имеют противоположные направления. Если тело находится под действием нескольких сил, то для нахождения законов его движения удобно сначала найти равнодействующую всех сил, а затем решать задачу о движении тела. Нахождение равнодействующей нескольких сил называют сложением.

Сложение сил. В соответствии с правилом сложения векторов, равнодействующая двух сил, приложенных в одной точке тела и направленных под углом друг к другу, по величине и направлению определяется диагональю параллелограмма, построенного на этих силах, и приложена в точке приложения этих сил.

Если две силы, действующие в одной плоскости, приложены к разным точкам тела, надо найти точку пересечения прямых, вдоль которых действуют силы, и в эту точку перенести точки приложения действующих сил, а затем найти их равнодействующую. Если точка приложения равнодействующей при этом оказалась вне тела, ее можно перенести в любую точку тела, находящуюся на направлении действия силы.

Сложение сил, приложенных в одной точке и направленных по одной прямой, представляет собой частный случай сложения сил, направленных под углом. Если этот угол равен нулю — обе силы направлены в одну сторону, если 180° — силы направлены в противоположные стороны. В первом случае равнодействующая равна по величине их сумме и направлена в ту же сторону. Во втором случае величина равнодействующей равна разности сил и направлена в сторону действия большей силы.

Величина равнодействующей двух сил будет максимальной в случае, когда угол между силами равен нулю.

Равнодействующая нескольких сил, приложенных в одной точке, находится по правилу многоугольника: на конце первой силы строят вектор, равный и параллельный второй силе, на конце второй силы строится таким же образом вектор третьей силы и т. д. Равнодействующая этих сил равна вектору, проведенному из точки приложения сил к концу вектора последней силы.

Иногда сложение векторов сил удобнее производить, складывая проекции этих сил на координатные оси, а затем по проекциям равнодействующей находить и саму силу.

Разложение силы на составляющие. *Разложением силы называется замена ее двумя силами, направленными под углом друг к другу и производящими действие такое же, как и одна данная сила.* Задача о разложении силы является однозначной, если известны направления обеих составляющих сил, либо дана величина и направление одной из составляющих. При этом нахождение искомой составляющей представляет собой вычитание одной силы из другой. При разложении силы на три или большее число составляющих увеличивается число условий, необходимых для однозначного решения задачи.

Задачи

123. Две силы $F_1 = 10$ Н и $F_2 = 25$ Н приложены в одной точке и действуют по одной линии в противоположном направлении. Чему равны равнодействующая и уравновешивающая силы и в какую сторону они направлены?

Решение. Равнодействующая R двух параллельных сил, приложенных в одной точке и действующих в противоположных направлениях, равна их разности $R = F_2 - F_1 = 15$ Н и направлена в сторону действия силы F_2. Уравновешивающая сила F по величине равна равнодействующей R, но направлена в противоположную сторону, следовательно, $F = 15$ Н и направлена в сторону действия силы F_1.

124. На самолет действуют сила тяги мотора $F_т = 1500$ Н, сила сопротивления воздуха $F_c = 1100$ Н и сила бокового ветра

$F_в$, направленная под углом 90° к курсу и равная 300 Н. Найти равнодействующую этих сил.

Решение. Равнодействующая сил тяги мотора и сопротивления воздуха, как сил, направленных по одной прямой в противоположные стороны, равна их разности и направлена в сторону большей силы, т. е. $R_1 = F_т - F_c = 400$ Н. Диагональ прямоугольника, построенного на силах R_1 и $F_в$, будет общей равнодействующей R. Величина ее по теореме Пифагора будет $R = \sqrt{R_1^2 + F_в^2} = 500$ Н.

125. Что является более прочным для удержания одного и того же веса — гамак или качели, находящиеся в покое?

Решение. Сила, уравновешивающая один и тот же вес, является равнодействующей сил напряжения, возникающих в веревках. Она в обоих случаях одинакова, но угол между силами напряжения для гамака близок 180°, а для качелей — нулю, т. е. в веревках гамака один и тот же вес вызывает значительно бóльшие напряжения. Веревки для гамака должны быть прочнее, чем для качелей.

126. Мальчик толкает садовую косилку с силой 180 Н. Рукоятка образует с почвой угол $\alpha = 40°$. Найти активную $F_а$ и пассивную $F_п$ составляющие силы.

Решение. Приложенная сила может быть разложена на две взаимноперпендикулярные силы: активную составляющую $F_а$, толкающую косилку вперед, и пассивную составляющую $F_п$, прижимающую ее к земле: $F_а = F \cdot \cos\alpha = 138$ Н и $F_п = F \cdot \sin\alpha = 116$ Н.

127. Санки тащат за веревку с силой 50 Н. Найти горизонтальную составляющую силы, когда угол между веревкой и горизонталью составляет 1) 0°; 2) 30°; 3) 60°; 4) 90°.

Ответ. 1) 50 Н; 2) 43,3 Н; 3) 25 Н; 4) 0.

128. Силу 10 Н, направленную под углом 37° к горизонту, разложить на вертикальную $F_в$ и горизонтальную $F_г$ составляющие.

Ответ: $F_в = 6$Н, $F_г = 8$Н.

129. Вертикальную силу $R = 180$ Н разложить на две составляющие, из которых одна — горизонтальная должна быть равна 100 Н. Какова величина другой составляющей силы?

Ответ. $F_2 = 206$ Н.

130. Альпинисты переправляются через глубокий овраг, держась руками за натянутую над ними веревку. Что целесообразнее для безопасности — туго натянуть канат, или ослабить его? В каком случае канат может скорее оборваться?

Ответ. Туго натянутый канат может оборваться скорее, целесообразнее провисающий канат.

131. Как с помощью небольшой силы, имея трос, вытащить загрузший автомобиль?

Ответ. К середине туго натянутого троса, прикрепленного одним концом к машине, другим к опоре, нужно приложить силу в перпендикулярном к нему направлении. Тогда малое смещение вдоль этого направления вызовет большое натяжение троса.

Тела находятся в равновесии, если, испытывая действие различных сил, они не получают ускорения. Законы статики позволяют выяснить, какие условия обеспечивают состояние покоя и равновесия тел.

Равновесие тел при отсутствии вращения. При отсутствии вращения все точки тела, также как и его центр масс, движутся одинаково. В этом случае тело будет находиться в состоянии равновесия, если геометрическая сумма всех сил, приложенных к его центру масс, равна нулю, т. е. когда силы уравновешены.

Силы, действующие на тело, уравновешиваются, если их равнодействующая равна нулю. При решении задач о равновесии тел иногда удобно разлагать силы на составляющие и затем определять

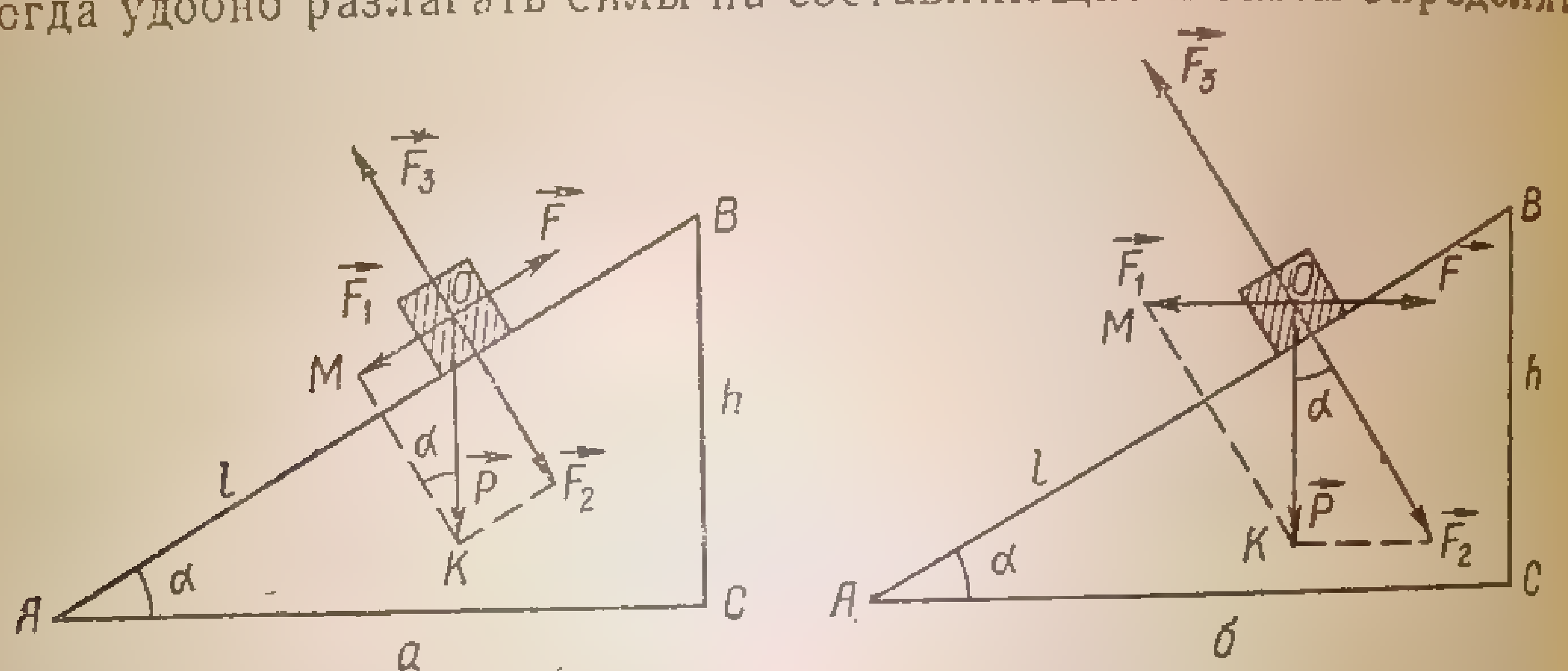


Рис. 7.

условия, при которых сумма составляющих сил по отдельным направлениям равна нулю. Если сила разлагается на две взаимно перпендикулярные составляющие, они одновременно являются и проекциями силы на эти направления.

Равновесие тел на наклонной плоскости. Рассмотрим два случая равновесия тела весом P на наклонной плоскости длиной l, основанием a и высотой h (силы трения не учитываем).

1. Удерживающая сила $\vec{F}$ направлена параллельно наклонной плоскости (рис. 7,а). Разложим вес тела $\vec{P}$ на две составляющие: параллельную наклонной плоскости *скатывающую силу* $\vec{F}_1$, и перпендикулярную к наклонной плоскости *силу нормального давления* $\vec{F}_2$. Со стороны плоскости на тело действует сила реакции $\vec{F}_3$, равная по величине силе нормального давления $\vec{F}_2$ и направленная в противоположную сторону: $\vec{F}_3 = -\vec{F}_2$. Силы $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ уравновешивают друг друга. Чтобы тело оставалось в равновесии на наклонной плоскости, необходимо уравновесить еще силу $\vec{F}_1$. Величину этой силы $\vec{F} = -\vec{F}_1$ определим из подобия треугольников ABC и OKM: $\frac{MO}{OK} = \frac{BC}{AB}$, или

$$\frac{\vec{F}}{\vec{P}} = \frac{h}{l}, \tag{1.73}$$

откуда следует, что *при равновесии тела на наклонной плоскости скатывающая сила во столько раз меньше веса тела, во сколько высота наклонной плоскости меньше ее длины*. Удерживающая сила F численно равна:

$$F = F_1 = P\frac{h}{l} = P\sin\alpha. \qquad (1.74)$$

2. Удерживающая сила $\vec{F}$ направлена горизонтально, параллельно основанию наклонной плоскости AC (рис. 7,*б*).

Разложим вес тела $\vec{P}$ на составляющие: силу нормального давления $\vec{F}_2$, которая уравновешивается силой реакции плоскости $\vec{F}_3$, и силу, параллельную основанию наклонной плоскости, определяемую из условия подобия треугольников ABC и KMO: $\frac{MO}{OK} = \frac{BC}{AC}$ или

$$\frac{\vec{F}}{\vec{P}} = \frac{h}{a}. \qquad (1.75)$$

Из (1.75) следует, что *при равновесии тела на наклонной плоскости — сила, направленная параллельно основанию плоскости, во столько раз меньше веса тела, во сколько высота наклонной плоскости меньше ее основания*. Удерживающая сила F в этом случае по величине равна:

$$F = F_1 = P\frac{h}{a} = P\,\mathrm{tg}\,\alpha. \qquad (1.76)$$

Наклонная плоскость является одним из *простых механизмов*, применяющихся на практике для преодоления больших сил с помощью значительно меньших усилий.

Равновесие тела, закрепленного на оси. Правило моментов. Свобода движения тела может быть ограничена другими телами, называемыми *жесткими связями*. Силы, действующие на тело со стороны связей, называются *реакциями связей*. Наличие жестких связей упрощает условия равновесия тела: достаточно рассматривать равновесия сил только в тех направлениях, в которых движение не ограничивается связями, в остальных направлениях любое действие силы уравновешивается силами реакции связи.

Примером движения тела, ограниченного жесткой связью, является вращение тела, закрепленного на оси. *Вращение тела, закрепленного на оси, может вызвать только сила, направление действия которой не проходит через ось вращения*. Сила, направленная параллельно оси вращения, не вызывает вращения тела; поэтому составляющую силы вдоль оси вращения можно не учитывать.

Условие равновесия тела, закрепленного на оси, под действием двух сил, направленных перпендикулярно к радиус-векторам точек их приложения, заключается в следующем: а) каждая из этих сил, действуя в отдельности, должна вызывать вращение тела в противоположных направлениях; б) произведение величины силы на расстояние от точки ее приложения до оси должно быть равным для обеих действующих сил. Если силы не перпендикулярны к радиусам точек их приложения, то это требование относится к проек-

циям действующих сил на направление, перпендикулярное к радиусам.

Произведение проекции силы на направление, перпендикулярное к радиусу, проведенному в точку приложения силы, на расстояние ее от оси, называется *моментом силы* относительно этой оси. Длина перпендикуляра, опущенного из оси на направление силы, называется *плечом силы*. Следовательно, *момент силы равен произведению величины силы на плечо силы*. Если направление силы проходит через ось, то плечо силы равно нулю и, следовательно, равен нулю и момент силы. Таким образом, сила, момент которой относительно данной оси равен нулю, не вызывает вращения вокруг этой оси. Момент силы считается положительным, если эта сила вращает тело по часовой стрелке, и отрицательным, если вращение происходит в обратную сторону.

Таким образом, *при равновесии тела, закрепленного на оси, сумма моментов действующих на него сил равна нулю*. Это условие называется *правилом моментов*.

В системе СИ единицей момента является 1 Н · м.

Если на тело действуют несколько сил, не нарушая его равновесия, то при этом выполняются два условия: а) *сумма всех действующих на тело сил равна нулю*; б) *сумма моментов всех действующих на тело сил равна нулю*.

В технике часто встречаются вращающиеся тела, на которые действует момент сил (вал машины, пароходные винты, колеса транспорта). Не всегда при этом можно указать определенную силу, создающую момент, и ее плечо. В таких случаях момент силы измеряется непосредственно. Для этого к вращающемуся телу прикладают другой известный момент силы. Если будет достигнуто равновесие, то измеряемый момент равен по величине известному уравновешивающему моменту и имеет противоположный знак.

Пара сил. Если на тело действуют две равные и противоположно направленные силы, не лежащие на одной прямой, то тело не будет находиться в равновесии, поскольку результирующий момент этих сил относительно любой оси не равен нулю: обе силы имеют моменты, направленные в одну сторону. Две такие силы, одновременно действующие на тело, называют парой сил. Если тело закреплено на оси, то под действием пары сил оно будет вращаться. При этом со стороны оси на тело будет действовать сила реакции. Если же пара сил приложена к *свободному телу*, оно будет вращаться вокруг оси, проходящей через *центр тяжести тела*.

Момент пары сил одинаков относительно любой оси, перпендикулярной к плоскости пары. Суммарный момент M пары всегда равен произведению одной из сил F на расстояние l между силами, называемое плечом пары, независимо от того, на какие отрезки l_1 и l_2 разделяет положение оси плечо пары:

$$M = Fl_1 + Fl_2 = F(l_1 + l_2) = Fl. \qquad (1.77)$$

Момент нескольких сил, равнодействующая которых равна нулю, будет одинаковым относительно всех осей, параллельных друг другу, и поэтому действие всех этих сил на тело можно заменить действием одной пары сил с тем же моментом.

Сложение и разложение параллельных сил. Рассмотрим условие равновесия рычага, подвешенного в точке O, под действием сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 8). Ось вращения рычага проходит через точку его подвеса O. На рычаг действуют три силы: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и сила натяжения подвеса $\vec{F}_3$. Из условия равновесия рычага следует, что уравновешивающая сила $\vec{F}_3$ должна быть параллельна силам $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ и равна их сумме $\vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (весом рычага пренебрегаем). Расстояния от точки подвеса рычага до точек приложения сил F_1 и F_2 определим из условия равенства моментов или

$$F_1 \cdot OA = F_2 \cdot OB, \text{ или } \frac{d_1}{d_2} = \frac{F_2}{F_1}, \tag{1.78}$$

откуда следует, что *точка приложения уравновешивающей силы делит расстояние между силами в отношении, обратном отношению приложенных сил.*

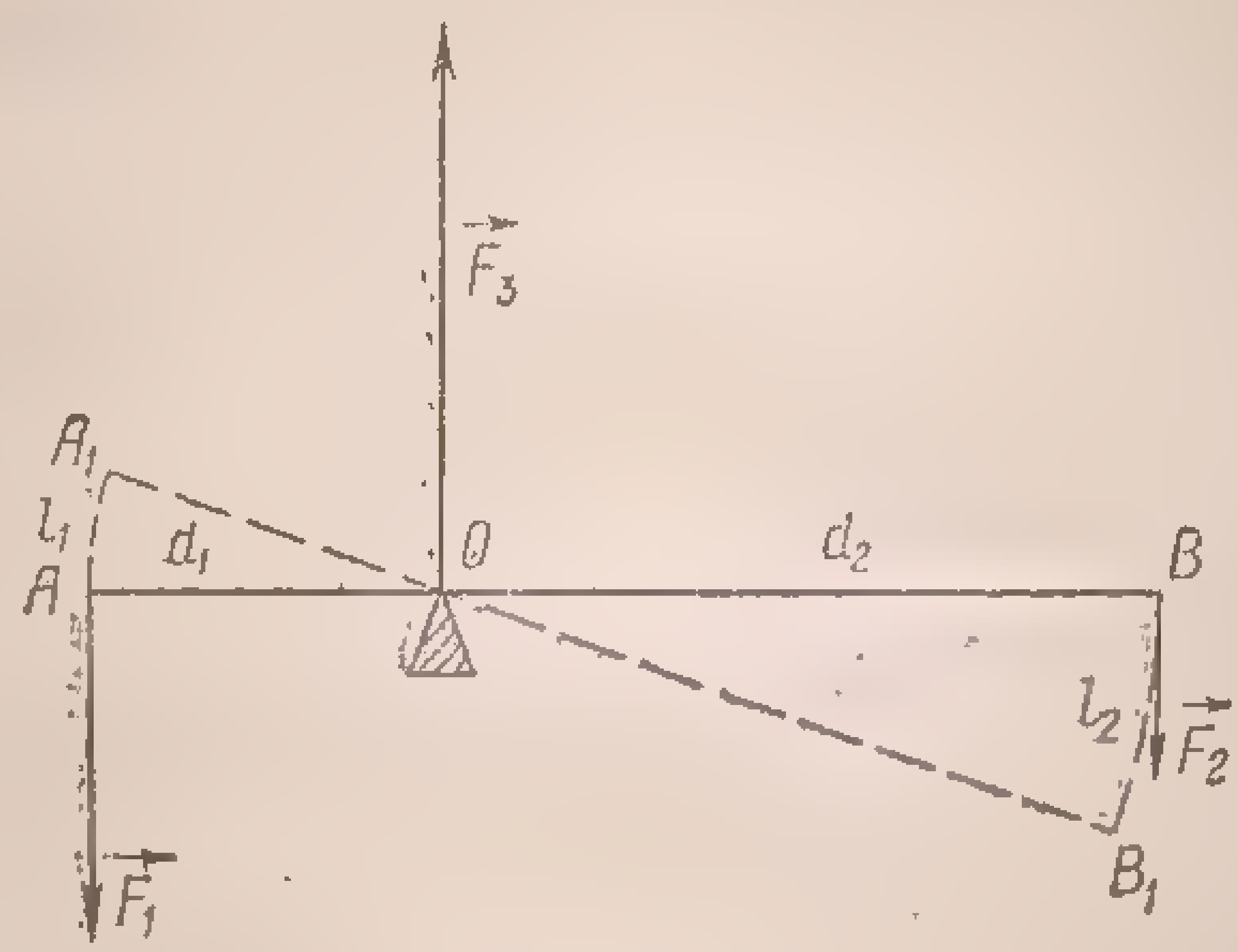


Рис. 8.

Уравновешивающая сила $\vec{F}_3$ с обратным знаком будет равна равнодействующей двух параллельных сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. *Равнодействующая двух параллельных сил, направленных в одну сторону, по величине равна их сумме и направлена в ту же сторону. Точка приложения равнодействующей делит прямую, соединяющую точки приложения составляющих сил на отрезки, обратно пропорциональные величинам этих сил.*

Однако, поскольку тело находится в равновесии под действием трех сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$, любую из них можно считать уравновешивающей для двух других сил. Так, сила $\vec{F}_2$ является уравновешивающей для двух параллельных и противоположно направленных сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_3$, следовательно, равнодействующая сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_3$ будет по величине равна силе $\vec{F}_2$ и направлена в противоположную ей сторону. Поскольку $\vec{F}_2 = \vec{F}_3 - \vec{F}_1$, а из пропорции (1.78) следует производная пропорция: $\frac{F_1}{F_1 + F_2} = \frac{OB}{OB + OA}$, получаем

$$\frac{F_1}{F_3} = \frac{d_2}{d_1 + d_2}. \tag{1.79}$$

Таким образом, *равнодействующая двух параллельных и противоположно направленных сил равна разности этих сил, направлена в сторону большей силы. Точка ее приложения делит длину линии, соединяющей точки приложения действующих сил на отрезки,*

отношение которых обратно пропорционально отношению приложенных сил.

Если на тело действует несколько параллельных сил, общая равнодействующая находится постепенно: сначала находится равнодействующая двух сил, потом к полученной равнодействующей добавляется третья сила и т. д.

Часто приходится решать обратную задачу, когда требуется разложить данную силу на параллельные составляющие. Например, нужно найти силы, действующие на опоры балки, к которым подвешен груз P. Искомые силы F_1 и F_2 определяют из того условия, что их равнодействующая F_3 (рис. 1.8) по величине должна быть равна весу груза P и приложена в месте подвеса груза: $F_1 + F_2 = P$; $\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$.

Нахождение центра тяжести тел. Силы тяжести действуют на каждую часть тела и все они направлены параллельно. Равнодействующая этих сил равна по величине их сумме и представляет собой силу тяжести, которую испытывает тело со стороны Земли. *Точка приложения равнодействующей сил тяжести называется центром тяжести тела.*

Найти центр тяжести тела произвольной формы, складывая силы, действующие на его части,— трудная задача. Центр тяжести тела произвольной формы можно определить опытным путем: всякое подвешенное тело занимает такое положение, что его центр тяжести находится на вертикали под точкой подвеса. Подвешивая тело в нескольких положениях, находят центр тяжести на пересечении вертикальных прямых, полученных при каждом положении.

Центр тяжести однородных тел, имеющих правильную геометрическую форму (шара, диска, кольца), легко вычислить, он находится в геометрическом центре фигуры.

Условие равновесия тел под действием силы тяжести. Тело находится в равновесии, если силы, действующие на него, взаимно уравновешиваются, и сумма моментов этих сил относительно оси, вокруг которой тело может вращаться, равна нулю. Равновесие может быть устойчивым, неустойчивым и безразличным. Равновесие называется устойчивым, если при малом отклонении от равновесного положения возникает сила, возвращающая тело в положение равновесия. Равновесие называется неустойчивым, если при малом отклонении тела от положения равновесия возникает сила, стремящаяся удалить тело от этого положения. В том случае, если тело имеет неподвижную ось вращения, положение устойчивого равновесия соответствует состоянию, когда центр тяжести тела находится ниже оси вращения. Если центр тяжести расположен над осью вращения, равновесие будет неустойчивым. Если центр тяжести тела совпадает с осью вращения, тело остается в равновесии при любом повороте; такое равновесие называется безразличным. В случае, если тело имеет одну точку опоры, устойчивое равновесие тела будет соответствовать состоянию, при котором центр тяжести тела занимает наиболее низкое из всех возможных положений. Если тело опирается на несколько точек или на плоскость, при устойчивом равновесии вертикальная прямая, проведенная из центра тяжести тела, должна проходить внутри периметра опоры, а при неустойчивом равновесии — вне периметра опоры.

Простые механизмы. Это приспособления, уравновешивающие большие силы, противодействующие движению, с помощью небольших сил.

Силы, развиваемые простыми механизмами, должны быть равны по величине и противоположны по направлению силам, противодействующим движению. Изучение простых механизмов сводится к определению условий, при которых они находятся в равновесии.

Рычаг. К простейшим механизмам относится рычаг. Различают три вида рычагов, в зависимости от того, где помещается точка опоры по отношению к точкам приложения сил. Рычаги первого рода имеют точку опоры между силами, т. е. между прилагаемым усилием и сопротивлением или нагрузкой (например, ножницы). В рычагах второго рода нагрузка или сопротивление приложены между усилием и точкой опоры (например, щипцы для орехов). В рычагах третьего рода усилие приложено между точкой опоры и сопротивлением (например, пинцет).

До сих пор мы пренебрегали весом рычага. В действительности, вес рычага, который можно считать приложенным в его центре тяжести, может являться единственным усилием, прилагаемым для преодоления нагрузки. По такому принципу устроен, например, колодец «журавель», в котором ведро с водой поднимается за счет момента, создаваемого весом рычага.

Законы равновесия одинаковы для всех видов рычага. Плечо силы и сопротивления всегда измеряются по перпендикуляру от линии действия силы до точки опоры. Для равновесия рычага необходимо, чтобы момент, стремящийся вращать рычаг в одном направлении вокруг точки опоры, был равен моменту, стремящемуся вращать рычаг в противоположном направлении: $F_1d_1 = F_2d_2$ (см рис. 8), откуда $\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$, т. е рычаг дает выигрыш в силе, равный отношению плеча усилия к плечу сопротивления. Из рис. 8 видно, что отношение пути, пройденного точкой приложения усилия l_2, к пути, пройденному точкой приложения сопротивления l_1, равно отношению плеч этих сил. Следовательно, если трением пренебречь, то

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{l_2}{l_1}, \tag{1.80}$$

т. е. *прилагаемая сила во столько раз меньше силы сопротивления, во сколько путь, пройденный точкой приложения силы, больше пути, пройденного точкой приложения сопротивления.*

Это правило справедливо для всех простых механизмов. Цель использования рычага — получить выигрыш в силе. Подложив под тяжелое тело рычаг с большим вторым плечом, можно, затратив небольшую силу, приподнять тело. Аналогично в тачке сила тяжести груза приложена намного ближе к оси колеса тачки, являющейся осью рычага, чем сила, действующая на руки человека. Таким образом, можно перемещать большой груз, создавая момент сил относительно оси, противоположный моменту силы веса.

Ворот — разновидность рычага: колесо радиуса r_2 жестко соединено с валом меньшего радиуса r_1. При вращении колеса на вал наматывается прикрепленный к нему канат, на котором укреплен груз $\vec{P}$. Провернув колесо на один оборот с помощью усилия $\vec{F}$

можно поднять груз $\vec{P}$ на высоту $h = 2\pi r_1$ (длина окружности вала), при этом усилие $\vec{F}$ будет действовать на участке пути $l = 2\pi r_2$ (длина окружности колеса).

Выигрыш в силе для ворота равен:

$$\frac{P}{F} = \frac{l}{h} = \frac{2\pi r_2}{2\pi r_1} = \frac{r_2}{r_1}. \qquad (1.81)$$

Неподвижный блок — диск с неподвижно закрепленной осью, имеющий желоб по ободу, через который перебрасывается веревка (рис. 9, *а*). К одному концу веревки подвешивают груз $\vec{P}$, который уравновешивается или равномерно поднимается силой $\vec{F}$.

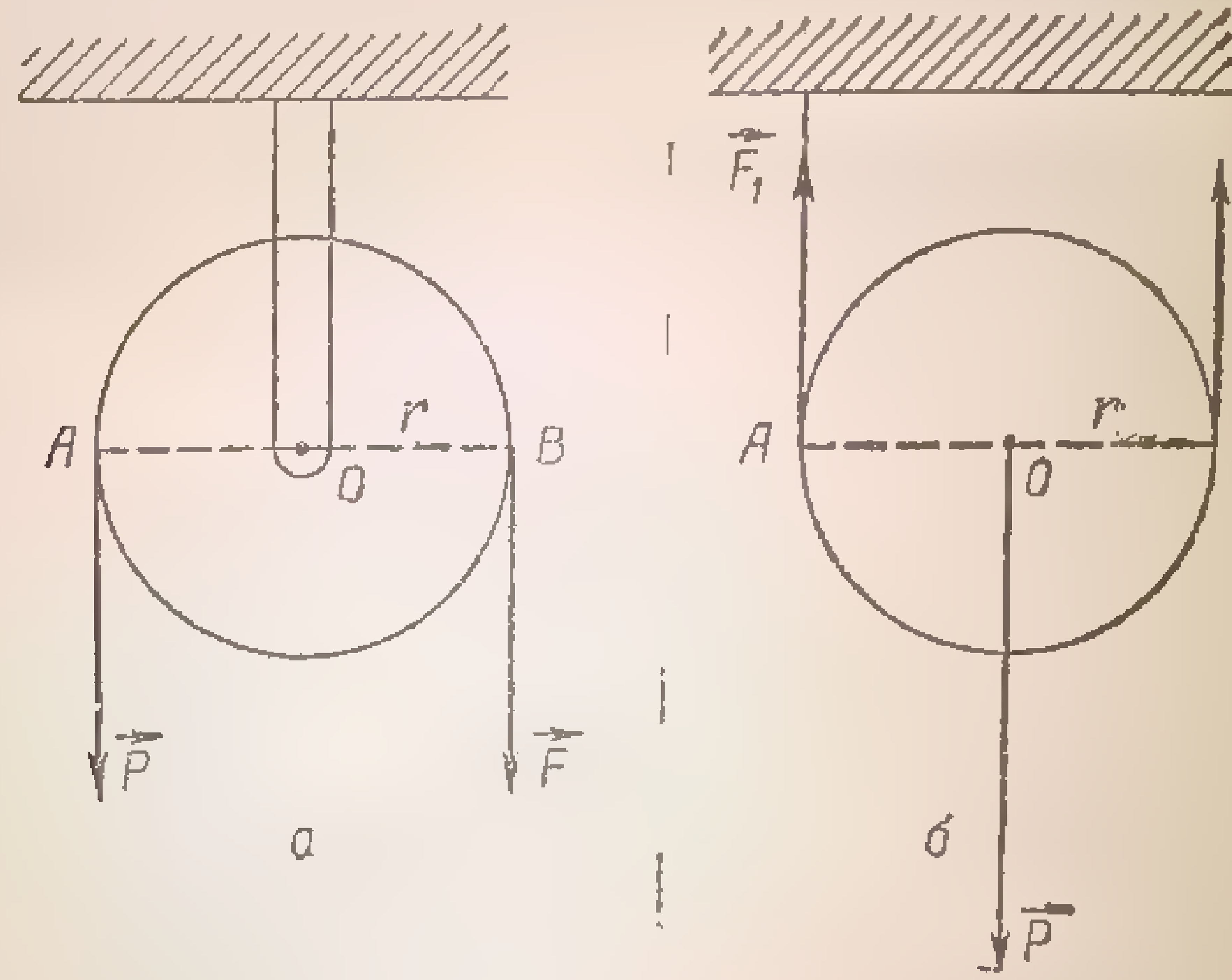


Рис. 9.

Силы $\vec{P}$ и $\vec{F}$ можно считать приложенными к точкам обода A и B на окружности блока. Условия равновесия блока определяются из условия равенства моментов приложенных сил. Так как плечи сил $\vec{P}$ и $\vec{F}$ равны (они равны радиусу блока), то блок будет находиться в равновесии при равенстве сил. Неподвижный блок — это равноплечий рычаг, он не дает выигрыша в силе, но позволяет изменить направление прилагаемой силы.

Подвижный блок. В подвижном блоке (рис. 9,*б*) вес груза $\vec{P}$ приложен к оси блока. Подвижный блок будет в равновесии, если суммарный момент всех действующих сил равен нулю: $F_1 r - Fr + PO = 0$, откуда $F_1 = F$.

Второе условие равновесия — равенство нулю векторной суммы всех действующих сил: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{F} = \vec{P} + 2\vec{F} = 0$, откуда

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}}{2}. \qquad (1.82)$$

Таким образом, подвижный блок дает выигрыш в силе в два раза, позволяя равномерно поднимать груз весом $\vec{P}$, затрачивая

при этом усилие, равное $\frac{P}{2}$. Для получения наибольшего выигрыша в силе применяют комбинации блоков, например двойной блок, полиспасты, дифференциальный блок.

Клин представляет собой разновидность наклонной плоскости. Для наклонной плоскости из (1.74) следует $\frac{P}{F}=\frac{l}{h}=\frac{1}{\sin\alpha}$. Клин применяют при колке дров, при поднятии груза.

Пусть на тыльную поверхность клина действует сила F, вгоняющая клин в трещину. На боковые поверхности клина действуют силы давления $\vec{P}$ со стороны полена. При равновесии клина сумма проекций приложенных к нему сил на любое направление должна равняться нулю. Если стороны клина образуют между собой угол 2α, то проекция силы $\vec{P}$ на ось клина будет равна $P\sin\alpha$. Условие равновесия клина — сумма проекций обеих сил P на ось клина — должна по величине равняться силе F:

$$F = 2P\sin\alpha. \qquad (1.83)$$

При малом угле α сила $\vec{F}$ может быть значительно меньшей, чем сила $\vec{P}$. Выигрыш в силе для клина равен $\frac{P}{F}=\frac{1}{2\sin\alpha}$. В отличие от рычагов и блоков, при работе клина силы трения между боковыми гранями клина и тела велики (так же, как и силы давления $\vec{F}$) и ими нельзя пренебрегать.

Винт можно представить как наклонную плоскость, обвитую вокруг цилиндра в виде спирали. Принцип действия винта напоминает работу клина. Винт и гайка имеют винтовую резьбу. Шаг винта — это расстояние, на которое перемещается гайка при полном обороте винта. При вращении винта его резьба нажимает на резьбу гайки и заставляет ее двигаться вдоль оси винта. Если силами трения между винтом и гайкой пренебречь, то сила F, действующая по касательной к окружности головки винта, во столько раз меньше силы P, действующей на винт вдоль его оси, во сколько раз шаг винта меньше длины окружности его головки:

$$\frac{F}{P}=\frac{h}{2\pi r}, \qquad (1.84)$$

где h — шаг винта, r — радиус головки винта.

Шкивы, ременная и зубчатая передача. Шкивы, приводные ремни и зубчатые передачи применяют для регулировки скорости или изменения направления силы вращения. Во всех этих передачах вращение одного вала передается другому с помощью туго натянутого вокруг них ремня или зубьев, обеспечивающих их жесткое сцепление. Число оборотов (скорость вращения) валов обратно пропорционально диаметрам шкивов или числу зубьев, а сила изменяется прямо пропорционально диаметрам шкивов или числу зубьев. Выигрыш в скорости в этом случае равен проигрышу в силе.

Задачи

132. В зависимости от угла наклона тело, находящееся на наклонной плоскости, может оставаться в покое, двигаться по ней равномерно или равноускоренно. Каково соотношение между действующими на тело силами во всех трех случаях?

Решение. Сила трения $F_{тр}$ зависит от силы давления F_2: $F_{тр} = fF_2$. Если учесть, что $F_2 = P\cos\alpha$ (рис. 7,*а*), то $F_{тр} = fP\cos\alpha$. На тело, лежащее на наклонной плоскости, действует сила тяжести P и сила трения $F_{тр}$. Силу тяжести можно разложить на две составляющие: силу F_1, направленную вдоль плоскости, и силу давления F_2, перпендикулярную плоскости. Составляющая F_2 уравновешивается реакцией опоры. Тело будет находиться в состоянии покоя, если $F_{тр} > F_1$, т. е. $P\sin\alpha < fP\cos\alpha$. Тело будет двигаться равномерно, если $F_1 = F_{тр}$, т. е. $P\sin\alpha = fP\cos\alpha$, отсюда $f = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \mathrm{tg}\,\alpha$; т. е. движение будет равномерным, если коэффициент трения численно равен $\mathrm{tg}\,\alpha$; отношение $\frac{h}{a}$, равное тангенсу угла наклона плоскости, называется *уклоном*). Наконец, тело будет двигаться равноускоренно, если $P\sin\alpha > fP\cos\alpha$.

133. Груз весом 20 кН на катках равномерно перемещается по наклонной плоскости длиной 5 м, высотой 1 м. Определить натяжение каната лебедки: *а*) при движении с места вверх (коэффициент трения $f_0 = 0{,}08$); *б*) на подъеме ($f_1 = 0{,}05$); *в*) на спуске ($f_2 = 0{,}05$). Силу давления груза на настил принять равной весу груза.

Решение. При движении с места вверх натяжение троса лебедки (в момент равномерного движения) должно быть равно равнодействующей скатывающей силы и силы трения $T_1 = R_1 = F + F_{тр} = \frac{Ph}{l} + f_0P = 5{,}6$ кН.

На подъеме натяжение троса и величина равнодействующей определится тем же уравнением, но с другой величиной коэффициента трения, f_1, $T_2 = R_2 = F + F'_{тр} = \frac{Ph}{l} + f_1P = 5$ кН. При спуске скатывающая сила и сила трения будут направлены в противоположные стороны: $T_3 = R_3 = F - F_{тр} = \frac{Ph}{l} - f_2P = 3$ кН.

134 На тело, имеющее ось вращения, действуют по часовой стрелке силы $F_1 = 5$Н и $F_2 = 3$Н, против часовой стрелки — силы $F_3 = 2$Н и $F_4 = 6$Н. Плечи этих сил соответственно равны: $l_1 = 50$ см; $l_2 = 25$ см; $l_3 = 75$ см, $l_4 = 20$ см. В каком направлении будет вращаться тело? Какой момент должна иметь добавочная сила, чтобы тело оставалось в равновесии

Решение. Сумма моментов сил, вращающих тело по часовой стрелке, $M_1 = F_1l_1 + F_2l_2 = 3{,}25$ Н · м, а сумма моментов сил, вращающих тело против часовой стрелки, $M_2 = F_3l_3 + F_4l_4 = 2{,}7$ Н · м. Так как алгебраическая сумма моментов сил относительно оси вращения не равна нулю, тело не будет находиться в равновесии. Чтобы уравновесить тело, к нему надо приложить момент

$M = M_1 - M_2 = 0{,}55$ Н · м, действующий в направлении против часовой стрелки.

135. Рычаг с плечами $l_1 = 45$ см и $l_2 = 60$ см находится в равновесии, если на короткое плечо рычага действует сила $F_1 = 8$ Н. Определить силу давления P рычага на опору

Решение. Рычаг будет находиться в равновесии, если алгебраическая сумма моментов, действующих на него сил, относительно точки опоры равна нулю, т. е. при $F_1 l_1 = F_2 l_2$. Условие равновесия позволяет определить силу, действующую на плечо рычага l_2:

$F_2 = F_1 \frac{l_1}{l_2} = 6$ Н. Равнодействующая сил F_1 и F_2 — это сила, с которой рычаг давит на опору (вес рычага в расчет не принимается). Сила давления рычага P, как равнодействующая параллельных сил $P = F_1 + F_2 = 14$ Н.

136. На однородный метровый рычаг весом $P_1 = 1$ Н с точкой опоры на тридцатом сантиметре подвешен груз $P_2 = 2$ Н. На каком делении нужно подвесить этот груз, чтобы рычаг находился в равновесии?

Решение. Со стороны веса самого рычага на него действует момент M, равный произведению его веса на расстояние от центра тяжести рычага до опоры. Так как центр тяжести стержня находится посредине, на 50 см, то расстояние его до опоры равно $l_1 = 20$ см. Таким образом, $M = P_1 l_1 = 20$ Н · см. Из равенства моментов при равновесии стержня найдем расстояние точки подвеса груза P_2 от опоры: $l_2 = \frac{M}{P_2} = 10$ см. Груз нужно подвесить на 20 см.

137. Рыба висит на удилище, которое опирается на подпорку и уравновешено грузом $P = 10$ Н, расположенным на расстоянии $l = 1{,}2$ м от точки подвеса рыбы. Определить вес рыбы P_1, если расстояние от точки подвеса до опоры $l_1 = 0{,}5$ м (весом удилища пренебречь).

Решение. Так как удилище находится в равновесии, то момент, создаваемый весом рыбы, относительно опоры равен моменту, создаваемому весом груза. Плечо веса рыбы l_1, плечо веса груза l. Из равенства моментов $P(l - l_1) = P_1 l_1$ находим $P_1 = \frac{P(l - l_1)}{l_1} = 14$ Н.

138. Шнуром, перекинутым через блок, равномерно поднимают груз, натягивая конец шнура горизонтально. Чему равна сила давления на блок? Будет ли она больше (меньше) веса груза или равна ему?

Решение. На ось блока будет действовать равнодействующая двух сил: тяжести P и натяжения шнура F. Точку приложения этих сил перенесем в точку пересечения их направлений. Равнодействующая R, как гипотенуза силового треугольника, больше каждого из катетов (слагаемых сил). Следовательно, сила давления на ось блока будет больше веса груза. Так как $F = P$, то $R = \sqrt{P^2 + F^2} = \sqrt{2P^2} = 1{,}4\,P$.

139. С какой силой зажимают доску в верстаке, если шаг зажимного винта 10 мм, длина ручки 350 мм, на конец ручки действует сила 10 Н?

Решение. Условием равновесия винта под действием сил является $\frac{F}{P} = \frac{h}{2\pi R}$, откуда $P = F\frac{2\pi R}{h} \approx 2{,}2$ кН.

140. Ширина обуха клина $h = 55$ мм, длина щеки $l = 275$ мм. Какая сила F должна подействовать на обух, чтобы преодолеть сопротивление $P = 750$ Н, приложенное к каждой щеке?

Решение. Условием равновесия одинарного клина является соотношение $\frac{F}{P} = \frac{h}{l}$, откуда $F = \frac{Ph}{l} = 150$ Н.

141. Рабочий весом 700 Н поднимает с помощью каната, перекинутого через неподвижный блок, груз весом 600 Н. С какой силой F рабочий давит на землю?

Ответ. $F = 100$ Н.

142. Найти величину и точку приложения равнодействующей R двух параллельных сил $P_1 = 50$ Н и $P_2 = 20$ Н противоположного направления, если расстояние между их точками приложения $l = 45$ см.

Ответ. $R = 30$ Н, приложена на расстоянии 30 см от P_1.

143. Двое рабочих несут груз на шесте длиной $l = 3$ м, причем на долю одного из них приходится в 2 раза бо́льшая нагрузка. Где подвешен груз?

Ответ. На расстоянии 1 м от рабочего, несущего бо́льшую нагрузку.

144. На наклонную плоскость длиной 5 м и высотой 3 м положен груз весом 750 Н. Найти силу F_1, скатывающую груз по наклонной плоскости, и силу давления F_2. Трение не учитывать.

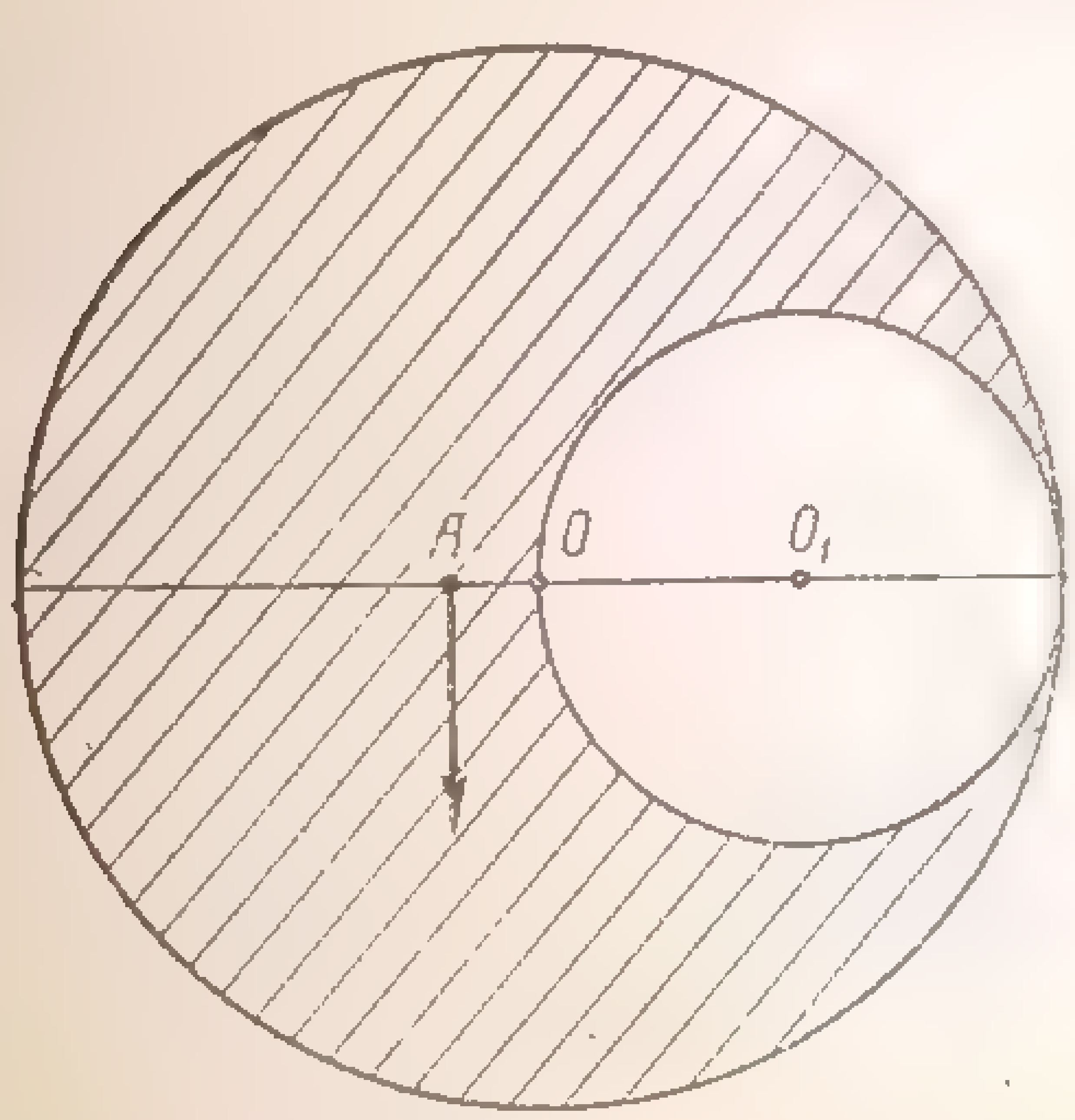


Рис. 10.

Ответ. $F_1 = 450$ Н, $F_2 = 600$ Н.

145. По наклонной плоскости длиной 10 м и высотой 5 м с вершины начинает двигаться тело без начальной скорости. Сколько времени t будет продолжаться движение тела до основания наклонной плоскости, если коэффициент трения $f = 0{,}2$? Какую скорость v_t будет иметь тело у основания наклонной плоскости?

Ответ. $t = 2{,}5$ с, $v_t = 8$ м/с.

146 На баржу, привязанную к берегу тросом длиной $l = 10$ м, действует сила течения воды $F = 40$ Н и сила давления ветра $P = 30$ Н, дующего с берега. С какой силой T натянут трос, если баржа находится в равновесии? На каком расстоянии s от берега она расположится?

Ответ. $T = 50$ Н, $s = 6$ м.

147. Из однородной круглой пластины с радиусом $R = 9$ см вырезан круг вдвое меньшего радиуса, касающийся первого круга. Найти центр тяжести полученной пластины.

Ответ. Центр тяжести лежит на диаметре, проходящем через

центры O и O_1 обоих кругов (рис. 10), на расстоянии $AO = \frac{R}{6} =$ $= 1,5$ см от центра диска в сторону сплошной массы.

148. На доске длиной 60 см стоит сплошной цилиндр, у которого высота в 3 раза больше диаметра основания. На какую наибольшую высоту h можно поднять один из концов доски, чтобы цилиндр не упал?

Ответ. $h = 19$ см. Цилиндр сохраняет равновесие до тех пор, пока отвесная линия из центра тяжести проходит внутри контура опоры.

149. Чтобы топор держался на топорище, его заклинивают, вгоняя клин усилием 500 Н. Ширина основания клина 5 мм, длина стороны 25 мм. Определить силу трения $F_{тр}$ между клином и топорищем, если коэффициент трения 0,4.

Ответ. $F_{тр} = 1000$ Н.

§ 11. Закон сохранения импульса (количества движения)

Замкнутая система тел. Для точного решения задачи о движении тела нужно учитывать все силы, действующие на него со стороны окружающих тел. Однако при такой постановке задачу фактически невозможно решить, так как пришлось бы учитывать слишком много сил, характер которых к тому же меняется в процессе движения. На самом деле всегда можно выделить тело, или группу тел, образующих систему, взаимодействие с которыми наиболее существенно в данной задаче, и пренебречь остальными взаимодействиями. Силы, с которыми взаимодействуют между собой тела выделенной системы, называются внутренними силами. Силы, с которыми система взаимодействует с окружающими телами, называются внешними. Система тел называется *замкнутой* или *изолированной*, если действием внешних сил по сравнению с внутренними можно пренебречь.

В результате взаимодействия двух тел различной массы, образующих замкнутую систему, их ускорения и скорости изменяются неодинаково. Найдем величину, изменяющуюся одинаково для обоих взаимодействующих тел. Подставляя значения ускорений, полученных каждым из тел в результате взаимодействия в течение времени t, в выражение третьего закона Ньютона, получим: $\vec{a}_1 = \frac{\vec{v}\,'_1 - \vec{v}_1}{t}$; $a_2 = \frac{\vec{v}\,'_2 - \vec{v}_2}{t}$; $m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$, $m_1\frac{\vec{v}\,'_1 - \vec{v}_1}{t} =$ $= -m_2\frac{\vec{v}\,'_2 - \vec{v}_2}{t}$, откуда

$$m_1\vec{v}\,'_1 - m_1\vec{v}_1 = -(m_2\vec{v}\,'_2 - m_2\vec{v}_2). \qquad (1.85)$$

Отсюда видно, что изменения импульса первого и второго тела равны по абсолютной величине и противоположны по знаку. Это значит, что если у одного тела в результате взаимодействия импульс увеличился, то у другого тела он уменьшился.

Из (1.85) следует:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}\,'_1 + m_2\vec{v}\,'_2 = \text{const}. \qquad (1.86)$$

Последнее равенство выражает *закон сохранения количества движения: количество движения замкнутой системы с течением времени не изменяется. Взаимодействие тел, составляющих замкнутую систему, приводит только к обмену количествами движения между этими телами, но не может изменить движения системы как целого.*

Это один из основных законов природы.

Явление отдачи. Если под действием внутренних сил тело распадается на части, то эти части будут двигаться в противоположных направлениях со скоростями, обратно пропорциональными их массам. Такое движение называется явлением отдачи. Для простоты предположим, что до распада тело покоится относительно системы отсчета. После распада части тела с массами m_1 и m_2 получили скорости соответственно $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Из закона сохранения импульса следует $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0$, откуда

$$\frac{v_1}{v_2} = -\frac{m_2}{m_1}. \qquad (1.87)$$

Явление отдачи наблюдается, например, при стрельбе: если орудие не закреплено, оно после выстрела откатывается в сторону, противоположную направлению движения снаряда. Явление отдачи сопровождает многие процессы в ядерной физике.

Реактивное движение. Реактивное движение также объясняется законом сохранения импульса. Ракеты, совершающие реактивное движение, представляют собой систему двух тел: оболочки с полезным грузом и топлива. Оболочка имеет обтекаемую форму, передний конец ее заострен, а сзади расположено узкое отверстие — реактивное сопло. При сгорании топлива из сопла с большой скоростью вырываются газы, в результате чего оболочка ракеты движется в противоположную сторону, так что суммарный импульс ракеты и газов остается неизменным.

Найдем скорость движения ракеты. Пусть в некоторый момент времени t_0 масса ракеты вместе с горючим равна m, скорость ее относительно Земли равна v. К моменту времени t_1 в результате сгорания некоторого количества топлива масса ракеты станет m_1, а скорость относительно Земли — v_1. Если скорость газов относительно ракеты, называемая скоростью истечения u, направлена в сторону, противоположную движению ракеты, то скорость газов относительно Земли в момент времени t_1 будет $v_{газ} = v_1 - u$. Импульс ракеты в момент времени t_0 равен $p_0 = mv$. В момент времени t_1 суммарный импульс ракеты и газов $p_1 = m_1v_1 + m_{газ}v_{газ} = m_1v_1 + (m - m_1)(v_1 - u)$. Приближенно систему, образованную ракетой и газом, можно считать замкнутой. Применив к ней закон сохранения импульса, получим: $mv = m_1v_1 + (m - m_1)(v_1 - u)$, или $m(v - v_1) = -u(m - m_1)$. Так как $v - v_1$ равно приращению скорости ракеты Δv, а $m - m_1$ равно массе сгоревшего топлива Δm за время $\Delta t = t_1 - t_0$, то

$$-m\Delta v = u\Delta m. \qquad (1.88)$$

Разделим обе части этого равенства на Δt, тогда левая часть $\frac{m\Delta v}{t} = F$ представляет собой *реактивную силу тяги*, а отношение

$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \mu$ — *расход топлива в единицу времени,* и равенство (1.88) примет вид:

$$F = -\mu u, \tag{1.89}$$

т. е. реактивная сила тяги пропорциональна расходу топлива в единицу времени и скорости истечения газов; направление ее противоположно направлению истечения газов.

Идею использования ракет для космических полетов, успешно осуществленную в наши дни, предложил русский ученый К. Э. Циолковский (1857—1935).

Движение центра инерции. Центр инерции (или центр масс) системы из двух частиц делит расстояние между ними на отрезки, обратно пропорциональные массам этих частиц. Если частицы с массами m_1 и m_2 расположены на оси абсцисс с координатами соответственно x_1 и x_2, то абсцисса центра инерции будет равна $x_ц = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$. Для случая системы n материальных точек это выражение имеет вид:

$$x_ц = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}. \tag{1.90}$$

Аналогично выражаются ордината $y_ц$ и аппликата $z_ц$ центра инерции. Рассмотрим положение центра инерции движущейся системы для двух разных моментов времени. Вычитая одно из другого, найдем перемещение абсциссы центра инерции за время Δt: $\Delta x_ц = \frac{m_1\Delta x_1 + m_2\Delta x_2 + \ldots + m_n\Delta x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$. Разделим обе части этого равенства на Δt и отношения $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ заменим соответствующими компонентами скоростей, тогда получим $v_{цx} = \frac{m_1v_{1x} + m_2v_{2x} + \ldots + m_nv_{nx}}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$. Складывая аналогичные выражения, полученные для составляющих скорости по всем трем осям, получим выражение для скорости центра инерции в векторной форме:

$$\vec{v}_ц = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} = \frac{\vec{P}}{M}, \tag{1.91}$$

где $\vec{P}$ — суммарный импульс системы, M — ее суммарная масса. Суммарный импульс — постоянная величина, следовательно, *центр инерции замкнутой системы движется с постоянной скоростью, прямолинейно и равномерно,* независимо от того, как движутся отдельные тела системы под действием внутренних сил. Из этого следует, что *внутренние силы не могут изменить скорость движения центра инерции замкнутой системы.* Замкнутая система может вращаться, однако при отсутствии внешних сил все три компонента скорости центра масс остаются постоянными. *Центр масс системы не вращается и не ускоряется.* Это объясняет тот факт, что при свободном движении твердые тела и системы частиц всегда вращаются вокруг своего центра масс.

Закон сохранения момента количества движения. Важной характеристикой вращающихся тел является момент количества движения, равный произведению составляющей импульса, перпендикулярной к радиус-вектору, mv_1, на длину радиус-вектора r в этой точке. Закон сохранения момента количества движения заключается в том, что *полный момент количества движения замкнутой системы является постоянной величиной, независимо от характера взаимодействия частиц системы между собой:*

$$mv_{\perp}r = \text{const.} \tag{I.92}$$

Следствием этого закона является, в частности, второй закон Кеплера (закон равных площадей). Этим законом объясняются движения фигуристов, увеличивающих скорость вращения за счет уменьшения радиус-вектора вращения рук или ног.

Задачи

150. Человек, находящийся в лодке, движущейся по инерции со скоростью $v_л = 2$ м/с, оттолкнул попавшееся на пути бревно, которое поплыло впереди лодки со скоростью $v'_б = 1$ м/с. При этом скорость лодки уменьшилась до величины $v'_л = 0,5$ м/с. Что больше — масса лодки с человеком или масса бревна? Какова масса бревна $m_б$, если масса лодки с человеком $m_л = 300$ кг?

Решение. Пользуясь законом сохранения импульса, можем написать: $m_л\vec{v}_л + m_б\vec{v}_б = m_л\vec{v}'_л + m_б\vec{v}'_б$. Так как тела движутся по одной прямой и $v_б = 0$, уравнение можно переписать в скалярном виде

$$m_лv_л = m_лv'_л + m_бv'_б, \text{ откуда } m_б = \frac{m_л(v_л - v'_л)}{v'_б} = 150 \text{ кг}.$$

151. Ядро атома с массой M, летящее со скоростью $v_я$, самопроизвольно (спонтанно) распадается на два осколка равной массы, один из которых вылетает со скоростью v_1 под углом α к первоначальному направлению полета ядра. Определить скорость и угол вылета второго осколка.

Решение. Наиболее просто задача решается в системе отсчета, в которой до деления ядро находится в состоянии покоя, т. е. в системе, движущейся относительно Земли со скоростью $v_я$ вдоль оси x (ось x совпадает с направлением полета ядра). Тогда, в силу закона сохранения импульса, образовавшиеся осколки должны лететь в противоположных направлениях и с одинаковыми по величине скоростями. Так как система движется вдоль оси x, то составляющие импульса в перпендикулярном к x направлении одинаковы в обеих системах координат и равны по величине. Составляющую импульса каждого из осколков, направленную по x, найдем, рассматривая движение в неподвижной системе координат. Переходу от движущейся системы координат к неподвижной соответствует изменение составляющей импульса осколков, направленной вдоль x от 0 до $\frac{M}{2}v_я$, где $v_я$ — скорость движения системы (скорость ядра до деления). Таким образом, обе составляющие импульса

каждого из осколков известны, второй осколок полетит под углом — α, импульс его по модулю равен импульсу первого осколка.

152. На тележке стоят два бака, соединенные между собой в нижней части трубкой с краном. Один из баков наполнен водой. При открывании крана вода переливается в пустой бак. Будет ли при этом двигаться тележка? Когда она остановится? Трение между тележкой и землей не учитывать.

Решение. Положение центра инерции системы не может измениться под действием только внутренних сил. Поэтому при переливании воды тележка должна начать двигаться в сторону, противоположную движению воды. После того как уровни воды в баках сравняются, движение тележки прекратится.

153. Зенитный снаряд разрывается на высоте h от земли на большое число осколков, имеющих одинаковую начальную скорость v_0 и равные массы. Найти расстояние между двумя осколками, лежащими на прямой, проходящей через центр инерции всей системы и образующей угол α с вертикалью, через время t после разрыва.

Решение. В системе отсчета, связанной с центром инерции системы, осколки разлетятся во все направления со скоростью v_0. В момент времени t осколки будут находиться в сфере радиуса $R = v_0t$. Все осколки падают с одинаковым ускорением и их относительные скорости определяются начальными условиями. Расстояние между двумя любыми осколками, лежащими на прямой, проходящей через центр инерции системы, в момент t равно диаметру сферы, т. е. $2v_0t$, и не зависит от угла α.

154. Ракета массой 250 г содержит 350 г взрывчатого вещества. На какую высоту поднимется ракета, если считать, что взрыв горючего и выход газов со скоростью 0,3 км/с произойдут мгновенно, а сопротивление воздуха в 6 раз уменьшает высоту подъема?

Решение. Сумма количества движения оболочки и взрывчатого вещества ракеты не меняется: $m_1v_1' + m_2v_2' = m_1v_1 + m_2v_2$, так как изменения количества движения оболочки и взрывчатого вещества произошли только за счет внутренних сил. Отсюда $v_1' = \frac{m_1v_1 + m_2v_2 - m_2v_2'}{m_1}$, но $v_1 = v_2 = 0$ и $v_1' = -\frac{m_2v_2'}{m_1}$. Максимальная высота, которой достигнет брошенное вверх тело, рассчитывается по уравнению $h_м = \frac{(v_1')^2}{2g}$. Если сопротивление воздуха уменьшает высоту подъема в 6 раз, то $h' = \frac{(v_1')^2}{12g} = \frac{m_2^2(v_2')^2}{12gm_1^2} = 1500$ м.

155. От двухступенчатой ракеты общей массой 1 Мг в момент достижения скорости 171 м/с отделилась ее вторая ступень массой 0,4 Мг, скорость которой при этом увеличилась до 185 м/с. Найти, с какой скоростью стала двигаться первая ступень ракеты. Скорости указаны относительно наблюдателя, находящегося на Земле.

Решение. Сначала обе ступени двигались как одно целое ($v_1 = v_2 = v$) и их общее количество движения было равно $(m_1 + m_2)v$. После отделения каждая ступень стала двигаться самостоятельно со скоростями v_1' и v_2', а их общее количество движения стало равным

$m_1v_1' + m_2v_2'$. По закону сохранения количества движения запишем: $(m_1 + m_2)\,v = m_1v_1' + m_2v_2'$, откуда $v_1' = \dfrac{(m_1 + m_2)\,v - m_2v_2'}{m_1} = 16$ м/с.

156. Человек и тележка движутся друг другу навстречу, причем масса человека в два раза больше массы тележки. Скорость человека 2 м/с, а тележки — 1 м/с. Человек вскакивает на тележку и остается на ней. Какова скорость v человека вместе с тележкой?

Ответ. $v = 1$ м/с.

157. Человек переходит в лодке с носа на корму. На какое расстояние s переместится лодка длиной 3 м, если вес человека 600 Н, вес лодки 1200 Н? Сопротивление воды не учитывать.

Ответ. $s = -1$ м. Знак минус показывает, что перемещения человека и лодки противоположны по направлению.

158. Поезд массой 500 Мг идет равномерно по горизонтальному пути. От поезда отцепился последний вагон массой 20 Мг. В момент остановки вагона расстояние между ним и поездом равнялось 500 м. Какой путь s прошел вагон до остановки? Сопротивление движению пропорционально весу и не зависит от скорости движения. Сила тяги тепловоза постоянна.

Ответ. $s = 480$ м.

159. Электровоз массой 180 Мг, движущийся по инерции со скоростью 0,5 м/с, сталкивается с неподвижным вагоном и продолжает движение вместе с ним. Какова масса вагона $m_в$, если скорость локомотива уменьшилась до 0,4 м/с? Трением локомотива и вагона о рельсы пренебречь.

Ответ. $m_в = 45$ Мг.

160. С какой скоростью $v_р$ будет двигаться ракета, если средняя скорость выхлопных газов $v_г = 1$ км/с, а масса горючего m составляет 80% всей массы ракеты?

Ответ. $v_р = 4$ км/с.

161. С бронированной железнодорожной платформы общим весом $P_1 = 196$ кН, движущейся со скоростью 2,5 м/с, произошел выстрел пушки. Снаряд весом $P_2 = 245$ кН вылетел из орудия со скоростью 700 м/с. Какова будет скорость платформы непосредственно после выстрела, если: а) направления движения выстрела и платформы совпадают; б) направления противоположны.

Ответ. а) $v = 1,5$ м/с, б) $v = 3,2$ м/с.

162. Две лодки движутся по инерции параллельными курсами навстречу друг другу. Когда лодки поравнялись, с одной на другую переложили груз весом 245 Н. Лодка, в которую переложили груз, остановилась, а вторая продолжала двигаться со скоростью 8 м/с. С какими скоростями v_1 и v_2 двигались лодки до встречи, если вес лодки, в которую переложили груз, равен 9,8 кН?

Ответ. $v_2 = 8$ м/с, $v_1 \approx 0,2$ м/с.

§ 12. Механическая работа и мощность

Механическая работа. Если тело под действием силы $\vec{F}$ совершает перемещение s в направлении этой силы, то произведенная при этом работа A равна произведению численных значений силы и перемещения:

$$A = Fs. \tag{1.93}$$

Хотя и сила, и перемещение являются векторными величинами, работа, равная их произведению, является величиной скалярной.

Сила, направление которой перпендикулярно к направлению движения тела, не совершает работу. Сила, направленная под углом α к перемещению тела, совершает *механическую работу, равную произведению численных значений силы, перемещения и косинуса угла между ними:*

$$A = Fs\cos\alpha. \tag{1.94}$$

Если сила направлена в сторону перемещения, $\alpha = 0$, то выражение для величины работы имеет вид (1.93). Если сила направлена против перемещения, $\alpha = 180°$, а $\cos\alpha = -1$, работа в этом случае отрицательна: $A = -Fs$.

Силу, направленную против движения и совершающую отрицательную работу, называют *силой сопротивления*. Сила, перпендикулярная к перемещению, не изменяет численного значения скорости (такая сила заставляет тело двигаться по окружности) и работа ее равна нулю. Сила, увеличивающая численное значение скорости (угол α острый), совершает положительную работу. Сила, уменьшающая численное значение скорости (угол α тупой), совершает отрицательную работу.

За единицу работы в системе СИ принята работа, совершаемая силой в 1 Н при перемещении тела на расстояние 1 м в направлении действия силы. Эта единица называется джоулем (Дж), по имени английского ученого Дж. Джоуля (1818—1889).

Работа силы тяжести. Определим работу силы тяжести при движении тела массой m по наклонной плоскости, длина которой l, а высота h (см. рис. 7,*а*). На тело действуют две силы: сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, и сила упругости $\vec{F}_3$, направленная перпендикулярно к поверхности плоскости. Их равнодействующая $\vec{F}_1$ совершает работу, сообщая телу ускорение (силой трения пренебрегаем). Как видно из рисунка, косинус угла между силой и направлением перемещения равен отношению $\frac{h}{l}$, следовательно, работа силы тяжести, совершенная при перемещении тела по всей длине l, равна

$$A = mgl\frac{h}{l} = mgh. \tag{1.95}$$

Определим работу, совершаемую силой тяжести при свободном падении этого тела на высоту $h = h_1 - h_2$. В данном случае высота падения является длиной перемещения и работа силы тяжести на этом пути будет равна

$$A = mg(h_1 - h_2) = mgh. \tag{1.96}$$

Сравнение работы, совершенной силой тяжести при движении по наклонной плоскости и при свободном падении, показывает, что *работа силы тяжести не зависит от длины и формы пути, пройденного телом, и определяется произведением силы тяжести на разность высот в начальном и конечном положениях тела.*

При движении вниз сила тяжести совершает положительную работу, при движении вверх — отрицательную. Работа, совершае-

мая при подъеме груза по наклонной плоскости и по вертикали на ту же высоту, одинакова, однако при равномерном подъеме груза по наклонной плоскости сила, которую нужно приложить к телу в направлении движения, меньше силы тяжести. Такое соотношение справедливо для всех простых механизмов: ни один из них не дает выигрыша в работе, но, *совершая работу с помощью простых механизмов, можно получить выигрыш в силе во столько раз, во сколько при этом будет совершен проигрыш в пути*. Этот закон называется *золотым правилом механики*. Он справедлив в тех случаях, когда машина движется равномерно и трением можно пренебречь.

Работа силы упругости Сжатая пружина, разжимаясь, перемещает тело из точки x_1 в точку x_2. Сила упругости пружины в начальном положении тела равна $F_1 = -kx_1$, в конечном положении $F_2 = -kx_2$. Так как сила упругости линейно зависит от степени деформации пружины, то для силы упругости, действующей на всем перемещении $x_2 - x_1$, можно взять ее среднеарифметическое значение $F_{ср} = \frac{F_1+F_2}{2} = \frac{-kx_1 - kx_2}{2} = -k\frac{x_1 + x_2}{2}$. Величина работы силы упругости

$$A = -\frac{k}{2}(x_1 + x_2)(x_2 - x_1) = \frac{k}{2}(x_1^2 - x_2^2), \qquad (1.97)$$

т. е. *работа силы упругости равна половине произведения жесткости упругого тела на разность квадратов его начальной и конечной деформации*.

Работа силы тяжести и силы упругости не зависит от формы и длины пути, а определяется только начальным и конечным положением тела.

Работа силы трения. Сила трения $F_{тр}$ определяется относительной скоростью движения соприкасающихся тел (сила трения скольжения). Сила трения всегда направлена против движения (угол $\alpha = 180°$), т. е. всегда является силой сопротивления, и поэтому выполняемая ею работа всегда отрицательна.

Если при движении тела под действием сил тяжести или упругости оно возвращается в исходную точку, то суммарная работа при этом равна нулю, так как на одной половине пути эти силы совершают положительную работу, на другой — отрицательную. Работа сил трения всегда отрицательна, поэтому после возвращения тела в исходное положение суммарная работа сил трения отлична от нуля.

Мощность. Величина, показывающая, с какой быстротой совершается работа, называется *мощностью* N. Мощность определяется работой, совершаемой в единицу времени:

$$N = \frac{A}{t}. \qquad (1.98)$$

В системе СИ за единицу мощности принят ватт (Вт), в честь английского изобретателя Дж. Уатта (1736—1819). Ватт — мощность, при которой работа в 1 Дж совершается за время 1 с.

Если совершаемая работа равна работе сил сопротивления, то движение будет происходить с постоянной скоростью, величина

которой зависит от мощности двигателя. Подставив в выражение (1.98) формулу для работы (2.93), получим

$$N = \frac{Fs}{t} = Fv, \tag{1.99}$$

где $v = \frac{s}{t}$ — скорость движения тела.

Из (1.99) следует $v = \frac{N}{F}$, т. е. *скорость движения при постоянной силе тем больше, чем больше мощность двигателя.* Однако с увеличением скорости движения меняется зависимость между силой сопротивления и скоростью: при больших скоростях, с которыми движутся самолеты и корабли, сила сопротивления воздуха и воды становится пропорциональной квадрату скорости: $F = \beta_2 v^2$, а мощность в этом случае становится пропорциональной кубу скорости

$$N = Fv = \beta_2 v^3. \tag{1.100}$$

Это значит, что для увеличения скорости, например, в два раза, мощность мотора нужно увеличить в восемь раз.

Поскольку $F = \frac{N}{v}$, то при постоянной мощности двигатель может развить наибольшую силу тяги на малых скоростях движения.

Задачи

163. Спортсмен массой m, висящий на невесомом и нерастяжимом канате, равномерно движущемся вверх со скоростью v_0, поднимается на высоту l. Как изменится работа, совершаемая при подъеме спортсмена на ту же высоту, если он будет двигаться вверх по канату с ускорением a? (Канат поднимается с той же скоростью). Решить задачу для $a = 0{,}1$ м/с^2, $v_0 = 1$ м/с, $l = 10$ м, $m = 60$ кг.

Решение. Вычислим работу в обоих случаях. В первом случае $A_1 = mgl$. Во втором случае движение спортсмена относительно неподвижной системы отсчета будет сложным: оно складывается из равномерного движения спортсмена вместе с канатом и его равноускоренного движения относительно каната. В соответствии с этим $l = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Время подъема спортсмена $t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2al} - v_0}{a}$. При этом канат поднимается на высоту $h = v_0 t = \frac{v_0\sqrt{v_0^2 + 2al} - v_0}{a}$. Сила натяжения каната в этом случае увеличится и будет равна $m(g + a)$. Работа, совершаемая при подъеме спортсмена, равна $A_2 = m(g + a)h = m(g + a)\frac{v_0\sqrt{v_0^2 + 2al} - v_0}{a}$. В первом случае $A_1 = 5880$ Дж. Во втором $A_2 = 4342$ Дж. Во втором случае совершаемая работа меньше.

164. Груженая шахтная клеть весом 980 кН поднимается с ускорением 0,5 м/с^2. Определить работу по подъему клети за первые 10 с движения.

Решение. Работу по поднятию клети совершает сила $F_н$, приложенная к ней со стороны каната. Кроме силы $F_н$, направленной вертикально вверх, на клеть действует сила тяжести P, направленная вертикально вниз. Обе силы, действуя одновременно, создают ускорение. Поэтому $F_н - P = \frac{P}{g}a$ и $F_н = \frac{P}{g}a + P$. Расстояние, пройденное клетью в равноускоренном движении под действием силы $F_н$, определится по уравнению пути: $h = \frac{at^2}{2}$. Работа по подъему клети $A = F_н h = \left(\frac{P}{g}a + P\right)\frac{at^2}{2} \approx 2{,}6$ МДж.

165. Какая работа совершается двигателем при равномерном перемещении по рельсам вагонетки весом $P = 14{,}7$ кН на расстояние $s = 600$ м, если коэффициент трения $f = 0{,}008$?

Решение. На вагонетку в вертикальном направлении действуют сила тяжести P и сила реакции рельсов $F_р$. Так как эти силы перпендикулярны к перемещению, то работу они не совершают. В горизонтальном направлении на вагонетку действуют тоже две противоположно направленные силы: сила тяги двигателя $F_т$ и сила трения $F_{тр}$. Так как движение вагонетки равномерное, то эти силы взаимно уравновешивают друг друга, $F_т = -F_{тр}$. Работа силы тяги заключается в преодолении равной и противоположно направленной силы трения. Поэтому $A = F_т s = F_{тр} s = fPs = 70560$ Дж.

166. Одинаковая ли требуется работа при равномерном подъеме тела вертикально вверх на высоту h и при равномерном перемещении тела по горизонтальному пути на расстояние h, при коэффициенте трения f?

Решение. При равномерном подъеме тела весом P вверх совершается работа по преодолению силы тяжести $A_1 = Ph_1$. При равномерном горизонтальном перемещении груза совершается работа по преодолению силы трения $A_2 = F_{тр}h = fPh$. Сравнивая их, видим, что работа по подъему тела в $\frac{1}{f}$ раз больше работы по горизонтальному перемещению его.

167. При равномерном спуске груза по наклонному настилу тормозящая сила 980 Н направлена под углом 150° к направлению движения груза. Определить работу тормозящей силы A, если длина настила 5 м.

Ответ. $A \approx -4{,}2$ кДж. Знак минус означает, что работу совершала сила сопротивления.

168. В течение 3 с подъемный кран приподнял за один конец рельс, лежавший на земле. Определить полезную работу A, если вес рельса 9,8 кН, а скорость поднятия его 0,5 м/с.

Ответ. $A \approx 7{,}4$ кДж.

169. На горизонтальной поверхности лежит кубик с ребром a и весом P. Каким образом надо перемещать кубик — перекатывать его или двигать по поверхности, чтобы на пути $s = na$, где n — целое число, совершить наименьшую работу? Коэффициент трения между кубиком и поверхностью равен 0,4.

Ответ. При перекатке кубика будет совершена меньшая работа, чем при движении его по поверхности: $Pna\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) < Pnaf$ при $f = 0{,}4$.

170. Сила тяги тепловоза 240 кН, мощность $3 \cdot 10^3$ кВт. За какое время t поезд пройдет расстояние между станциями, равное 10,8 км.

Ответ. $t = 864$ с.

171. Подъемный кран поднял груз 19,6 кН, стрела крана при этом поднялась на угол 37° от горизонтального положения. Найти работу A, если длина стрелы 20 м.

Ответ. $A = 235$ кДж.

172. Подъемный кран поднимает гранитную глыбу весом 29,4 кН на высоту 15 м в течение 120 с. С какой мощностью N работает мотор подъемного крана?

Ответ. $N \approx 3{,}7$ кВт.

§ 13. Закон сохранения энергии

Энергия. Энергией называется способность тела совершать работу. К механическим видам относится энергия, связанная с силами всемирного тяготения, энергия деформированного упругого тела и энергия, связанная с движением тела. Запас энергии определяется работой, которую может совершить тело, изменяя свое состояние: поднятый груз при падении, сжатая пружина прираскручивании, движущееся тело при остановке. *Механической энергией тела называют величину, равную максимальной работе, которую может совершить тело в данных условиях.*

Измеряется энергия в тех же единицах, что и работа, т. е. в джоулях.

Потенциальная энергия. Поднятое тело, падая с высоты h, может совершить работу $A = mgh$. Деформированная пружина, возвращаясь в исходное состояние, способна совершить работу $A = \frac{kx^2}{2}$. Следовательно, эти тела обладают запасом энергии, возникающим благодаря взаимодействию тел друг с другом. Эту энергию называют *потенциальной*. Потенциальная энергия тела зависит от положения тела, т. е. от его координат.

Если тело падает с некоторой высоты h_1 до высоты h_2, его потенциальная энергия изменяется от значения $E_{n1} = mgh_1$ до значения $E_{n2} = mgh_2$; $E_{n2} - E_{n1} = mg(h_2 - h_1)$, а совершенная при этом работа будет равна

$$A = mg(h_1 - h_2) = -mg(h_2 - h_1) = -(E_{n2} - E_{n1}), \qquad (1.101)$$

т. е. *работа, совершаемая телами, на которые действует сила тяготения или сила упругости, равна изменению их потенциальной энергии с обратным знаком*. Таким образом, когда падающее тело совершает положительную работу, его потенциальная энергия уменьшается. Если тело поднимают вверх, сила тяжести совершает отрицательную работу и потенциальная энергия при этом увеличивается. Аналогичное соотношение справедливо для энергии упругого деформированного тела.

Кинетическая энергия. Движущиеся тела обладают способностью выполнять работу и в том случае, если никакие силы со стороны других тел на них не действуют. Если тело движется с постоянной скоростью, сумма всех действующих на него сил равна нулю и работа при этом не совершается. Если тело будет действовать с некоторой силой по направлению движения на другое тело, тогда оно способно совершить работу. В соответствии с третьим законом Ньютона, к движущемуся телу будет приложена такая же по величине сила, но направленная в противоположную сторону. Благодаря действию этой силы скорость тела будет уменьшаться до его полной остановки. *Энергия $E_к$, обусловленная движением тела, называется кинетической.* Полностью остановившееся тело не может совершать работу, поэтому вся энергия, обусловленная движением тела, равна работе, совершенной при его перемещении до полной остановки: $A = Fs$. Перемещение определяют по формуле $s = \frac{v^2}{2a}$, а силу — по второму закону Ньютона $F = ma$. Подставив эти значения в выражение работы, получим

$$E_к = A = ma\frac{v^2}{2a} = \frac{mv^2}{2}, \tag{1.102}$$

т. е. *кинетическая энергия движущегося тела равна половине произведения массы тела на квадрат его скорости.* Кинетическая энергия, в отличие от потенциальной, зависит не от координат тела, а от его *скорости* и остается постоянной, пока не меняется численное значение скорости. Изменение направления скорости не влияет на кинетическую энергию. Если скорость тела при совершении работы изменилась от значения v_1 до v_2, то изменение кинетической энергии выразится разностью:

$$E_{к2} - E_{к1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \tag{1.103}$$

Для того чтобы найти произведенную при этом работу силы, определим перемещение тела s по формуле $v_2^2 - v_1^2 = 2as$, т. е. $s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$, но, по второму закону Ньютона, $a = \frac{F}{m}$. Таким образом, $s = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2F}$ и работа силы F равна

$$A = Fs = F\frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2F} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \tag{1.104}$$

Сравнивая зависимости (1.103) и (1.104), видим, что *изменение кинетической энергии тела равно произведенной при этом работе.* Если совершаемая работа положительна — кинетическая энергия тела возрастает, если отрицательна (против упругих сил и сил тяготения) — кинетическая энергия уменьшается. Для потенциальной энергии справедливо обратное соотношение.

Полная энергия падающего тела. Закон сохранения энергии. Энергия тела изменяется, когда тело совершает работу. Если совершается положительная работа — уменьшается потенциальная и увеличивается кинетическая энергия тела, если отрицательная — увеличивается потенциальная и уменьшается кинетическая энергия тела.

Свободно падающее тело обладает и кинетической, и потенциальной энергией. Потенциальная энергия падающего тела уменьшается, так как уменьшается его высота, а кинетическая энергия при этом возрастает, так как увеличивается скорость тела. Оба вида энергии тела и их изменения связаны между собой строгой закономерностью. Найдем ее для тела, массой m, падающего с высоты h_1, где оно имело скорость v_1, до высоты h_2, где оно приобрело скорость v_2. Ускорение тела (g) известно, следовательно, можно для пройденного телом пути написать формулу: $h_2 - h_1 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$. Умножив обе части этого равенства на mg, получим

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = -(mgh_1 - mgh_2) = mgh_2 - mgh_1. \qquad (1.105)$$

Левая часть равенства — это кинетическая энергия тела, правая часть — потенциальная. Следовательно, *увеличение кинетической энергии падающего тела равно уменьшению его потенциальной энергии*. Потенциальная энергия как бы превращается в кинетическую. При движении тела, брошенного вверх, потенциальная энергия тела будет возрастать, причем на такую же величину, на какую будет уменьшаться его кинетическая энергия. Равенство (1.105) можно переписать в виде

$$mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2}. \qquad (1.106)$$

Слева — сумма потенциальной и кинетической энергии тела на высоте h_1, справа — равная ей сумма энергий тела на высоте h_2. *Сумма потенциальной и кинетической энергии тела называется его полной механической энергией*

$$E = E_п + E_к. \qquad (1.107)$$

Если тело поднято на высоту h, то до начала падения его кинетическая энергия равна нулю, и полная его энергия будет равна потенциальной энергии mgh. В момент падения на Землю потенциальная энергия тела равна нулю (за начало отсчета высоты принимается уровень Земли, потенциальная энергия ниже уровня Земли — отрицательна), полная его энергия в этом случае равна $\frac{mv^2}{2}$. Потенциальная энергия полностью перешла в кинетическую. В любой промежуточной точке траектории падения энергия тела состоит из потенциальной и кинетической энергии, сумма которых в течение всего падения остается величиной постоянной и равной

кинетической энергии тела у поверхности Земли, или потенциальной энергии тела на высоте h

$$\frac{mv^2}{2} = mgh. \tag{1.108}$$

Таким образом, *полная механическая энергия тел, движущихся под действием силы тяжести, не изменяется.* Это — проявление *закона сохранения энергии.*

Закон сохранения энергии, так же как и закон сохранения импульса, справедлив для замкнутой системы тел. Рассматривая энергию падающего тела, следует рассматривать энергию замкнутой системы: падающее тело — Земля. Однако, рассматривая падение тел в системе координат, связанной с Землей, движение Земли учитывать не нужно. В этой системе Земля покоится, ее кинетическая энергия равна нулю и при движении тела не меняется. Для любой другой системы отсчета закон сохранения энергии формулируется так: *полная энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют силы всемирного тяготения, остается неизменной, и при любых движениях тел этой системы возможны только взаимные превращения кинетической и потенциальной энергии.*

Закон сохранения энергии при взаимодействии упругих тел. Найдем соотношение между кинетической и потенциальной энергией при движении тела, связанного с деформированной пружиной. Если скорость тела, прикрепленного к пружине, изменилась от значения v_1 до v_2 при перемещении на расстояние $x_2 - x_1$, то его кинетическая энергия изменится на величину $E_к = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$, где m — масса тела, массой пружины пренебрегаем.

Это изменение кинетической энергии равно работе, совершенной силами упругости над телом при этом перемещении,

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right).$$

Правая часть равенства — изменение потенциальной энергии пружины с обратным знаком. Таким образом, *изменение кинетической энергии тела, движущегося под действием сил упругости, равно изменению потенциальной энергии, взятому с обратным знаком.*

Переписав последнее равенство в виде

$$\frac{mv_2^2}{2} + \frac{kx_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{kx_1^2}{2}, \tag{1.109}$$

получим закон сохранения энергии для системы, состоящей из пружины и прикрепленного к ней тела: *сумма кинетической и потенциальной энергии системы взаимодействующей посредством сил упругости, сохраняется неизменной.*

Закон сохранения энергии и сила трения. Всякое движущееся тело, предоставленное самому себе, через определенное время останавливается из-за действия на него сил трения. Сила трения всегда направлена против движения, поэтому совершаемая против сил

трения работа всегда отрицательна и не приводит к изменению потенциальной энергии.

Потенциальная энергия тел растет при отрицательной работе, но это относится только к работе сил тяготения и упругих сил. Таким образом, *силы трения, не изменяя потенциальную энергию тела, всегда приводят к уменьшению его кинетической энергии, и, следовательно, к уменьшению полной энергии тела.* Однако закон сохранения энергии строго соблюдается и в этом случае, так как *энергия, израсходованная на совершение работы против сил трения, переходит в тепловую энергию молекул трущихся поверхностей.*

Тщательное измерение увеличения температуры трущихся тел показало, что увеличение энергии молекул как раз равно уменьшению механической энергии тел.

Всеобщий характер закона сохранения энергии. В природе существует, кроме механической, много различных видов энергии: химическая, тепловая, ядерная, энергия электромагнитных волн и т. д. Тепловая энергия является одним из видов внутренней энергии тел. Как показал опыт, для всех видов энергии возможен переход из одного вида в другой, но при всех этих переходах и передачах энергии *суммарное количество энергии всех видов, включая механическую и все виды внутренней энергии, остается строго постоянным.* Несмотря на это, количество *полезной энергии* при различных ее превращениях может уменьшаться, так как, превращаясь, энергия может перейти в бесполезную форму. В механике такой бесполезной, и часто вредной формой, является нагревание трущихся поверхностей механизмов и окружающей среды.

Коэффициент полезного действия машин. Любая машина, предназначенная для выполнения какой-либо работы, должна откуда-то получать для этого энергию. Простые машины и различные их комбинации передают энергию непосредственно от источника к потребителю. В сложных машинах работа совершается за счет энергии, освобождающейся при сгорании топлива, энергии падающей воды, энергии, выделяющейся в ядерных реакторах. Ни один из этих видов энергии не подается непосредственно к машинам, а претерпевает ряд превращений из одной формы в другую. Например, потенциальная энергия падающей воды превращается в кинетическую энергию турбины, вращающей генератор гидроэлектростанции. Механическая энергия вращения генератора превращается в электрическую энергию, передающуюся по проводам к электрическому двигателю, в котором она снова преобразуется в механическую энергию, например, станка, или тепловую — электропечи и т. д. Все эти превращения энергии подчиняются закону сохранения энергии, из которого следует, что *ни одна машина не может произвести механической работы больше, чем она получает энергии.* Из закона сохранения энергии следует невозможность создания «вечного двигателя», машины, которая могла бы совершать работы больше, чем получать энергии. Во всех реальных механизмах, двигателях и генераторах действуют силы трения, на преодоление которых затрачивается часть энергии, потребляемой механизмом. Эта часть работы превращается в тепло и обычно является бесполезной, поэтому при создании любой машины стремятся по возможности уменьшить в ней силы трения и вредные сопротивления.

Любой двигатель, генератор, машина характеризуются величиной, показывающей, какая часть подводимой энергии превра-

щается в другой вид энергии или используется для совершения работ. Эта величина называется коэффициентом полезного действия машины (к.п.д.), η и равна отношению полезно расходуемой энергии ко всей подводимой энергии

$$\eta = \frac{A_п}{A}. \qquad (1.110)$$

К. п. д. не может быть больше единицы. В реальных машинах из-за работы против сил трения он всегда меньше единицы. Обычно к. п. д. выражают в процентах: $\eta = \frac{A_п}{A} 100\%$. Отношение полезной мощности $N_п$ ко всей мощности, подводимой к механизму N, равно той же величине к. п. д.:

$$\eta = \frac{N_п}{N}, \qquad (1.111)$$

при этом отношение части мощности, теряемой в самом механизме $N - N_п$, ко всей мощности N связано с к. п. д. соотношением

$$1 - \eta = \frac{N - N_п}{N}. \qquad (1.112)$$

§ 14. Применение законов сохранения при решении задач

Грузы на блоке. Грузы массой m_1 и m_2 ($m_1 > m_2$) прикреплены к концам нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Если такую систему предоставить самой себе, груз m_1 начнет опускаться, груз m_2 — подниматься. (Массу нити не учитываем, так же как и движение блока и нити). Найдем ускорение, с которым движутся грузы. Общее изменение потенциальной энергии грузов при перемещении груза m_1, равном $h_1 - h_2$, состоит из уменьшения потенциальной энергии груза m_1 на величину $m_1g(h_2 - h_1)$ и увеличения потенциальной энергии груза m_2 на величину $m_2g(h_1 - h_2)$. Общее изменение потенциальной энергии равно

$$E_{п2} - E_{п1} = m_1gh_2 - m_1gh_1 - m_2gh_2 + m_2gh_1 = (m_1 - m_2)\, g\, (h_2 - h_1),$$

т. е. потенциальная энергия системы из двух грузов изменяется так, как изменилась бы энергия при движении одного тела с массой, равной разности масс грузов.

Найдем изменение кинетической энергии грузов. Пусть груз m_1 на высоте h_1 движется со скоростью v_1, а на высоте h_2 — со скоростью v_2. Величина скорости груза m_2 такова, как и груза m_1. Тогда общее изменение кинетической энергии будет равно:

$$E_{к2} - E_{к1} = \frac{m_1v_2^2}{2} - \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} - \frac{m_2v_1^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)(v_2^2 - v_1^2)}{2}.$$

Кинетическая энергия грузов изменяется так, как изменилась бы она при движении одного тела с массой, равной сумме масс грузов.

Из закона сохранения энергии следует, что уменьшение потенциальной энергии системы грузов должно равняться увеличению ее кинетической энергии:

$$(m_1 - m_2)\, g\, (h_1 - h_2) = \frac{m_1 + m_2}{2} (v_2^2 - v_1^2). \tag{1.113}$$

Подставив в уравнение (1.113) вместо $v_2^2 - v_1^2$ его значение из формулы $v_2^2 - v_1^2 = 2a\,(h_1 - h_2)$, где a — ускорение системы грузов, получим $(m_1 - m_2)\, g\, (h_1 - h_2) = \dfrac{m_1 + m_2}{2} 2a\,(h_1 - h_2)$, откуда

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g. \tag{1.114}$$

Так как $(m_1 - m_2) < m_1 + m_2$, то *ускорение движения грузов всегда будет меньше ускорения свободного падения.*

Столкновение тел. Упругий и неупругий удары. При столкновении двух тел трудно проанализировать и учесть все силы, действующие на них. Часто при решении задач о столкновении тел с данными начальными условиями важно узнать только конечный результат. Его можно получить, используя закон сохранения энергии и закон сохранения импульса. Задачи обычно ставятся так: по известным импульсам и энергиям частиц до столкновения определить значения этих величин после столкновения. Столкновение или удар частиц может быть упругим и неупругим.

Абсолютно неупругим называют удар, после которого тела образуют единое тело, движущееся с определенной скоростью (например, удар метеорита о Землю). Определим скорость v тела с массой $M = m_1 + m_2$, образовавшегося после удара тел с массами m_1 и m_2 и начальными скоростями соответственно v_1 и v_2. В соответствии с законом сохранения импульса, $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$, откуда

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \tag{1.115}$$

При неупругом ударе не сохраняется сумма кинетических энергий частиц. Это видно на примере неупругого столкновения двух тел, имеющих равные по величине и противоположно направленные импульсы. После их неупругого столкновения кинетическая энергия образовавшегося тела будет равна нулю, хотя до столкновения сумма кинетических энергий тел была отличной от нуля. Эта энергия расходуется на деформацию и нагревание тел в результате удара.

Абсолютно упругим называют удар, при котором сохраняется не только сумма импульсов, но и сумма кинетических энергий ударяющихся тел. Рассмотрим центральный удар двух шаров. При таком ударе векторы скоростей обеих шаров направлены по прямой, соединяющей их центры. Для простоты рассмотрим удар

в системе координат, относительно которой второй шар покоится, а первый движется со скоростью v. Найдем скорости v_1 и v_2 шаров после столкновения. Запишем законы сохранения импульса и сохранения энергии:

$$m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v_2; \quad \frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}, \tag{1.116}$$

преобразуем их: $m_1 (v - v_1) = m_2 v_2$; $m_1 (v^2 - v_1^2) = m_2 v_2^2$. Разделив второе равенство на первое, получим

$$v + v_1 = v_2. \tag{1.117}$$

Подставив это соотношение в первое из равенств (1.116), получим $m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v + m_2 v_1$, откуда определим скорости v_1 и v_2:

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v; \quad v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v. \tag{1.118}$$

Рассмотрим некоторые частные случаи упругих ударов:

1) если массы шаров равны $m_2 = m_1$, то $v_1 = 0$ и $v_2 = v$. При упругом центральном ударе одинаковых шаров, когда движущийся шар ударяется о покоящийся, первый из них останавливается, а второй приобретает скорость первого;

2) если $m_1 > m_2$, то $0 < v_1 < v$; в предельном случае, когда $m_1 \gg m_2$, скорость массивного шара почти не изменится, а легкий шар, покоившийся до удара, приобретет скорость $v_2 \approx 2v$;

3) если $m_1 < m_2$, то $-v \leqslant v_1 < 0$, это значит, что легкий шар, налетев на массивный, отразится в обратном направлении; массивный шар приобретет скорость $0 \leqslant v_2 < v$. В предельном случае можно считать, что отношение $\frac{m_1}{m_2}$ стремится к нулю и, пренебрегая слагаемым m_1 рядом с m_2, получим: $v_2 = 0$, $v_1 = -v$, т. е. шар при ударе о массивный шар отразится от него с той же по величине скоростью, но имеющей противоположное направление.

Задачи

173. Кирпич, ребра которого равны l, $2l$ и $4l$, кладут на горизонтальную плоскость поочередно в трех различных положениях. Как меняется потенциальная энергия кирпича при изменении его положения?

Решение. Величина потенциальной энергии определяется расстоянием от плоскости до центра тяжести кирпича. Значения потенциальной энергии равны соответственно $E_{п1} = mg\frac{l}{2}$; $E_{п2} = mgl$; $E_{п3} = mg2l$, а изменения потенциальной энергии равны

$$E_{п3} - E_{п2} = mgl; \; E_{п2} - E_{п1} = mg\frac{l}{2}; \; E_{п3} - E_{п1} = mg\frac{3}{2}l.$$

174. Два тела с массами m_1 и m_2 находятся на высоте h_1 и h_2 от земной поверхности. Доказать, что потенциальная энергия такой

системы равна произведению суммы весов тел на высоту центра инерции системы над земной поверхностью (взаимодействием тел пренебречь).

Решение. Так как взаимодействием тел между собой мы пренебрегаем, то полная потенциальная энергия $E_п$ такой системы равна сумме потенциальных энергий, которыми обладают тела во внешнем поле (поле земного тяготения): $E_п = m_1gh_1 + m_2gh_2$. Найдем высоту центра инерции системы над землей: $h_{ц.и} = \frac{m_1h_1 + m_2h_2}{m_1 + m_2}$, тогда

$$h_{ц.и}(P_1 + P_2) = (m_1 + m_2)\,g\,\frac{m_1h_1 + m_2h_2}{m_1 + m_2} = m_1gh_1 + m_2gh_2 = E_п.$$

175. Тело брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. На какой высоте его кинетическая энергия будет равна потенциальной?

Решение. Полная энергия тела во время полета сохраняется, поэтому $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh$, где $\frac{mv_0^2}{2}$ — кинетическая энергия тела в момент броса, $\frac{mv^2}{2}$ и mgh — кинетическая и потенциальная энергии тела на высоте h. Для искомой высоты $\frac{mv^2}{2} = mgh$. Сокращая массу в обоих уравнениях, получим систему $\frac{v_0^2}{2} = \frac{v^2}{2} + gh$; $\frac{v^2}{2} = gh$, из которой определим h: $h = \frac{v_0^2}{4g}$.

176. Тонкий обруч катится половину пути по шероховатой поверхности со скоростью v_0, а вторую половину пути — по абсолютно гладкой поверхности. Найти его среднюю скорость. Потерями энергии на трение пренебречь.

Решение. Полную кинетическую энергию обруча при качении можно представить как сумму кинетической энергии поступательного движения и кинетической энергии вращательного движения $E_к = E_{пост} + E_{вр}$, при этом $E_{пост} = E_{вр} = \frac{mv_0^2}{2}$. При переходе на абсолютно гладкую поверхность остается только поступательное движение. Согласно закону сохранения энергии, $\frac{mv_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$, где v — скорость скольжения обруча по гладкой поверхности, $v = v_0\sqrt{2}$. Общее время движения на пути $2s$ равно $t_0 = t_1 + t_2 = \frac{s}{v_0} + \frac{s}{v_0\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{2})\,s}{v_0\sqrt{2}}$, а средняя скорость $v_{ср} = \frac{2s}{t_0} = \frac{2v_0\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$.

177. Покажите, что при прочих равных условиях тормозной путь транспортных машин прямо пропорционален квадрату скорости перед началом торможения.

Решение. Кинетическая энергия тела пропорциональна квадрату его скорости $E_к = \frac{mv^2}{2}$, а работа постоянной силы пропорциональна пути, пройденному силой $A = Fs$. Сила торможения постоянна. Кинетическая энергия расходуется на ее преодоление, $Fs = \frac{mv^2}{2}$. Значит $s = \frac{mv^2}{2F}$. Так как масса и сила — величины постоянные, то $s \sim v^2$.

178. Мяч падает с высоты $h = 7{,}5$ м на гладкий пол. Какую начальную скорость v_0 нужно сообщить мячу, чтобы после двух ударов о пол он поднялся до первоначальной высоты, если при каждом ударе мяч теряет 40% энергии?

Решение. В начальный момент энергия мяча равна $E_0 = mgh + \frac{mv_0^2}{2}$. По закону сохранения энергии та же энергия будет у мяча непосредственно перед первым ударом о пол. После первого удара энергия его $E_1 = 0{,}6\ E_0$. Эта энергия сохранится у мяча до второго удара, после которого у него останется $E_2 = 0{,}6\ E_1 = 0{,}36\ E_0$. При подъеме после второго удара на наибольшую высоту, которая по условию задачи равна h, у него будет только потенциальная энергия, равная $mgh = E_2 = 0{,}36\ E_0$. Учитывая значение E_0, получим $v_0 = \frac{4}{3}\sqrt{2gh}$.

179. С высоты h_1 по наклонной плоскости без проскальзывания катится диск радиусом R. Найти скорость центра диска на высоте $h_2 < h_1$. Потерями энергии на трение можно пренебречь.

Решение. Энергию диска можно представить как сумму потенциальной энергии, $E_п = mgh$ (h — высота центра диска над поверхностью земли; m — масса диска), кинетической энергии поступательного движения $E_{к1} = \frac{mv^2}{2}$ (v — скорость центра инерции) и кинетической энергии вращения диска вокруг центра инерции $E_{к2} = \frac{m\omega^2R^2}{4}$. Тогда из закона сохранения энергии $mgh_1 = mgh_2 + \frac{mv^2}{2} + \frac{m\omega^2R^2}{4}$. Поступательная скорость катящегося без проскальзывания диска и угловая скорость его вращения связаны соотношением $v = \omega R$. Отсюда $v = \sqrt{\frac{4}{3}g(h_1 - h_2)}$.

180. Мотор самолета весом P выключился во время горизонтального полета со скоростью v_1, на высоте h. Самолет, планируя, достигает земли со скоростью v_2 ($v_2 < v_1$). Определить среднюю силу сопротивления воздуха F_c при спуске самолета, принимая длину спуска равной l.

Решение. При спуске самолета уменьшается его скорость и расстояние до земли, следовательно, уменьшается кинетическая и потенциальная энергии. Уменьшение энергии происходит за счет преодоления силы сопротивления F_c на пути l, поэтому $F_c l = (E_{к1} -$

$$- E_{к2}) + (E_{п1} - E_{п2}) = \frac{Pv_1^2}{2g} - \frac{Pv_2^2}{2g} + Ph, \text{ откуда } F_c = \frac{1}{l}\left(\frac{Pv_1^2}{2g} - \frac{Pv_2^2}{2g} + Ph\right) = \frac{P(v_1^2 - v_2^2 + 2gh)}{2gl}.$$

181. Определить к.п.д. гидростанции, если расход воды равен 6 м³/с, напор воды 20 м, а мощность станции 883 кВт.

Решение. Полезная мощность — это мощность, развиваемая машинами станции, она известна. Затраченная мощность — это мощность, развиваемая при падении воды. Расход воды $Q = 6$ м³/с или, если учесть, что плотность воды в системе СИ 10^3 кг/м³, то $Q = 6000$ кг/с. Мощность, развиваемая при падении воды $N_з = Qgh$, тогда $\eta = \frac{N_п}{N_з} \approx 0{,}75$.

182. Шаг винта домкрата 0,5 см, длина рукоятки 0,4 м. Сила, действующая на рукоятку, 118 Н. Коэффициент полезного действия домкрата 45%. Какую силу развивает домкрат?

Решение. Полезной является работа по преодолению сопротивления, действующего вдоль оси домкрата, т. е. $A_п = Ph$. Работа силы F, приложенной к рукоятке домкрата, является затраченной работой $A_з = F2\pi R$. Коэффициент полезного действия домкрата $\eta = \frac{A_п}{A_з} = \frac{Ph}{F2\pi R}$, откуда $P = \frac{\eta F 2\pi R}{h} \approx 27$ кН.

183. Неподвижным блоком поднят груз весом $P = 100$ Н на высоту $h = 1{,}5$ м. Определить затраченную работу $A_з$ и силу давления на ось блока F, если коэффициент полезного действия равен 90%.

Решение. Затраченная работа равна $A_з = \frac{A_п}{\eta}$. Полезная работа $A_п = Ph$. Тогда $A_з = \frac{Ph}{\eta} \approx 167$ Дж. Сила давления на ось блока складывается из силы давления груза и силы давления рук, поднимающих груз и преодолевающих сопротивление F_1, т. е. $F = P + F_1 = P + \frac{A_з}{h} \approx 211$ Н.

184. По горизонтальной плоскости движется шар массой m со скоростью v_0. Его догоняет другой шар массой $m/2$. Скорость легкого шара совпадает по направлению с v_0 и равна $2v_0$ по абсолютной величине. Найти скорость шаров после удара, считая удар абсолютно упругим и центральным. Трением пренебречь.

Решение. Рассмотрим систему координат, связанную с тяжелым шаром. Она движется со скоростью v_0 относительно горизонтальной плоскости. Тогда в выбранной системе легкий шар ударяет покоящийся тяжелый шар со скоростью $v_0' = v_0$. В движущейся системе $v_1' = \frac{\frac{1}{2}m - m}{\frac{1}{2}m + m} v_0 = -\frac{1}{3}v_0$; $v_2' = \frac{2}{3}v_0$, где v_1' и v_2' — скорости шаров

после удара. Обратный переход к координатам, связанным с плоскостью, дает $v_1 = v_0 + v_1' = \frac{2}{3} v_0$; $v_2 = v_0 + v_2' = \frac{5}{3} v_0$.

185. Два неупругих шара массой 1 кг и 0,5 кг движутся навстречу друг другу со скоростями 5 м/с и 4 м/с. Какова скорость шаров после столкновения?

Решение. До удара шары двигались самостоятельно со скоростями v_1 и v_2 и их общее количество движения равнялось $m_1v_1 - m_2v_2$ (скорость первого шара считаем положительной, тогда скорость второго надо взять со знаком минус). После неупругого удара шары стали двигаться со скоростью $v_1' = v_2' = v'$ и их общее количество движения стало равным $(m_1 + m_2) v'$. Из закона сохранения количества движения $m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2) v'$ следует, что $v' = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2} =$ $= 2$ м/с. Так как скорость v' имеет положительный знак, то движение происходит в сторону движения большего шара.

186. Летящая пуля попадает в песок на глубину 15 см. На какую глубину h войдет в песок пуля той же массы, если скорость ее движения вдвое больше? Считать, что сила сопротивления, действующая со стороны песка на пулю, не зависит от скорости пули.

Ответ. $h = 60$ см.

187. Постоянная сила 0,5 Н действует на тело массой 10 кг в течение 2 с. Определить кинетическую энергию тела, если начальная кинетическая энергия его равна нулю.

Ответ. $E = 0{,}05$ Дж.

188. Поезд массой 1500 т движется со скоростью 16 м/с и при торможении останавливается, пройдя путь 200 м. Какова сила торможения F? Как должна измениться сила торможения, чтобы поезд остановился, пройдя вдвое меньший путь?

Ответ. $F = 9{,}6 \cdot 10^5$ Н. Сила обратно пропорциональна пройденному пути, поэтому вдвое более короткому пути соответствует вдвое большая сила.

189. Какую работу A совершил мальчик, стоящий на гладком льду, сообщив санкам начальную скорость 4 м/с относительно льда, если вес санок 39,2 Н, а вес мальчика 196 Н? Трением о лед пренебречь.

Ответ. $A = 38{,}4$ Дж.

190. Найти среднюю мощность $\overline{N}$, развиваемую пороховыми газами при выстреле из винтовки, если длина канала ствола 1 м, масса пули 10 г, а скорость пули при вылете 400 м/с. Массой газов, сопротивлением движению пули и отдачей винтовки пренебречь. Считать, что сила давления газов постоянна во все время движения пули в канале ствола.

Ответ. $\overline{N} = 160$ кВт.

191. Автомобиль движется со скоростью 10 м/с. Перед препятствием шофер затормозил так, что колеса перестали вращаться (юз). Какой путь s пройдет автомобиль до полной остановки, если коэффициент трения скольжения 0,2?

Ответ. $s \approx 26$ м.

192. Определить полезную мощность $N_п$ водяного двигателя, к.п.д. которого $\eta = 0{,}8$. Вода поступает в двигатель со скоростью

3 м/с, а вытекает из него со скоростью 1 м/с на уровне, находящемся на 1,5 м ниже уровня воды. Секундный расход воды 0,3 м³/с.

Ответ. $N_п \approx 4{,}5$ кВт.

193. С помощью подвижного блока поднимается груз 75 Н на высоту 10 м. Коэффициент полезного действия 60%. Определить необходимую для подъема силу F, полезную работу $A_п$ и всю произведенную работу $A_з$.

Ответ. $A_п = 750$ Дж; $A_з = 1250$ Дж; $F = 62{,}5$ Н.

194. По наклонной плоскости длиной 5 м и высотой 1,5 м поднимается груз весом 180 Н. Определить силу F, необходимую для подъема груза и для его удержания на наклонной плоскости. Чему равна полезная работа $A_п$ и коэффициент полезного действия η? Коэффициент трения принять равным 0,3.

Ответ. $F = 3$ Н; $A_п = 270$ Дж; $\eta = 0{,}5$.

195. На гладкой поверхности лежат, касаясь друг друга, два одинаковых ($r_1 = r_2$, $m_1 = m_2$) шара. С ними сталкивается такой же третий шар, движущийся со скоростью v_0. Соударение всех трех шаров происходит одновременно. Определить скорости шаров v_1, v_2, v_3 после удара, считая его абсолютно упругим.

Ответ. $v_1 = v_2 = \frac{2}{3} v_0$, $v_3 = -\frac{1}{3} v_0$.

196. Мяч соскальзывает (без качения) из верхней точки неподвижной полусферы радиусом R. На какую высоту h он подскочит после удара о поверхность, на которой находится полусфера, если удар считать абсолютно упругим? Размеры мяча малы по сравнению с R. Трением мяча о поверхность пренебречь.

Ответ. $h = \frac{2}{3} R$.

Глава 2

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ЗВУК

§ 1. Механические колебания

Периодические движения. Часто можно наблюдать движения, которые повторяются во времени (движение любой точки на ободе колеса при его равномерном вращении, колебания маятника часов, корабля на волнах, движение шатуна и поршня паровой машины, колебание струн, движение ног и рук бегуна и т. п.). Однако не всегда повторение совершенно одинаково. Движение, отдельные этапы которого точно повторяются во времени, называют *периодическим*.

Периодическое движение можно разделить на отдельные циклы так, что после окончания одного полного цикла начинается другой цикл, в точности совпадающий с предыдущим. Продолжительность одного цикла называют *периодом*. Например, в случае равномерного вращения периодом является время, в течение которого вращающееся тело совершает один оборот.

Число колебаний, совершаемых за 1 с, называется *частотой*. Между периодом T и частотой f существует соотношение

$$f = \frac{1}{T}. \qquad (2.1)$$

Единицей частоты принято считать величину, равную одному циклу в секунду. Эту величину называют *герцем*, Гц, в честь немецкого физика Г. Герца (1857—1894).

Системы, в которых можно наблюдать периодическое движение, называют *колебательными*. Периодическое движение, один раз возникнув, может продолжаться без постоянного действия внешних периодических сил. Колебания, происходящие в системе, на которую не действуют внешние силы, называют *свободными*.

У всякой системы, способной совершать свободные колебания, имеется *устойчивое положение равновесия*.

Наибольшее отклонение от положения равновесия, происходящее в процессе периодического движения, называется *амплитудой* колебания.

Колеблющееся тело может быть закреплено в одной или нескольких точках так, что положение этих точек остается неизменным в процессе колебательного движения. Всякое тело, точка закрепления которого находится выше центра тяжести этого тела, называется *маятником*. Устойчивое положение равновесия маятника обеспечивается тогда, когда его центр тяжести находится на вертикали, проходящей через точку закрепления.

Гармонические колебания. Причиной колебаний, возникающих в колебательных системах, являются силы, стремящиеся вернуть систему в положение равновесия. Простейшие периодические колебания, совершающиеся под действием силы, величина которой пропорциональна смещению из положения равновесия, называют

гармоническими колебаниями. Сила F всегда направлена к положе-
нию равновесия и препятствует смещению x от положения равно-
весия. Поэтому знак силы F противоположен знаку смещения x:

$$F = -kx. \tag{2.2}$$

Постоянный коэффициент k характеризует упругие свойства колебательной системы. Численно величина k равна силе, которая возникает при смещении на единицу длины.

Если масса тела m, ускорение движения этого тела a, то, согласно второму закону Ньютона, $a = F/m$. Учитывая выражение (2.2), видим, что ускорение при гармоническом колебании прямо пропорционально величине смещения из положения равновесия:

$$a = -\frac{k}{m}x. \tag{2.3}$$

Математический маятник. Простейшим примером гармонических колебаний является движение нитяного маятника. Если грузик, подвешенный на тонкой нерастяжимой нити, слегка толкнуть так, чтобы амплитуда его колебаний была мала, то под действием силы тяжести такой маятник будет совершать гармонические колебания. Из рис. 11 видно, что сила F, возвращающая грузик в положение равновесия, равна:

$$F = P\sin\alpha, \tag{2.4}$$

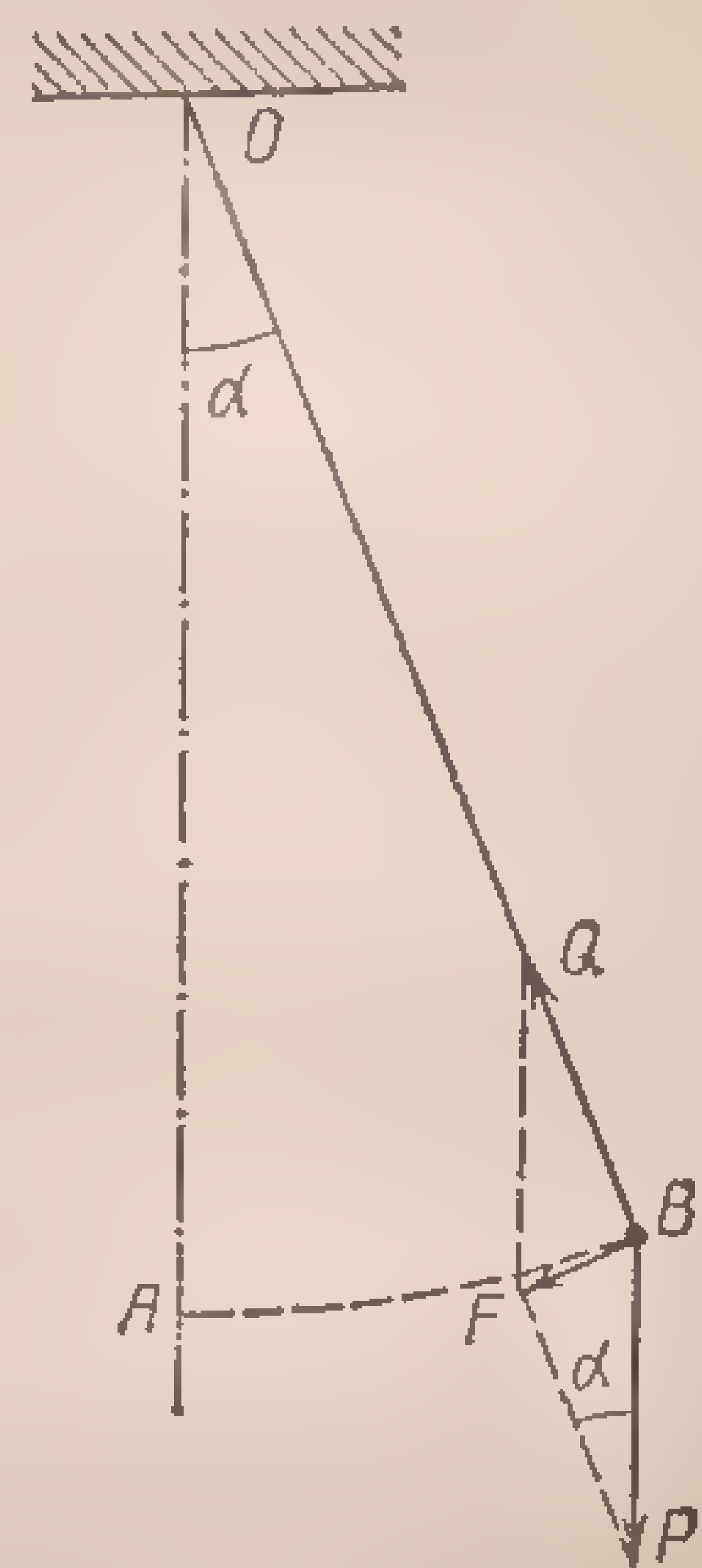


Рис. 11.

где α — угол отклонения маятника от положения равновесия. Если угол α мал, то можно считать, что длина дуги, описываемая маятником при движении, приближенно равна длине прямолинейного отрезка AB, которую обозначим через x. Если длина нити маятника равна l, то для малого угла α приближенно

$$\frac{x}{l} = \sin\alpha. \tag{2.5}$$

Подставляя в (2.4) значение $\sin\alpha$ из (2.5) и учитывая, что знаки x и F противоположны, получим

$$F = -\frac{P}{l}x. \tag{2.6}$$

Таким образом, нитяный маятник колеблется под действием силы, пропорциональной смещению маятника и направленной к положению его равновесия, т. е. совершает простое или гармоническое колебание. При этом не учитывается трение нити, ее упругость и вес. Такое рассмотрение справедливо для некоторой абстрактной модели математического маятника, под которым подразумевают материальную точку, подвешенную на тонкой нерастяжимой и невесомой нити.

4*

Голландский ученый Х. Гюйгенс (1629—1695), исследуя законы колебания маятника, установил, что период колебания пропорционален корню квадратному из отношения длины маятника к величине ускорения силы тяжести g:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{2.7}$$

Из (2.7) видно, что период колебаний математического маятника T не зависит от амплитуды колебания (*изохронность*) и массы.

Маятник можно использовать как наиболее простой и удобный способ определения ускорения силы тяжести.

Упругие колебания. При деформации твердых тел возникает упругая сила, стремящаяся восстановить первоначальную форму тела. Величина упругой силы пропорциональна смещению. Она является причиной возникновения упругих колебаний в твердых телах.

Простейший пример упругих колебаний — это колебание *пружинного маятника*, состоящего из шарика, закрепленного с обеих сторон с помощью спиральных пружин. Если масса шарика значительно больше массы пружин, а деформация шарика в процессе колебаний мала (по сравнению с амплитудой колебаний), то такой пружинный маятник при небольших амплитудах совершает гармонические колебания. Период этих колебаний определяется формулой, аналогичной формуле математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \tag{2.8}$$

где m — масса шарика, k — коэффициент жесткости пружины, определяющий величину силы, необходимой для растяжения пружины на 1 см.

Следовательно, *период упругих гармонических колебаний тем меньше, чем больше упругость системы, и тем больше, чем больше колеблющаяся масса*.

Запись колебаний. Фаза. Прибор для записи колебаний называют *осциллографом*. Простейший осциллограф можно получить, если прикрепить к грузику маятника какое-либо устройство (например, тонкий волосок), оставляющее след на пластинке, равномерно перемещающейся в направлении, перпендикулярном к плоскости колебания маятника.

Изменение величины пути x, проходимого за время t при гармоническом колебании, может быть описано синусоидальным законом

$$x = A\sin(\omega t + \varphi). \tag{2.9}$$

Величина A численно равна амплитуде колебаний, а $\omega t + \varphi$ называется *фазой* гармонического колебания. Величина φ — фаза в начальный момент времени ($t = 0$). *Циклическая* (круговая) *частота* ω связана с периодом T и частотой f соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f. \tag{2.10}$$

Фаза показывает, какая доля периода прошла с начального момента.

Превращения энергии при колебаниях маятника. При всяком колебании происходит переход потенциальной энергии в кинетическую, и наоборот. В положении, когда отклонение от равновесия максимально, скорость и кинетическая энергия маятника равны нулю, а потенциальная энергия имеет наибольшее значение. При движении в направлении положения равновесия потенциальная энергия маятника уменьшается и переходит в кинетическую. При этом скорость движения увеличивается до тех пор, пока не будет достигнуто положение равновесия. В этом положении скорость и кинетическая энергия колебательного движения максимальны.

Дальнейшее движение происходит с уменьшением скорости, которая снижается до нуля, когда отклонение вновь становится максимальным. Если не учитывать трение, то максимальные отклонения в разные стороны от положения равновесия равны между собой. Далее движение происходит в обратном направлении, точно повторяя колебание первой половины периода в обратной последовательности. Колебание, при котором амплитуда остается постоянной и не зависит от времени, называется *незатухающим.*

Незатухающие свободные колебания, происходящие в системе, в которой отсутствует трение, называются *собственными.*

Затухание. В реальных колебательных системах всегда часть энергии колебания расходуется на работу по преодолению сил трения. При этом амплитуда колебаний по истечении очередного периода уменьшается, пока колебание вовсе не прекратится. Такие колебания называют *затухающими.* Практически все свободные колебания затухающие. Кроме работы по преодолению сил трения, часть колебательной энергии идет на создание колебаний окружающей среды. Затухающие колебания не являются гармоническими. Однако при небольшом затухании, когда сила трения намного меньше силы упругости, можно приближенно считать затухающие колебания почти гармоническими с убывающей амплитудой и некоторым периодом T_0. При этом величины амплитуд, измеренные через равные промежутки времени, образуют *геометрическую прогрессию,* а период затухающих колебаний практически не изменяется во времени и может быть определен по формуле (2.7) или (2.8).

Сила трения, вызывающая затухание, при небольших скоростях движения пропорциональна скорости v:

$$F_{тр} = hv, \tag{2.11}$$

где h — коэффициент трения, а максимальное значение величины v для гармонического колебания равно произведению собственной круговой частоты ω на амплитуду A.

Величина, показывающая во сколько раз упругая сила больше силы трения, называется добротностью колебательной системы Q. Используя формулу (2.2), получим

$$Q = \frac{F_{упр}}{F_{тр}} = \frac{kA}{h\omega A}; \; Q = \frac{k}{h\omega}, \tag{2.12}$$

где k — коэффициент упругости колебательной системы. В колебательной системе с большим значением добротности свободные коле-

бания затухают очень медленно, так что такие колебания практически могут рассматриваться как гармонические.

Время τ, за которое колебания практически полностью затухнут, приближенно равно отношению добротности к собственной частоте колебаний:

$$\tau = \frac{Q}{\omega}. \tag{2.13}$$

Чтобы поддерживать незатухающие колебания, необходимо непрерывно пополнять энергию колебания по мере ее расходования.

Вынужденные колебания. Если на колебательную систему действует внешняя, периодически изменяющаяся во времени сила, то такая система будет совершать вынужденные колебания. Частота вынужденных колебаний равна частоте, с которой изменяется внешняя сила, вынуждающая эти колебания. Если амплитуда силы, периодически действующей на колебательную систему, постоянна, то вынужденные колебания будут незатухающими.

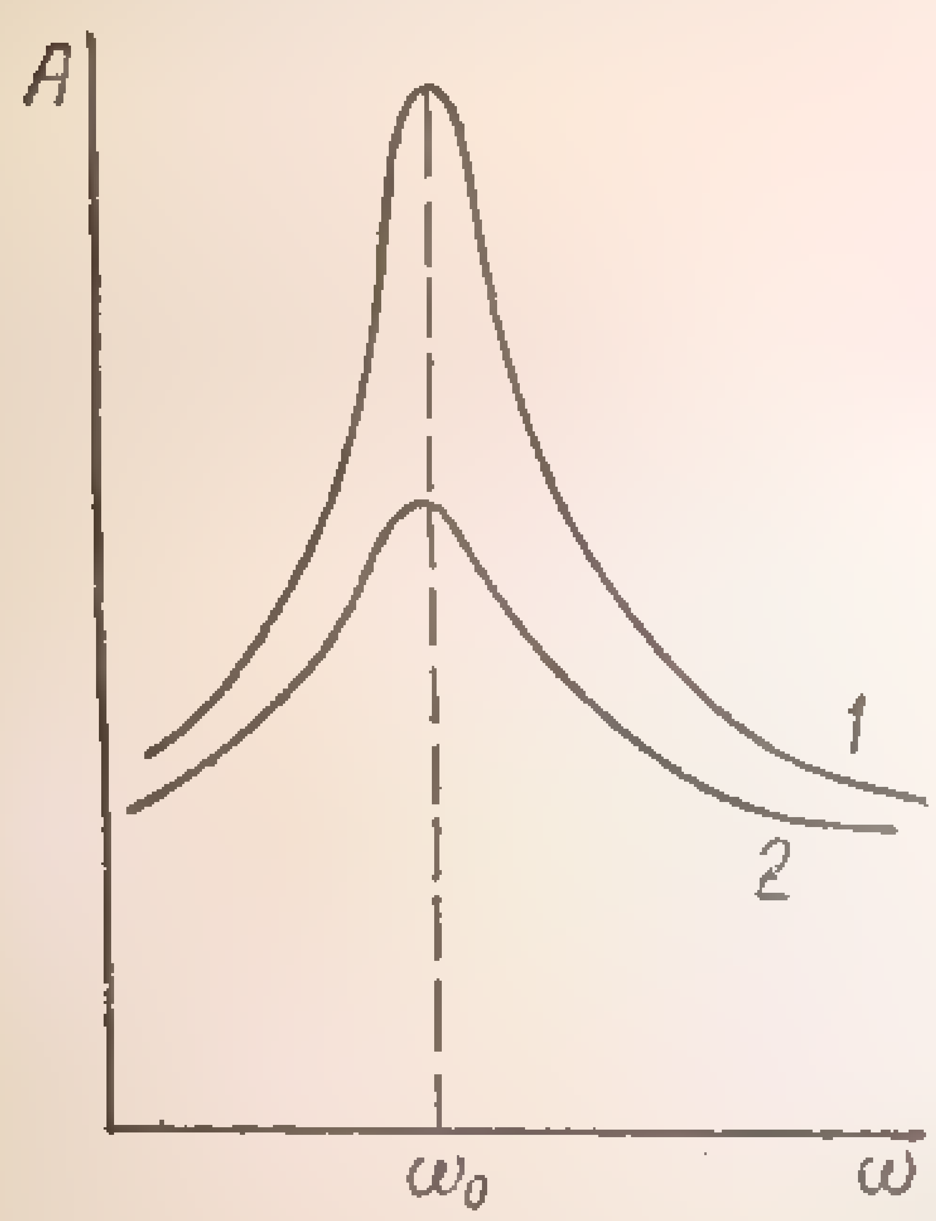


Рис. 12.

Резонанс. Явление резонанса в колебательной системе наблюдается, когда частота вынужденных колебаний совпадает с собственной частотой колебаний системы. Амплитуда колебаний при этом достигает максимального значения. Частоту вынужденных колебаний, равную частоте собственных колебаний системы, называют *резонансной частотой*.

Трение, существующее в колебательной системе, существенно влияет на характер резонансных явлений. Если затухание системы небольшое, то резонанс сильный (*острый*). Если затухание велико, то резонанс слабый (*тупой*).

Резонансные кривые, иллюстрирующие зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты силы, действующей на систему, изображены на рис. 12. Первая кривая, имеющая высокий максимум, соответствует резонансу в системе с малым затуханием. Вторая более низкая и пологая кривая описывает резонанс в системе с большим затуханием (тупой резонанс). Амплитуда острого резонанса для любой частоты больше амплитуды тупого резонанса, причем различие в величине амплитуд особенно велико вблизи резонансной частоты.

Количественно остроту резонанса можно характеризовать полушириной резонансной кривой $\Delta\omega$. Величину $\Delta\omega$ определяют разностью между резонансной частотой ω_0 и частотой $\omega_{0,5}$, при которой энергия вынужденных колебаний равна половине максимальной энергии. *Полуширина резонансной кривой прямо пропорциональна резонансной частоте и обратно пропорциональна добротности*:

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}. \tag{2.14}$$

Следовательно, с ростом добротности колебательной системы уменьшается полуширина резонансной кривой.

Резонансные явления в ряде случаев опасны: амплитуда колебаний становится так велика, что в системе наступают необратимые изменения. Амплитуда резонансных колебаний моста, по которому проходит воинская часть или проезжает железнодорожный состав, может достигнуть предельных значений и привести к разрушению моста. Поэтому по мосту рекомендуется идти не в ногу, а поездам проходить с очень малой скоростью. Пароход на волнах может попасть в область резонанса, и тогда следует изменить скорость или направление движения судна, чтобы изменить частоту ударов набегающих волн. Недостаточная центровка, изгиб вала и т. п. могут создать вынужденные колебания, совпадающие с собственной частотой самого вала или фундамента двигателя. В этом случае резонансные явления могут привести к заклиниванию и поломке вращающихся деталей или разрушению фундамента.

Резонанс используют для усиления звука в акустике, а также усиления колебаний в электрических цепях.

Поперечные и продольные волны. Колеблющееся тело расходует часть энергии, вовлекая в колебательное движение окружающую упругую среду. Распространение колебаний в среде называют *волновым движением*. Сначала приходят в колебание точки окружающей среды, находящиеся в непосредственном контакте с поверхностью тела, потом более отдаленные.

Волновое движение периодично в пространстве и во времени. Волны бывают поперечные и продольные. Если колебания частиц среды происходят в направлении, перпендикулярном к направлению распространения волн, такие волны называют *поперечными*. Поперечная волна распространяется в среде, если при изменении формы возникают упругие силы.

Поперечные волны можно получить, если конец шнура, свободно лежащего на поверхности, резко приподнимать и опускать в направлении, перпендикулярном к линии шнура.

Электромагнитные волны также являются поперечными.

Волны на поверхности воды имеют сложную природу и не являются чисто упругими. Частицы на поверхности совершают движение по окружности, так что волновой процесс, распространяющийся по поверхности, напоминает поперечные волны. Более глубоко расположенные частицы движутся по эллипсам, эксцентриситет которых увеличивается с глубиной. На достаточной глубине в воде могут распространяться только продольные волны.

Если направление колебания совпадает с направлением распространения волны, то такая волна называется *продольной*. Продольные волны распространяются в среде, при изменении объема которой возникают упругие силы. Например, продольные волны распространяются вдоль спиральной пружины, если витки этой пружины привести в колебательное движение в направлении оси. Пример продольных волн — распространение звука.

Скорость и длина волны. Расстояние между ближайшими точками среды, колеблющимися в одинаковых фазах, называется *длиной волны*. Скорость перемещения гребня или впадины в поперечной волне и сгущения или разрежения в случае продольной волны называется скоростью движения волны. Вообще, под скоростью волны подразумевается скорость, с которой перемещается в про-

странстве колебание среды с определенной фазой. Очевидно, что расстояние, на которое распространяются колебания за один период, равно длине волны. Следовательно, между скоростью волны v, периодом колебаний T и длиной волны λ существует соотношение

$$v = \frac{\lambda}{T}. \qquad (2.15)$$

Задачи

1. Космический корабль движется с ускорением a. Как по периоду колебаний математического маятника, подвешенного в кабине корабля, определить ускорение корабля?

Решение. По формуле (2.7) $T = 2\pi\sqrt{l/a}$, откуда $a = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$.

2. Грузик маятника весом $P = 0{,}5$ Н отведен в сторону так, что угол нити с вертикалью составляет $\alpha = 12°$. Какова величина силы F, возвращающей грузик в положение равновесия? Каково натяжение нити Q? С каким ускорением a начало бы двигаться тело, если его отпустить в этой точке?

Ответ. $F = P\sin\alpha$; $Q = P\cos\alpha$; $a = \frac{Fg}{mg} = \frac{Fg}{P} = g\sin\alpha$, $\sin 12° = 0{,}208$; $\cos 12° = 0{,}978$; $F = 0{,}104$ Н; $Q = 0{,}489$ Н, $a = 204$ см/с².

3. Маятниковые часы с секундным маятником перевозят из Москвы, где ускорение свободного падения тел $g_м = 981{,}52$ см/с², в Ленинград, где ускорение $g_л = 981{,}93$ см/с². Как изменится показание этих часов?

Ответ. Часы будут уходить вперед на 35 с в сутки.

4. Пружинный маятник совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 6{,}0$ см. Определить смещение шарика спустя время $\tau = 5{,}2 \cdot 10^{-2}$ с от начала колебаний, учитывая, что начальная фаза равна нулю, масса шарика $m = 1{,}47$ Н, коэффициент жесткости пружины $k = 15$ Н/м. Затуханием пренебречь.

Решение. Из формул (2.9), (2.10) и (2.8) при $\varphi = 0$ получим $x = A\sin\omega\tau = A\sin(2\pi\tau/T) = A\sin(\tau\sqrt{k/m})$, тогда $x = 3{,}0 \times 10^{-2}$ м.

5. Груз, подвешенный на невесомой нити длиной l, отклонен на угол α. Определить приближенно период колебаний T такого маятника, предполагая, что истинное движение при возвращении груза в положение равновесия можно заменить движением вдоль соответствующей хорды. Трением пренебречь.

Решение. Груз имеет вес P и массу m, а расстояние AC равно h. Силу F, действующую на груз в направлении предполагаемого движения по хорде, можно определить из подобных треугольников AKL и ADB (рис. 13):

$$\frac{F}{P} = \frac{h}{2l}.$$

Учитывая, что движение по хорде будет равноускоренным, с ускорением $a = \frac{F}{m}$, а время этого движения равно четверти периода, по-

лучим $h=\frac{1}{2}a\left(\frac{T}{4}\right)^2$. Следовательно, $\frac{ma}{mg}=\frac{a(T/4)^2}{4l}$, откуда $T\approx$ $\approx 8\sqrt{l/g}$.

Полученное приближенное выражение для периода несколько больше точного значения, определяемого по формуле (2.7). Такое расхождение вызвано заменой истинного движения груза по дуге окружности прямолинейным движением вдоль хорды. Сила, которая приводит груз в движение по дуге, в любой точке перпендикулярна к линии, соединяющей груз с точкой подвеса. В начальный момент эта сила равна $F'=P\sin\alpha$, вместо используемой нами силы $F=P\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, так что при малых α начальное ускорение $a'=$ $=2a$. Это и приводит к меньшему значению T, определяемому формулой (2.7), несмотря на то что при движении по дуге ускорение уменьшается и равно нулю в точке C.

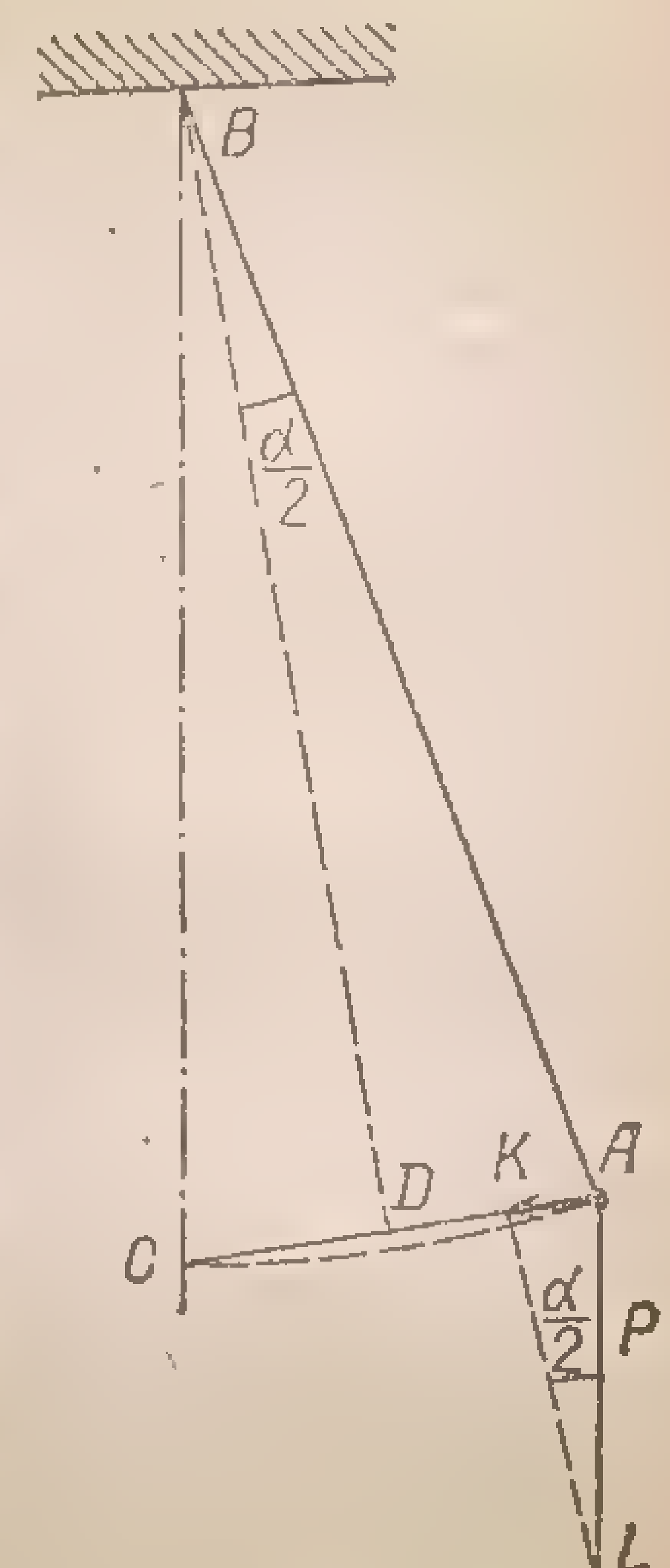


Рис. 13.

6. Математический маятник длиной $l=$ $=1$ м подвешен в вагоне движущегося поезда. При какой скорости поезда v вынужденные колебания маятника под действием ударов колес о стыки рельсов будут максимальными? Длина рельсов $S=12{,}5$ м.

Решение. Частота вынужденных колебаний $f=\frac{v}{s}$, откуда $v=fs$. Амплитуда маятника будет максимальна в случае резонанса, т. е. если f равно частоте собственных колебаний маятника f_0. По формулам (2.7) и (2.1) $f_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{g/l}$.

Следовательно, $v=\frac{s}{2\pi}\sqrt{g/l}$. Подставляя численные значения, получим: $v\approx 6{,}2$ м/с.

7. На длинной нити подвешен грузик — сосуд с водой, которая постоянно выливается через отверстие на дне сосуда. Как будет изменяться период колебаний такого маятника, совершающего гармонические колебания? Массой сосуда пренебречь.

Ответ. Период колебаний математического маятника определяется формулой (2.7) и не зависит от массы грузика. Однако по мере вытекания воды центр тяжести сосуда с водой будет понижаться и, следовательно, будет увеличиваться длина маятника, а значит, и его период.

8. Две гармонические волны с одинаковыми периодами, но разными амплитудами и начальными фазами распространяются в одном и том же направлении вдоль прямой. Найти уравнение результирующего колебания.

Решение. По формуле (2.9)

$$x_1=A_1\sin(\omega t+\varphi_1);$$
$$x_2=A_2\sin(\omega t+\varphi_2).$$

Результирующее колебание представляет собой сумму:

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = A_1 [\sin \omega t \cos \varphi_1 + \sin \varphi_1 \cos \omega t] + A_2 [\sin \omega t \cos \varphi_2 + \sin \varphi_2 \cos \omega t] = \sin \omega t [A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2] + \cos \omega t [A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2].$$

Введем обозначения:

$$a = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2;$$
$$b = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2.$$

Тогда $x = a \sin \omega t + b \cos \omega t = \sqrt{a^2 + b^2}\left[\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \sin \omega t + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \cos \omega t\right]$. Поскольку величины $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \leqslant 1$; $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \leqslant 1$ и сумма их квадратов равна единице, обозначим $\sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$; $\cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, т. е. $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}$. Следовательно,

$$x = \sqrt{a^2+b^2}[\sin \omega t \cos \varphi + \cos \omega t \sin \varphi] = \sqrt{a^2+b^2} \sin(\omega t + \varphi).$$

Таким образом, $x = A \sin(\omega t + \varphi)$, где $A = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{[A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2]^2 + [A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2]^2} = \sqrt{A_1^2 \cos^2 \varphi_1 + A_1^2 \sin^2 \varphi_1 + A_2^2 \cos^2 \varphi_2 + A_2^2 \sin^2 \varphi_2 + 2A_1 A_2 (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2)} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$;

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Ответ. Результирующее колебание также гармоническое, с той же круговой частотой ω и амплитудой:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

Начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left[\frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}\right].$$

9. Волна, создаваемая катером, который прошел от берега на расстоянии 200 м, докатилась до берега через 90 с. Какова длина волны λ, распространяющейся от катера, если частота ударов волны о берег равна 0,5 Гц?

Ответ. $\lambda = 4{,}44$ м.

10. Волна распространяется со скоростью 2,4 м/с. Чему равна разность фаз $\Delta\varphi$ в двух точках, отстоящих друг от друга на 20 см, если частота колебаний равна 3 Гц?

Ответ. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.

11. Медный шарик, подвешенный к пружине, совершает вертикальные колебания. Как изменится период колебаний, если к пружине подвесить алюминиевый шарик того же радиуса?

Ответ. $T_1/T_2 = \sqrt{\rho_1/\rho_2}$, где ρ_1 и ρ_2 — значение плотности меди и алюминия.

§ 2. Акустика

Звуковые явления. Колебательные движения в определенном интервале частот человек воспринимает органами слуха. Эти колебания называют звуком. Звук может распространяться в газах, воздухе, жидкостях и твердых телах. В безвоздушном пространстве (вакууме) звук не распространяется. Раздел физики, в котором исследуются звуковые явления, называется *акустикой*.

В более широком смысле под звуковыми колебаниями понимают распространение упругих колебаний в любой среде, способной сжиматься. При звуковых колебаниях каждая частица среды в среднем остается на одном и том же месте, совершая колебания вокруг своего положения равновесия. Направление смещения при этом совпадает с направлением распространения волны. Таким образом, *звук — это распространение продольных волн в упругой среде.*

Источником звука может быть любое тело, способное совершать упругие колебания, например струна, стержень, столб воздуха в трубе, металлическая пластинка, колокольчик, голосовые связки человека и т. п. При изучении звуковых явлений в качестве источника звука используют металлический U-образный стержень — камертон.

Скорость распространения звука. Скорость распространения звука c в упругой среде зависит от упругих свойств этой среды. Например, в газах — от отношения теплоемкости c_p при постоянном давлении к теплоемкости c_v при постоянном объеме ($\varkappa = c_p/c_v$), а также от плотности газа ρ (в кг/м^3) и давления P (в Н/м^2). По формуле Лапласа

$$c = \sqrt{\frac{\varkappa P}{\rho}}. \tag{2.16}$$

В воздухе при температуре 15° С скорость звука равна 340 м/с. Повышение температуры сопровождается увеличением скорости распространения звука в воздухе

$$c = 331{,}3\sqrt{1 + \alpha t} \text{ м/с}, \tag{2.17}$$

где $\alpha = 1/273$ — коэффициент расширения газа, t — температура в градусах Цельсия. Скорость звука в других газах иная, чем в воздухе.

В воде звук распространяется примерно в 4,25 раза быстрее, чем в воздухе. В твердых телах скорость звука еще больше.

Сила и громкость звука. Громкость звука определяется величиной энергии, переносимой звуковой волной. Поэтому введено понятие об интенсивности или силе звука как потоке энергии в единицу времени. *Величина энергии, переносимая звуковой волной за одну секунду через площадку в 1 $см^2$, перпендикулярную направлению распространения волны, называется силой (или интенсивностью) звука.* Силу звука измеряют в ваттах на квадратный метр ($Вт/м^2$). Поток энергии, переносимый звуковой волной, обычно мал, поэтому практически используют в качестве единицы силы (интенсивности) звука одну миллионную ватта через 1 $м^2$, т. е. $\frac{мкВт}{м^2}$.

Сила (интенсивность) звука пропорциональна амплитуде колебания и площади тела, которое вызывает звуковые колебания и *изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния* от точечного источника звука.

Если звук распространяется в узком коридоре или трубе, то его интенсивность (сила) практически мало меняется. Этим явлением пользуются при создании рупоров конусообразного типа. Человеческое ухо имеет свой естественный рупор — ушную раковину.

Диапазон, в котором человек воспринимает звуковые колебания, равен $10^{-6} - 10^{6} \frac{мкВт}{м^2}$.

Чувствительность к интенсивности звука у разных людей различна. Особенностью восприятия звуков является следующее: *если интенсивность (сила) звуковых колебаний возрастает в геометрической прогрессии, то интенсивность (громкость) восприятия растет в арифметической прогрессии.* Следовательно, *громкость звука, ощущаемая ухом, пропорциональна логарифму физической интенсивности.*

Для сравнения интенсивности звуков различной громкости пользуются единицей уровня звука, *бел*. Если интенсивность (сила) одного звука в 10 раз больше, чем другого, то уровень такого звука на один бел (Б) выше, чем другого. За ноль был принят уровень порога слышимости, равный $10^{-6} \frac{мкВт}{м^2}$. Оказывается, что наименьшее изменение громкости, которое может улавливать нормальное человеческое ухо, равно изменению громкости на одну десятую долю бела — *децибел* (дБ).

Отражение звука. Если на пути распространения звуковой волны встречается неподвижная плотная преграда, происходит отражение волны по законам упругого удара. Сгущение при этом превращается в разрежение, а разрежение — в сгущение. При отражении от более плотной среды происходит потеря полуволны.

Пример отражения звука — *эхо*. Повторный звук есть не что иное, как отраженная от леса, крутого берега, стены и т. п. звуковая волна. В большом пустом помещении в результате отражения возникает гул. Это явление удлинения звука, за счет того что отраженный звук следует через небольшое время (меньше, чем 0,1 с) после возникновения первичной звуковой волны, называют *реверберацией*. Явление реверберации учитывают в архитектуре при проектировании больших залов.

На границе двух сред происходит частичное поглощение и прохождение звука в другую среду. Доля отраженной энер-

гии звуковой волны зависит в основном от соотношения плотностей этих сред и состояния поверхности раздела. Отражение звука, распространяющегося в воздухе, от твердого тела или жидкой поверхности, происходит практически полностью.

Звук, распространяющийся в плотной среде, также практически полностью отражается на границе раздела с воздухом.

Явление отражения звука используют для определения морских глубин с помощью эхолота.

Если преграда представляет собой менее плотную среду (например, более легкий газ — водород, гелий), то звуковая волна проходит через нее, вовлекая частицы этой среды в волновое движение, и частично отражается. *При отражении от менее плотной среды потери фазы волнового движения не происходит.*

Стоячие волны. При отражении волн может произойти сложение падающей и отраженной волн. В результате образуются так называемые стоячие волны. При этом каждая частица совершает колебание со своей амплитудой $A(x)$, величина которой меняется от точки к точке. Некоторые точки остаются в состоянии покоя ($A(x) = 0$). Их называют *узловыми*. Расстояние между узловыми точками равно половине длины волны.

Участки, колебание которых происходит с максимальной амплитудой, называют *пучностями*. Расстояние между пучностями также равно половине длины волны и расположены они точно посредине между узловыми точками. Характерной особенностью стоячих волн является то, что все частицы, совершающие такое колебание, одновременно проходят через положение равновесия.

Стоячими называют такие волны, у которых узлы и пучности остаются на одном месте. В общем случае стоячие волны возникают в результате сложения бегущих волн, имеющих одинаковые или смещенные на величину π фазы и распространяющиеся в противоположных направлениях.

Если отражение происходит от границы раздела с более плотной средой, то в месте отражения возникает узловая точка. На границе раздела с менее плотной средой в результате отражения возникает пучность стоячей волны.

Длину волны и скорость распространения звука в различных средах определяют по стоячим волнам.

Интерференция. Две или большее количество волн одинаковой длины, разность фаз которых не изменяется во времени (такие волны называются *когерентными*), в результате наложения (суперпозиции) образуют систему узлов и пучностей. Такое явление называют интерференцией. Простейшим примером интерференционной картины служит образование стоячих волн.

В общем случае, расположение пучностей и узлов может составлять значительно более сложную интерференционную картину.

Волновые свойства звука (интерференцию) можно наблюдать, вращая вблизи уха звучащий камертон. В некоторых положениях звук усиливается, фазы совпадают, в других — почти не слышен (волны приходят в противофазе).

Биение. Две волны с одинаковой амплитудой и близкими частотами при наложении дают своеобразное чередующееся нарастание и убывание амплитуды. Это явление называют *биением*. Если в начале фазы колебания близки и амплитуды складываются, то с течением времени разность фаз $\Delta\varphi$ нарастает и при значении $\Delta\varphi = \pi$

наступает почти полное гашение волн (амплитуды вычитаются). Частота биений, возникающих при сложении колебаний с близкими частотами f_1 и f_2, оказывается равной разности частот

$$\Delta f = f_1 - f_2. \qquad (2.18)$$

Дифракция. Принцип Гюйгенса. Волны могут огибать встречающиеся на их пути препятствия, если размеры этих препятствий не намного больше длины распространяющейся волны. Такое явление огибания препятствий волнами называют дифракцией.

Из формулы (2.10) следует, что длина звуковой волны в воздухе при частоте 10^3 Гц равна 33,7 см, а при частоте 100 Гц — 3,37 м. Поэтому звук легко распространяется и огибает небольшие (1—5 м) предметы.

Голландский ученый Гюйгенс (1629—1695) сформулировал следующий принцип, с помощью которого удобно описывать волновые явления:

каждая колеблющаяся частица среды, в которой распространяется волна, сама становится источником элементарных сферических волн, вовлекая в колебательное движение соседние частицы. Распространение волны при этом представляет собой результат сложения элементарных волн, приходящих из каждой точки, вовлеченной в волновое движение. Положение волнового фронта (геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе) при этом определяется как огибающая всех элементарных волн.

Рассмотрим явление дифракции вблизи края препятствия, исходя из принципа Гюйгенса. Как только частица вблизи края препятствия совершает колебания, вокруг нее появляются элементарные сферические волны, которые распространяются за край препятствия. При этом волновой фронт поворачивается и входит в область геометрической тени от препятствия. Дальнейшее распространение волнового фронта, каждая точка которого, согласно принципу Гюйгенса, в свою очередь, является источником сферических волн, приводит к тому, что волны от разных краев сходятся позади препятствия.

Виды звуковых колебаний. Различают три вида звуковых колебаний: музыкальные звуки, звуковые удары и шумы.

Периодическое колебание определенной частоты вызывает простой музыкальный тон. Высота тона определяется частотой колебаний. Чем больше частота, тем выше тон. Сложные звуки — это сочетания отдельных тонов. Удовольствие слушателю доставляют звуки, частоты колебаний которых находятся в простых соотношениях. Соотношения частот 2 : 1 определяют октаву, 5 : 4 — терцию, 4 : 3 — кварту, 3 : 2 — квинту. Если частоты нельзя представить с помощью простых соотношений, то ощущение благозвучности теряется и звучание носит диссонансный характер. Человеческое ухо воспринимает звуковые колебания в интервале от 16 до 20 000 Гц.

Инфразвук. Упругие волны с частотой колебания меньше 16 Гц называют инфразвуком. Колебания земной коры при землетрясениях происходят с частотой инфразвука. При штормовом волнении на море возникают мощные инфразвуковые волны, которые практически без затухания распространяются на сотни и тысячи

километров. Рыбы и морские животные чутко улавливают эти колебания и, таким образом, заранее чувствуют приближение шторма.

Ультразвуковые волны. Упругие волны с частотой больше 20 000 Гц называют ультразвуковыми. Ультразвуковые колебания можно получить, преобразуя высокочастотные электрические колебания с помощью явления электрострикции, например, в кварце или в поликристаллическом керамическом титанате бария, поляризованном в электрическом поле. Широко применяют магнитострикционные ультразвуковые преобразователи. Ультразвуковые колебания высокой интенсивности (порядка 100 Вт/см^2) используют, воздействуя на свойства материалов (измельчение порошков, получение однородной эмульсии, очистка поверхности, пайка, лужение, механическая обработка материалов: резанье, шлифование, сверление и т. п.).

Так как размер излучателя ультразвуковых колебаний значительно больше длины волны, ультразвуковые колебания можно излучать в избранном направлении с небольшим расхождением лучей. Это позволяет применять ультразвук в эхолотах и гидролокаторах. Ультразвуковую локацию (сонар) используют также некоторые животные (летучие мыши, дельфины, киты и др.).

Звуковые удары. Ударные волны возникают при выстреле, взрыве, электрическом разряде и т. п. Основной особенностью ударной волны является резкий скачок давления на фронте волны. В момент прохождения ударной волны максимум давления в данной точке возникает практически мгновенно за время порядка 10^{-10} с. При этом одновременно скачком меняется также плотность и температура. Затем давление медленно падает.

Мощность ударной волны зависит от силы взрыва. Скорость распространения ударных волн может быть больше скорости распространения звука. Если, например, ударная волна увеличивает давление в полтора раза, то температура при этом повышается на 35° С, и скорость распространения фронта такой волны приблизительно равна 400 м/с. Встречающиеся на пути распространения такой ударной волны стены средней толщины будут разрушены.

Мощные взрывы могут сопровождаться ударными волнами, создающими увеличение давления в максимальной фазе фронта волны, в десять и больше раз превышающие атмосферное давление. При этом плотность увеличивается в 4 раза, температура возрастает на 500° С, а скорость распространения такой волны близка к 1 км/с.

Ударные волны возникают также при движении твердых тел со скоростями, превышающими скорость распространения звука. Перед летящим со сверхзвуковой скоростью (т. е. скоростью больше чем 1200 км/ч) самолетом образуется ударная волна, которая является основным фактором, определяющим сопротивление движению самолета. Для того чтобы ослабить это сопротивление, сверхзвуковым самолетам придают стреловидную форму.

Быстрое сжатие воздуха впереди движущегося с большой скоростью предмета приводит к повышению температуры, причем это повышение быстро увеличивается при нарастании скорости движения. В момент достижения самолетом звукового барьера величина нагрева воздуха составляет 60° С. При скорости, в два раза превышающей скорость звука $v_з$, температура повышается на 240° С,

а при движении со скоростью, близкой к 3 v_3, температура становится 820° С. При скоростях около 10 км/с повышение температуры приводит к плавлению и превращению в газообразное состояние движущегося тела. Падение метеоритов со скоростью в несколько десятков километров в секунду приводит к тому, что уже на высоте 150—200 км даже в разреженной атмосфере метеоритные тела заметно нагреваются и раскаляются. Большинство из них на высотах порядка 100—60 км полностью испаряются.

Шумы. Наложение большого количества колебаний, беспорядочно смещенных относительно друг друга и произвольно меняющих интенсивность во времени, приводит к сложной форме колебаний. Такие сложные колебания, состоящие из большого количества простых звуков различной тональности, называют шумами. Например, шелест ветра в лесу, грохот водопада, шум на улице большого города и т. п. Шумы отличаются распределением величины силы звука по частоте и продолжительности звучания во времени. Длительное время звучат шумы, создаваемые ветром, падающей водой, морским прибоем. Относительно кратковременны раскаты грома. Рокот волн — это низкочастотные шумы. Свист пара, лязг железа в цехе завода — примеры высокочастотных шумов.

Анализ спектрального распределения и тембр звука. Звуковые колебания обладают особой окраской или оттенком звука. Музыкальные звуки одинаковой высоты и громкости, исполненные на разных музыкальных инструментах, различны. Они обладают разным *тембром*. Любое сложное периодическое колебание можно разложить на простые. При этом частоты этих простых колебаний оказываются кратными частоте сложного колебания f, которую называют основной. Колебания с частотой nf, где n — целое число, называют *гармониками* основной частоты или *обертонами*. Амплитуда отдельных гармоник может быть разной. Распределение величины амплитуды обертонов в зависимости от их номера называется *спектром сложного колебания*. Тембр звука зависит от его спектра. Чем больше обертонов в звуке, тем богаче его тембр в музыкальном отношении. Блеск и яркость тембра звука придают высокие обертоны (т. е. колебания с большим n). Присутствие низких обертонов (с малым n) в спектре звука создает впечатление сочности, мощи звучания. Тембр зависит также от изменения спектра колебания во времени. Характер нарастания амплитуды в начальной части звучания и особенности спада в конце влияют на тембр звука.

Резонанс в акустике. Звук вызывает колебания в системе, собственная частота которой близка к частоте звуковой волны. Периодическая сила звуковых волн вызывает *акустический резонанс*. Если в камертоне возбудить сильные колебания (например, смычком) и поднести его к нескольким камертонам с разными собственными частотами, то камертон, частота которого близка или равна частоте звучащего камертона, также придет в состояние колебания. Если создать достаточно громкий звук вблизи рояля, можно услышать отзвук рояля — приходят в колебание те струны, частота которых совпадает с частотой издаваемого звука. Если источник прекращает звучать, отзвук рояля еще слышится некоторое время, причем он достаточно точно воспроизводит первоначальный звук. Явление акустического резонанса наблюдается в любом полом теле с отверстием (труба, колба), а также в струнах, мембранах и т. п. Так как сила звука пропорциональна поверхности колеблющегося

тела, то, используя явление резонанса и вызывая колебания в телах с большой поверхностью, можно добиться усиления звука. Тела, усиливающие звуковые колебания, называются акустическими резонаторами.

Эффект Доплера. Частота звуковых колебаний, которые слышит неподвижный наблюдатель в случае, если источник звука приближается или удаляется от него, отлична от частоты звука, воспринимаемой наблюдателем, который движется вместе с этим источником.

Изменение частоты звуковых колебаний (высоты звука), связанное с относительным движением источника и наблюдателя, называется эффектом Доплера.

Если источник и приемник звука сближаются, то высота звука повышается, если удаляются, то высота звука понижается. Это связано с тем, что при движении источника звука относительно среды, в которой распространяются звуковые волны, скорость такого движения векторно складывается со скоростью распространения звука. Если скорость приближения источника v, то в одну секунду f колебаний достигают наблюдателя с отрезка $c-v$ и, следовательно, воспринимаемая им частота $f_д$ равна:

$$f_д = f\frac{c}{c-v}. \qquad (2.19)$$

При удалении источника

$$f_д = \frac{c}{c+v}. \qquad (2.20)$$

Если источник звука неподвижен, а наблюдатель приближается к нему со скоростью v, то наблюдатель воспринимает звуковые колебания чаще, чем их излучает источник. При этом

$$f_д = f\frac{c+v}{c}. \qquad (2.21)$$

Если наблюдатель удаляется, то воспринимаемая им частота колебаний оказывается меньше f и может быть определена из

$$f_д = f\frac{c-v}{c}. \qquad (2.22)$$

Например, если машина с включенной сиреной приближается, а затем, проезжая мимо, удаляется, то сначала слышен звук высокого тона, который затем резко снижается до низкого. Эффект Доплера наблюдается во всех волновых системах, когда источник колебаний и приемное устройство, регистрирующее частоту волн, находятся в движении относительно друг друга. В случае электромагнитных волн при скоростях, сравнимых со скоростью света, эффект Доплера описывается формулами, существенно отличающимися от приведенных (2.19)—(2.22). Здесь надо учитывать законы движения, которые определяются из теории относительности.

Задачи

12. Скорость звука в углекислоте при нормальных условиях равна 258 м/с. Используя значение плотности углекислоты $\rho = 1{,}98$ кг/м³, определить отношение удельных теплоемкостей $\varkappa$.

Решение. Из формулы (2.16) $\varkappa = c^2\rho/P$.

При нормальном давлении $P = 101{,}3$ кПа, следовательно, $\varkappa = 1{,}3$.

13. На сколько быстрее прошел бы звук летом при $t_1 = 20°$ С, чем зимой при $t_2 = -20°$ С. Расстояние $s = 650$ км.

Решение. Скорость звука в воздухе определяется из (2.17):

$$c_1 = 331{,}3\sqrt{1 + t_1/273}; \quad c_2 = 331{,}3\sqrt{1 + t_2/273}.$$

Время $\tau = s/c$; $\tau_1 = \dfrac{s}{331{,}3\sqrt{1 + t_1/273}}$; $\tau_2 = \dfrac{s}{331{,}3\sqrt{1 + t_2/273}}$;

$$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1 = \frac{s}{331{,}3}\left[\frac{1}{\sqrt{1 + t_2/273}} - \frac{1}{\sqrt{1 + t_1/273}}\right].$$

Подставив численные значения, получим: $\Delta\tau = 15{,}3$ с.

14. Определить длину волны звуковых колебаний с предельной частотой слышимости человека, при температуре $t = 20°$ С.

Ответ. $\lambda_{max} = 21{,}2$ м; $\lambda_{min} = 1{,}7 \cdot 10^{-2}$ м.

15. На расстоянии $s = 5$ км от берега моря взорвана мина. На сколько раньше звук взрыва будет зафиксирован гидрофонами в воде по сравнению со звуком взрыва в воздухе? Температура воды $t_1 = 17°$ С, воздуха $t_2 = 20°$ С.

Решение. Скорость распространения звука в воздухе (2.12)

$$c_1 = 331{,}3\sqrt{1 + \frac{t}{273}}, \text{ м/с}.$$

Из табл. 15 значение скорости звука в морской воде при $t_1 = 17°$ С равна $c_2 = 1510$ м/с. Тогда

$$\Delta\tau = -s\left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_1}\right) = -s\left[\frac{1}{c_2} - \frac{1}{331{,}3\sqrt{1 + t_2/273}}\right];$$

$$\Delta\tau = 14{,}2 \text{ с}.$$

16. Какова полная мощность будет затрачена, если все люди на Земном шаре будут вести непрерывную беседу друг с другом. Число людей на Земном шаре ориентировочно принять около $3 \cdot 10^9$ человек.

Решение. Мощность обычного разговора составляет 10 мкВт. Искомая полная мощность $W = 3 \cdot 10^9 \cdot 10$ мкВт $= 3 \cdot 10^4$ Вт.

17. Сирена с двенадцатью отверстиями в диске, m, делает 700 оборотов в минуту, n. Определить период звуковых колебаний T, их основную частоту f и соответствующую ей длину волны λ в воздухе при температуре $t = 20°$ С.

Решение. $f = \dfrac{mn}{60}$; $f = 140$ Гц; $T = \dfrac{1}{f}$; $T = \dfrac{1}{140}$ с; Из (2.15) и (2.17) $\lambda = vT$; $\lambda = 331{,}3T\sqrt{1 + t/273}$; $\lambda = 2{,}43$ м.

18. Какова глубина колодца h, если звук всплеска слышен через $\tau = 4{,}5$ с после начала падения камня. Температура воздуха $t = 20°$ С.

Решение. Камень, свободно падая, достигает дна колодца за время τ_1, которое получим из уравнения свободного падения $h = \frac{g\tau_1^2}{2}$ без начальной скорости. Звук всплеска проходит тот же путь h за время $\tau_2 = h/c$, где c — скорость звука,

$$c = 331{,}3\sqrt{1 + t/273}.$$

Сумма времен $\tau = \tau_1 + \tau_2$, откуда

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{c} = \tau.$$

Перенесем второе слагаемое из левой стороны уравнения в правую и возведем обе части в квадрат:

$$\frac{2h}{g} = \frac{h^2}{c^2} - \frac{2h\tau}{c} + \tau^2,$$

или

$$h^2 - 2hc\left(\tau + \frac{c}{g}\right) + \tau^2 c^2 = 0,$$

откуда

$$h_{1,2} = c\left(\tau + \frac{c}{g}\right) \pm \sqrt{c^2\left(\tau + \frac{c}{g}\right)^2 - \tau^2 c^2},$$

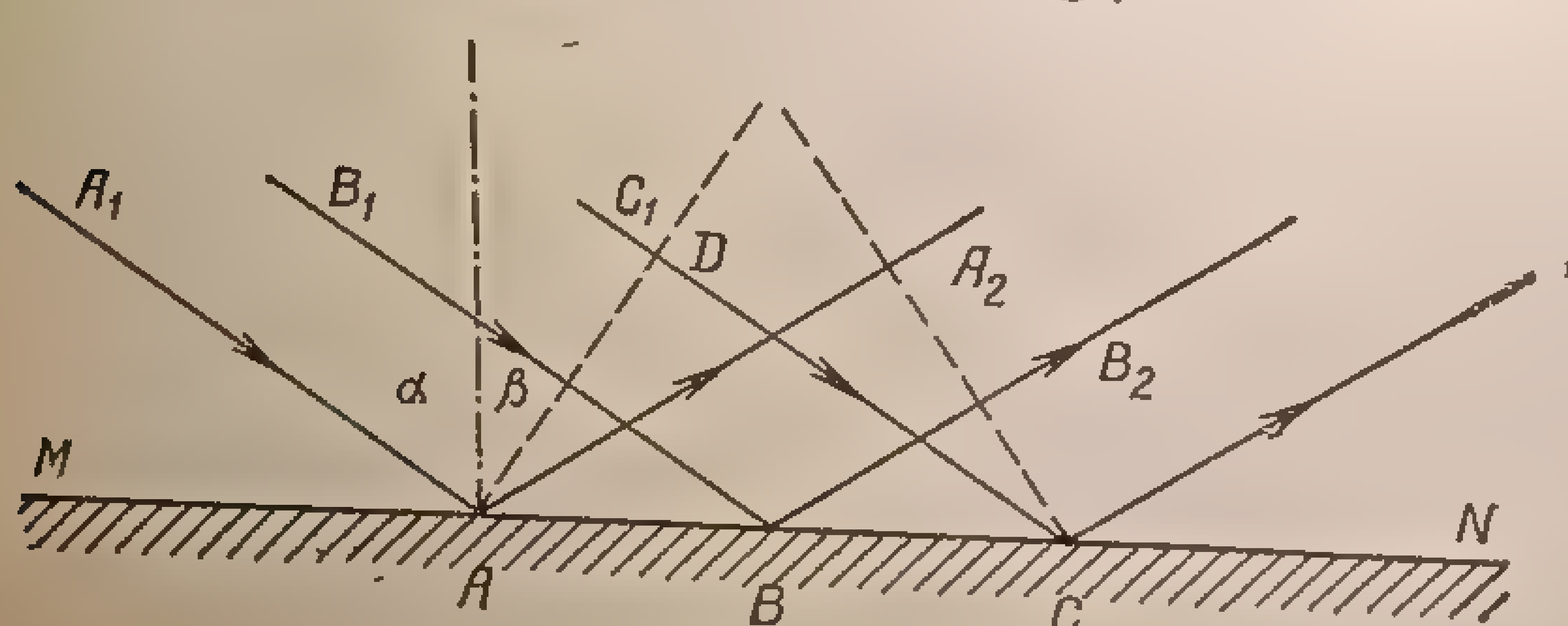


Рис. 14.

или

$$h_{1,2} = c\left[\tau + \frac{c}{g} \pm \sqrt{\frac{c}{g}\left(2\tau + \frac{c}{g}\right)}\right].$$

Подставив численные значения, получим: $h_1 = 105$ м.

Проверить самостоятельно: второй корень h_2 является побочным решением, не удовлетворяющим исходному уравнению $\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{c} = \tau$.

19. Исходя из принципа Гюйгенса, показать, что при отражении волны, падающей под углом к плоской преграде, угол падения равен углу отражения.

Решение. Рассмотрим три луча $A_1 \to A$, $B_1 \to B$, $C_1 \to C$ (рис. 14), отстоящие друг от друга на одинаковом расстоянии. Проведем

линию AD, перпендикулярную A_1A. Эта линия характеризует положение фронта волны в то время, когда волна вдоль луча A_1A достигнет точки A. Согласно принципу Гюйгенса, фронт отраженной волны будет описываться огибающей элементарных волн, исходящих из точек A, B, C и т. д., т. е. представляет собой общую касательную к окружностям в точках A, B и проходит через точку C. Отраженные лучи перпендикулярны A_2C. Отраженный в точке A луч AA_2 пройдет расстояние AA_2, равное расстоянию DC, проходимому лучом C_1C, ибо скорости падающей и отраженной волн одинаковы. Следовательно, прямоугольные треугольники AA_2C и ADC равны. Соответственно равны углы DAC и A_2CA. И так как углы DAC и A_1AM равны как односторонние при параллельных прямых, то отсюда следует, что угол падения α равен углу отражения β.

20. Далеко ли произведен выстрел из орудия, если звук выстрела слышен через 9с после вспышки? Температура воздуха 15° С.

Ответ. 3060 м.

21. Определить длину волны, возбуждаемой ультразвуковым генератором в алюминии при частоте 10 МГц.

Ответ. $5{,}08 \cdot 10^{-4}$ м.

22. Какова глубина моря, если сигнал ультразвукового эхолота возвратился через 0,40 с после выхода? Скорость распространения ультразвуковых волн принять равной 1500 м/с.

Ответ. 300 м.

Глава 3

ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

§ 1. Основы гидроаэростатики

Давление. В отличие от твердых тел частицы жидкости обладают большой подвижностью и при воздействии силы перемещаются. Жидкость будет находиться в равновесии, если действующие силы равномерно распределены по поверхности и направлены перпендикулярно к ней.

На любую поверхность твердых тел граничащая с нею жидкость воздействует с некоторой силой давления, направленной всегда перпендикулярно к этой поверхности. Силы давления появляются при изменении объема жидкости или при ее сжатии. Почти все жидкости сжимаемы, однако это сжатие мало́ даже при больших силах давления. Сжимаемость определяют пьезометром.

Распределение сил давления по поверхности соприкосновения твердого тела с жидкостью характеризуется давлением — силой F, действующей на единицу поверхности перпендикулярно этой поверхности S.

Давление определяют по формуле

$$p = \frac{F}{S}. \tag{3.1}$$

В системе СИ за единицу давления принят *паскаль*, Па, по имени французского ученого Б. Паскаля (1623—1662). Паскаль — давление, вызываемое силой 1 Н, равномерно распределенной по поверхности площадью 1 м^2.

Давление определяет состояние жидкости в определенном месте. Оно может быть одинаковым в каждой точке поверхности, если силы давления распределены равномерно по всей этой поверхности, или различным, если силы распределены неравномерно. Равнодействующую сил давления можно найти, если давление в каждой точке поверхности известно. В случае плоской поверхности S и одинаковой величины давления p по всей поверхности равнодействующая $F = pS$. Она направлена перпендикулярно к поверхности.

Если на плоской поверхности давление p в разных участках неодинаково, поверхность разбивают на n маленьких участков, в каждом из которых давление было бы практически одинаковым. Находят $f_i = p_i \Delta S_i$ (где $i = 1, 2, 3, \ldots, n$) и затем вычисляют равнодействующую F как сумму f_i.

В случае неплоской (криволинейной) поверхности определяют силу давления $f_j = p_j \Delta S_j$ ($j = 1, 2, \ldots, k$) в малом, практически плоском участке. Каждая сила f_j направлена перпендикулярно к участку, на который она воздействует. Сложив геометрически все f_j, находят равнодействующую F.

Давление жидкости измеряют *манометром*. Давление в данном участке жидкости не зависит от направления площадки, на которой

оно измеряется. Величина давления определяется степенью сжатия жидкости в данном участке. Степень сжатия характеризует упругие свойства жидкости. Само сжатие может быть обусловлено силой веса жидкости или силами, действующими на ее поверхность.

Сжимаемость жидкости характеризуют *коэффициентом сжимаемости*

$$k = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta p}, \tag{3.2}$$

где ΔV — уменьшение объема жидкости, происходящее в результате увеличения давления Δp; k имеет размерность, обратную размерности давления.

Сжимаемость различных жидкостей при низких давлениях меняется от 10^3 до 10 1/ТПа. Так, для воды $k = 5 \cdot 10^2$ 1/ТПа и при давлении 98 МПа объем воды изменяется всего на 5%.

Плотность и удельный вес. *Плотность* жидкости

$$\rho = \frac{m}{V}, \tag{3.3}$$

где m — масса; V — занимаемый объем. Если тело неоднородно, формула (3.3) определяет среднюю плотность.

Удельным весом называют величину

$$\gamma = \frac{P}{V} = g\rho, \tag{3.4}$$

где P — вес жидкости, занимающей объем V; g — ускорение свободного падения.

Механические свойства газов. Газы очень подвижны, не имеют собственного определенного объема. Они всегда заполняют весь сосуд и никогда не образуют свободную поверхность. Важным свойством газов является их большая сжимаемость. В обычных условиях удельный вес газов очень мал. Так, при температуре 0° С и давлении 101,3 кПа удельный вес сухого воздуха равен 12,68 Н/м³. Как и жидкости, газы действуют с некоторыми силами давления F на поверхность тела S. Давление газа

$$p = \frac{F}{S}.$$

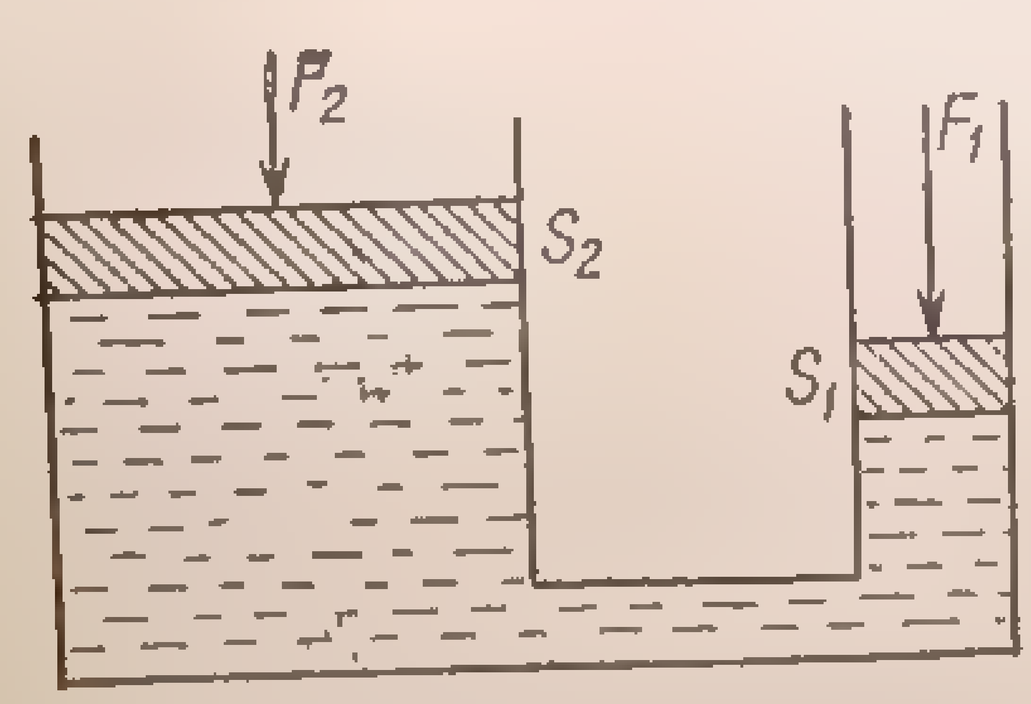


Рис. 15.

Закон Паскаля. Распределение давления внутри жидкости и газа при действии поверхностных сил (и сил тяжести) определяется законом Паскаля: *внешнее давление в жидкостях и газах передается во все стороны равномерно*

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}. \tag{3.5}$$

Закон Паскаля был использован для создания *гидравлического пресса* (рис. 15). Два цилиндра с разной площадью сечения S_1 и S_2 соеди-

ены между собой трубой. В цилиндрах перемещаются поршни. Если к меньшему поршню приложена сила F_1, то, в соответствии с (3.5), сила F_2, которую необходимо приложить к бо́льшему поршню, чтобы он находился в равновесии, будет во столько раз больше F_1, во сколько S_1 меньше S_2. Получается выигрыш в силе, но проигрыш в длине пути. Так как сжимаемость жидкости мала, то изменение объемов жидкости в каждом цилиндре одинаково: $h_1S_1 = h_2S_2$ и $\frac{F_2}{F_1} = \frac{h_1}{h_2}$. С помощью гидравлических прессов можно получать огромные силы давления — до 150—200 МН.

Давление жидкости на дно и стенки сосудов. При переходе от одной горизонтальной плоскости к другой, лежащей ниже, давление в жидкости увеличивается. Если на свободной поверхности давление равно нулю, то на глубине h давление $p = \gamma h$. Это соотношение справедливо для любой формы сосуда. Учитывая (3.4),

$$p = \rho g h. \qquad (3.6)$$

Так как давление прямо пропорционально глубине, график зависимости p от h представляет собой прямую линию.

Если свободная поверхность жидкости находится под давлением p_0, то на глубине h

$$p = p_0 + \rho g h. \qquad (3.7)$$

Прямым следствием закона Паскаля является так называемый *гидростатический парадокс*. Он состоит в том, что сила давления на дно сосуда определяется лишь высотой столба жидкости и площадью дна сосуда.

На боковые стенки сосуда жидкость также оказывает давление $p = \gamma h$, где h — расстояние от рассматриваемого участка до свободной поверхности. С увеличением глубины боковое давление растет. Поэтому при строительстве плотин их основание утолщают.

Закон сообщающихся сосудов. Сообщающимися называют сосуды, соединенные в нижней части трубками. Закон сообщающихся сосудов гласит: *в сообщающихся сосудах однородные жидкости устанавливаются на одном уровне*. Принцип сообщающихся сосудов используют в приспособлениях для измерения уровня жидкости в закрытых объемах — в водомерных трубках. На этом принципе основана работа шлюзов.

В сообщающихся сосудах уровни жидкостей с различными удельными весами неодинаковы: высоты столбов обратно пропорциональны удельным весам (или плотностям) жидкостей:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}. \qquad (3.8)$$

Давление измеряют манометром. Он имеет вид U-образной трубки, наполненной до некоторого уровня жидкостью с известной плотностью ρ. Одно колено трубки соединено с сосудом, в котором необходимо измерить давление. Разность давлений p пропорциональна разности уровней жидкости h в обеих коленах: $p = \gamma h$.

Атмосферное давление. Вокруг Земли находится слой воздуха — атмосфера, удерживающаяся вблизи нее силами тяготения.

Воздух состоит из смеси азота, кислорода, аргона, углекислого газа, паров воды и других газов. Масса атмосферного воздуха достигает $5 \cdot 10^{18}$ кг. Он распределен по поверхности Земли, площадь которой примерно равна $5 \cdot 10^{18}$ см^2, т. е. на каждый 1 см^2 поверхности приходится 1 кг воздуха. На уровне моря атмосферное давление примерно равно 10^5 Па.

Опыт Торичелли. В 1643 г. итальянский физик Торичелли (1608—1647) провел следующий опыт. В запаянную с одного конца трубку длиной 1 м налил ртуть, свободный конец трубки закрыл, перевернув запаянным концом вверх, и опустил в сосуд с ртутью. Когда он открыл свободный конец трубки, часть ртути вылилась и ее высота уменьшилась. Эта высота столба ртути в трубке по сравнению с уровнем ртути в сосуде показала величину атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба (так как над уровнем ртути в трубке находилась пустота). Давление, равное 101 325 Па, называют *физической атмосферой*. Пространство над ртутью в трубке получило название торичеллевой пустоты. В этом пространстве имеются пары ртути, практически не влияющие на высоту ртутного столба (из-за их незначительного давления).

При любом отклонении трубки от вертикального положения конец столба ртути остается на одной и той же высоте (760 мм), хотя длина столба возрастает и при некотором угле наклона ртуть полностью заполняет трубку.

Ртутный и металлический барометры. Атмосферное давление измеряют барометрами. Ртутный барометр устроен аналогично трубке Торичелли.

Для измерения давления газа применяют также мембранные (металлические) манометры. Они устроены следующим образом. Коробка закрыта волнистой мембраной. Мембрана оттягивается пружиной, к которой прикреплена стрелка. Для повышения чувствительности из коробки откачивается часть воздуха.

Атмосферное давление измеряют *барометром-анероидом*, который обладает высокой чувствительностью.

С увеличением высоты давление воздуха уменьшается. Например, на высоте 5,5—6 км давление и плотность воздуха в два раза меньше по сравнению с их значениями над уровнем моря. *Барометрическая формула* определяет зависимость давления от высоты (при условии, что температура воздуха одинакова на всех высотах):

$$p = p_0 l^{-\frac{mgh}{KT}}, \qquad (3.9)$$

где p_0 — давление на уровне моря, h — высота, измеряемая в километрах, K — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. При увеличении высоты на один километр температура T понижается примерно на 5—6°, поэтому давление уменьшается быстрее, чем в соответствии с формулой (3.9). На высоте 5,4 км давление равно 50 КПа, на 12 км — 20 КПа, а на высоте 24 км — 5 КПа. Определенной границы атмосфера не имеет.

Если анероид проградуировать в метрах, с его помощью можно измерять высоту. Такие анероиды получили название *альтиметров*. Их используют в самолетах для определения высоты полета.

Закон Архимеда для жидкостей и газов. При погружении твердого тела в жидкость на его поверхность будут действовать силы давления. Так как верхняя и нижняя части тела находятся на разной глубине, силы давления в этих частях будут неодинаковыми. Это приведет к появлению равнодействующей сил давления, направленной вверх.

Согласно закону, установленному древнегреческим ученым Архимедом (287—212 г. до н. э.), *на любое тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной жидкости и направленная вертикально вверх:*

$$F = g\rho_{ж}V, \tag{3.10}$$

где $\rho_{ж}$ — плотность жидкости, V — объем вытесненной телом жидкости. Считают, что выталкивающая сила приложена в центре тяжести объема вытесненной жидкости. Точку приложения равнодействующей называют *центром давлений*. Иногда закон Архимеда формулируют следующим образом: *погруженное в жидкость тело уменьшает свой вес настолько, сколько весит вытесненная им жидкость.*

Если погруженное в жидкость тело весит P, то условие равновесия выразится $P + F = 0$ (необходимо учитывать, что вес тела и выталкивающая сила F направлены в противоположные стороны). При этом возможно: а) равновесие устойчивое — центр давлений расположен выше центра тяжести; б) равновесие безразличное — центр давлений и центр тяжести находятся в одной точке; в) равновесие неустойчивое — центр давлений расположен ниже центра тяжести.

Закон Архимеда используют для определения плавучести кораблей. В случае равновесия вес плавающего корабля должен равняться весу вытесненной им воды. В судостроении вес вытесненной кораблем при полной расчетной нагрузке воды называют *водоизмещением.*

На основании закона Архимеда измеряют удельный вес тела γ. Тело взвешивают на весах обычным способом (вес P) и при погружении в жидкость, удельный вес которой γ_0 известен, тогда

$$\gamma = \gamma_0 \frac{P}{P - P_1}, \tag{3.11}$$

где P_1 — вес, равный разности между весом тела в воздухе и выталкивающей силой. Измерение плотности жидкости также основано на законе Архимеда.

Закон Архимеда для газов: *на всякое тело, находящееся в газе, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненного телом газа.*

Закон Архимеда используют для расчета подъемной силы аэростата:

$$F = gV(\rho - \rho_1), \tag{3.12}$$

где V — объем газа в оболочке аэростата, ρ и ρ_1 — плотности воздуха и газа, наполняющего оболочку. Аэростат поднимается, если подъемная сила F больше веса P аэростата и груза.

Задачи

1. Два сосуда — цилиндрический и в форме усеченного конуса — имеют равные основания. В сосуды налито одинаковое количество воды. В каком из сосудов вода с бо́льшей силой давит на дно? Чему равна сила давления сосудов с жидкостью на стол?

Решение. Давление на дно сосуда $p = \rho g h$, где h — высота воды в сосуде. Уровень воды в цилиндрическом сосуде будет ниже, чем в сосуде конической формы. Следовательно, давление на дно в этом сосуде будет меньше. Сила давления на дно $F = pS$. Поскольку площади оснований в обоих сосудах одинаковы, то сила давления на дно в цилиндрическом сосуде будет меньше, чем в сосуде конической формы. Оба сосуда будут давить на стол с одинаковой силой, равной весу сосуда и жидкости.

2. В сосуд призматической формы, в основании которого лежит прямоугольник со сторонами $a = 10$ см, $b = 15$ см, налита вода высотой $h = 10$ см. Определить силу давления на дно и стенки сосуда. До какой высоты нужно налить воду в сосуд, чтобы силы давления воды на дно и стенки сосуда были равны между собой?

Решение. Давление на боковую стенку сосуда будет меняться от $p_1 = \rho g h$ до $p_2 = 0$ при изменении высоты от h до 0. Поэтому среднее давление на стенку $p_{ср} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) = \frac{1}{2}\rho g h$. Сила давления $F_1 = p_{ср} S$, где S — площадь боковых стенок сосуда, $S = 2(a + b)h$. Тогда $F_1 = \frac{1}{2}\rho g h \cdot 2(a + b)h = \rho g h^2 (a + b) = 24{,}5$ Н. Сила давления на дно сосуда $F_2 = p_1 S_1$, где $S_1 = ab$ — площадь основания. Поэтому $F_2 = \rho g h a b = 14{,}7$ Н.

Уровень воды в сосуде H, при котором силы давления на боковые стенки и дно одинаковы, находим из равенства сил давления на дно и стенки сосуда: $\rho g H a b = \rho g H^2 (a + b)$. Отсюда $H = \frac{ab}{a + b} = 0{,}06$ м.

3. Жидкость налита в конический сосуд, расположенный конусом вниз. Вес жидкости P, ее плотность ρ, высота H и площадь дна S. Пренебрегая атмосферным давлением, вычислить силу, с которой жидкость действует на боковую поверхность сосуда.

Решение. На жидкость действует: а) сила тяжести P, направленная вниз; б) реакция дна, равная $\rho g H S$ и направленная вверх; в) реакция боковой поверхности, направленная вверх и равная по величине искомой силе R. Следовательно, $P - \rho g H S - R = 0$. Отсюда $R = P - \rho g H S$.

4. Перевернутый гидравлический пресс (рис. 16) находится в равновесии. При каком соотношении между массами поршней m и M это возможно? Размеры указаны на рисунке. Плотность жидкости ρ; трением пренебречь.

Решение. Давление внутри жидкости будет меньше атмосферного (жидкость растянута). Если система находится в равновесии, то вес поршней уравновешивается разностью сил внешнего давления и давления жидкости на поршень. Кроме этого внутри жидкости устанавливается гидростатическая разность давлений, которая уравновешивает вес столба жидкости. Пусть давление в верхней части жидкости p. Тогда давление жидкости около поверхностей

поршней будет: $p_1 = p + \rho gh$ и $p_2 = p + \rho gH$. Условия равновесия поршней: $mg = (p_0 - p_1) s = (p_0 - p - \rho gh)$; $Mg = (p_0 - p_2) s = (p_0 - p - \rho gH) s$. Из этих уравнений вытекает условие равновесия:

$$\frac{m}{s} + \rho h = \frac{M}{s} + \rho H.$$

Равновесие системы будет неустойчиво.

5. На дне сосуда с газом лежит сплошное тело с удельным весом, несколько бо́льшим удельного веса газа. Как заставить тело подняться вверх?

Решение. Если сжимаемость газа больше сжимаемости тела, то, сжимая газ в сосуде, можно заставить тело подняться вверх. При этом удельный вес газа станет больше удельного веса тела.

6. В цилиндрических сообщающихся сосудах с одинаковыми диаметрами и одинаковой высотой находится ртуть.

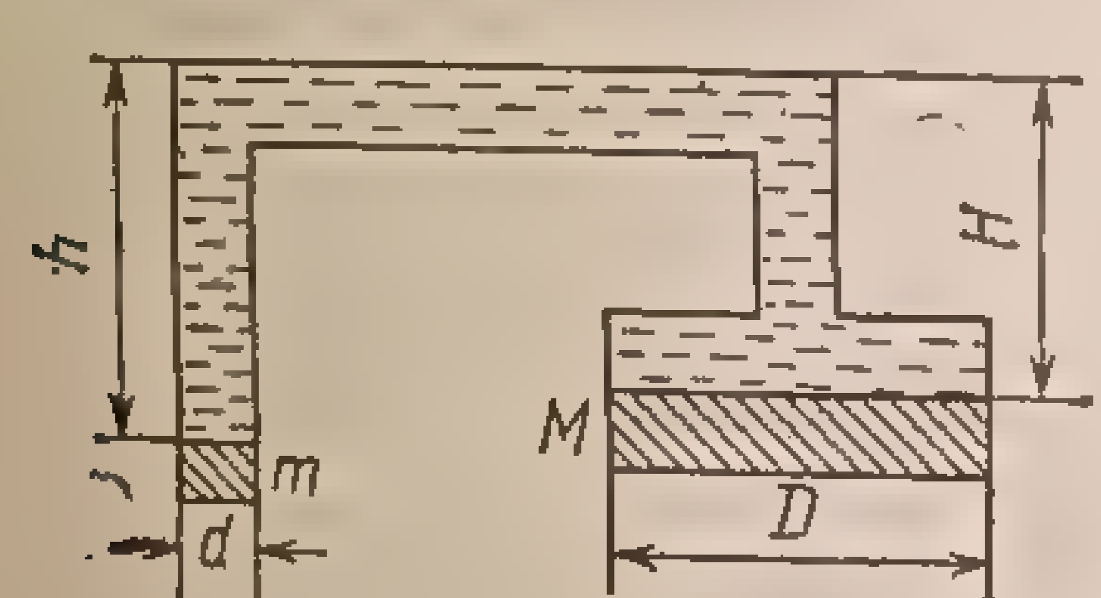


Рис. 16.

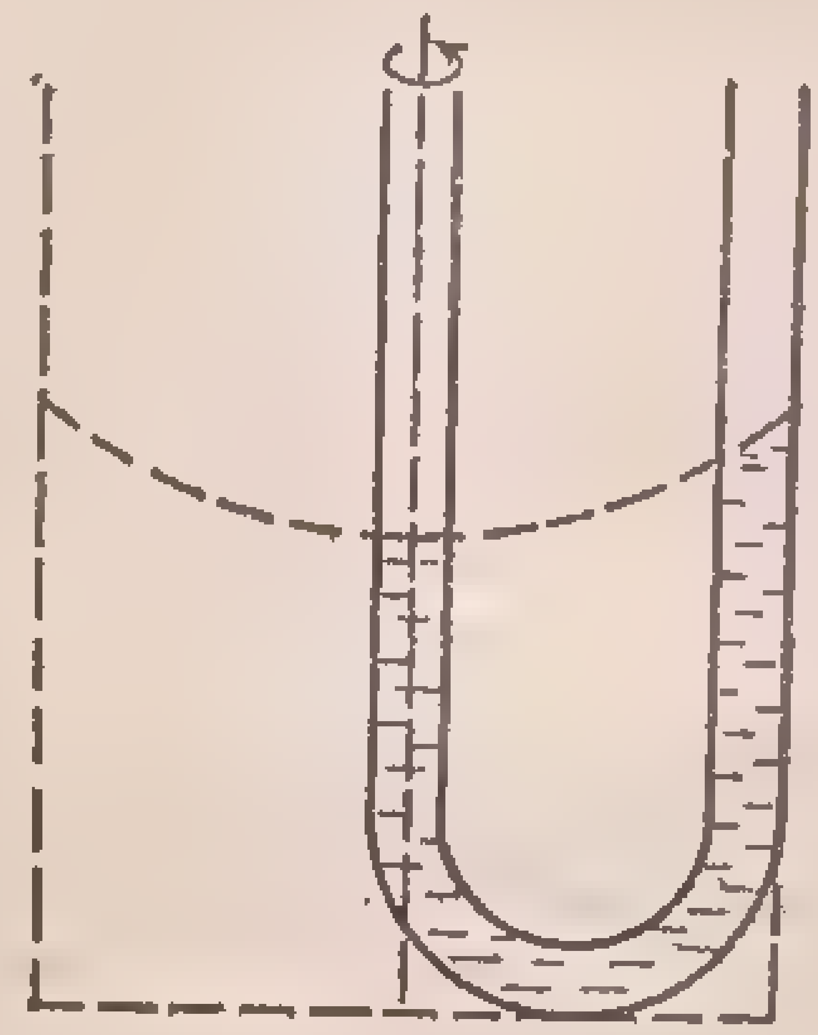


Рис. 17.

В одном из сосудов поверх ртути налит столб воды высотой $h_0 = 32$ см. Как установятся уровни ртути в обоих сосудах, если их доверху залить керосином? Удельный вес ртути $\gamma_1 = 133{,}3$ кН/м^3, керосина $\gamma_2 = 7{,}8$ кН/м^3.

Решение. Так как по условию оба колена трубки имеют одинаковую высоту, то можно не рассматривать равные по величине столбы керосина, расположенные выше уровня воды. Уровень ртути в трубке с водой будет, очевидно, стоять ниже уровня ртути в другом колене (так как удельный вес керосина γ_2 меньше удельного веса воды γ_0). Если обозначить разность уровней ртути в обоих коленах через h_1, то условие равновесия жидкостей в трубке запишется так: $h_0\gamma_0 = h_1\gamma_1 + (h_0 - h_1)\gamma_2$. Отсюда $h_1 = \dfrac{\gamma_0 - \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} h_0 \approx 0{,}005$ м.

7. В U-образную трубку налита вода. Трубка вращается с угловой скоростью ω вокруг оси, проходящей через одно из колен трубки (рис. 17). Как установится уровень воды в обоих коленах трубки?

Решение. В сосуде, равномерно вращающемся вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр, поверхность жидкости принимает форму параболоида вращения. Это объясняется тем, что для вращения жидкости необходимо, чтобы на каждый элемент внутри жидкости действовала сила, направленная к оси и сообщающая данному элементу нужное центростремительное ускорение,

равное произведению квадрата угловой скорости сосуда на расстояние данного элемента объема жидкости от оси вращения. Для того чтобы существовала такая сила, направленная к оси, давление в жидкости от оси вращения к стенке сосуда должно возрастать. Так как в вертикальном направлении никаких ускорений нет, то давление в жидкости должно быть равно весу единичного столба жидкости от данной глубины до свободной поверхности. Следовательно, уровень жидкости так же, как и давление внутри нее, должен повышаться от оси к стенке сосуда. Представим, что столб воды, заполняющий трубку, составляет часть воды во вращающемся сосуде. Поэтому в колене, через которое проходит ось вращения, уровень воды понизится, а в другом — повысится.

8. В стенке трубки Торичелли имеется отверстие, тщательно закрытое пробкой. Что случится со столбиком ртути в трубке, если открыть отверстие?

Решение. Если отверстие находится выше столбика ртути, то ртуть выльется из трубки. Если отверстие расположено на участке столбика ртути, то на столбик ртути сбоку будет действовать атмосферное давление, которое разделит столбик на две части. Нижняя часть столбика опустится в сосуд с ртутью, так как давления сверху и снизу уравновесятся. Верхняя часть столбика поднимется вверх и заполнит безвоздушное пространство над ртутью под действием атмосферного давления. Если трубка Торичелли достаточно широкая, ртуть с верхней части постепенно стечет по стенкам трубки вниз в сосуд. Если же трубка капиллярная, ртуть может удерживаться за счет поверхностного натяжения.

9. Сплошной однородный шар объемом V плавает на границе двух несмешивающихся жидкостей. Удельный вес верхней жидкости γ_1, нижней — γ_2, материала шара $\gamma (\gamma_1 < \gamma < \gamma_2)$. Какая часть объема шара будет находиться в верхней жидкости, какая — в нижней?

Решение. Обозначим часть объема шара, находящуюся в верхней жидкости, через V_1, в нижней — через V_2, тогда $V = V_1 + V_2$. На каждую из этих частей шара действуют две силы: сила тяжести γV_1 и γV_2, а также сила выталкивания $\gamma_1 V_1$ и $\gamma_2 V_2$. Так как шар находится на границе жидкостей в равновесии, то сумма всех этих сил равна нулю, т. е. $(V_1 + V_2)\gamma = V_1\gamma_1 + V_2\gamma_2$. Отсюда $V\gamma = V_1\gamma_1 + (V - V_1)\gamma_2$ и $V_1 = V\dfrac{\gamma_2 - \gamma}{\gamma_2 - \gamma_1}$. Аналогично можно получить $V_2 = V\dfrac{\gamma - \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1}$.

10. Для приближенного определения величины атмосферного давления взяли стеклянную трубку длиной l, погрузили ее вертикально в жидкость плотностью ρ на глубину H. Закрыв верхний конец трубки пальцем, вынули ее из жидкости. Высота столба жидкости, оставшейся в трубке, равна h. Чему равно атмосферное давление?

Решение. При погружении трубки в жидкость столбик воздуха длиной $l - H$ находился при атмосферном давлении p_x. После того, как трубку вынули из жидкости, столбик воздуха длиной $l - h$ находится под давлением $p_x - \rho g h$. Так как температура не изменялась, то $p_x (l - H) S = (p_x - \rho g h)(l - h) S$. Отсюда $p_x = \rho g h \dfrac{l - h}{H - h}$.

11. Вес сосуда с водой и штатива, на перекладине которого подвешен латунный груз массой 102 г, одинаковы. Будут ли весы находиться в равновесии, если сосуд с водой и штатив поместить на разные чаши весов так, чтобы груз целиком погрузился в сосуд с водой? Какой и на какую чашу весов следует положить добавочный груз, чтобы установилось равновесие? Плотность латуни $\rho = 8,5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Решение. При погружении груза в сосуд с водой на него будет действовать выталкивающая сила F, равная весу жидкости в объеме, вытесненном грузом. Поэтому сила, действующая на чашу весов с расположенным на ней штативом, уменьшится на F. Погруженный груз по третьему закону Ньютона будет действовать с силой F на воду, а следовательно, и на чашу весов, на которой расположен сосуд с водой. Поэтому, чтобы уравновесить весы, к чаше весов со штативом надо приложить силу $2F$. Для нахождения силы F определим объем груза: $V = \frac{m}{\rho}$. Тогда $F = \rho_0 V g = \rho_0 \frac{m}{\rho} g \approx 0,12$ Н. Чтобы установилось равновесие, на чашу весов со штативом нужно положить груз в 0,24 Н, масса которого $m \approx 0,024$ кг.

12. Рассчитать, как изменится потенциальная энергия тела, если его поднять в воде на высоту h. Изменится ли потенциальная энергия воды? Когда плотность тела больше, когда — меньше плотности воды? Плотность материала тела ρ, плотность воды ρ_0, объем тела V.

Решение. При перемещении в воде на тело действуют одновременно сила тяжести и гидростатические силы. Их работа не зависит от формы пути. Поэтому можно ввести понятие потенциальной энергии тела, находящегося под действием гидростатических сил.

При подъеме тела на высоту h его потенциальная энергия увеличится за счет действия сил тяжести на величину $V\rho g V h$ и уменьшится за счет действия гидростатических сил на — $\rho_0 g V h$. Полное изменение запаса потенциальной энергии тела $\Delta U_1 = (\rho - \rho_0) g V h$. Если $\rho > \rho_0$, то $\Delta U_1 > 0$ — запас энергии тела увеличится. Если $\rho < \rho_0$, то $\Delta U_1 < 0$ — запас энергии тела уменьшится. При подъеме тела на высоту h объем воды V перемещается вниз на такое же расстояние. При этом запас потенциальной энергии этого объема в поле сил тяжести уменьшится на $\rho_0 g V h$, а запас энергии за счет гидростатических сил увеличится на $\rho_0 V g h$. Следовательно, полный запас потенциальной энергии воды останется неизменным.

13. В каком отношении должны быть взяты объемы углекислого газа и воздуха для составления смеси, в которой мог бы плавать, не погружаясь и не всплывая, резиновый шар, наполненный воздухом? Объем шара $V = 5$ л, вес его оболочки $P = 14,7$ мН. Удельный вес воздуха при нормальных условиях $\gamma_1 = 12,64$ мН/л, удельный вес углекислоты $\gamma_2 = 19,40$ мН/л.

Решение. Удельный вес смеси должен быть такой, чтобы вес 5 литров ее был равен весу шара с воздухом. Вес шара с воздухом $\gamma_1 V + P$. Если W — объем воздуха в смеси, то вес смеси будет $\gamma_1 W + \gamma_2 (V - W)$. Условие равновесия шара $\gamma_1 V + P = \gamma_1 W + \gamma_2 \times (V - W)$. Отсюда $W = V + \frac{P}{\gamma_1 - \gamma_2} \approx 2,83$ л и $\frac{V - W}{W} \approx 76,7 : 100$.

14. Невесомая жидкость находится между двумя поршнями, жестко связанными друг с другом. Сила, действующая на верхний

поршень, равна F, а площади поршней равны S и s. Найти давление в жидкости (атмосферное давление не учитывать; толщиной штока, соединяющего поршни, пренебречь, поршни со штоком рассматривать как одно твердое тело).

Ответ: $p = \frac{F}{S - s}$.

15. Нижняя часть U-образной трубки заполнена ртутью. Над ртутью в одном колене находится глицерин, в другом — спирт, причем верхние уровни жидкостей в обоих коленах расположены на одной высоте. Найти разницу в положениях уровней ртути в коленах трубки, если высота столба спирта 32 см.

Ответ. 1,2 см.

16. В сосуд налита ртуть, а сверху — масло. Шар, опущенный в сосуд, плавает наполовину погруженным в ртуть. Определить плотность материала шара. Плотность масла $\rho_1 = 0{,}9$ г/см³, ртути $\rho_2 = 13{,}6$ г/см³.

Ответ. $\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = 7{,}25$ г/см³.

17. В крышке большого сосуда, наполненного водой, имеется цилиндрическое отверстие, плотно закрытое поршнем. В поршень вделана вертикальная трубка радиусом $r = 5$ см. Радиус поршня $R = 10$ см, масса поршня с трубкой $Q = 20$ кг. На какую высоту поднимется вода в трубке при равновесии поршня?

Ответ. $h \approx 85$ см.

18. На какую глубину l погрузится тело, более легкое, чем вода, при падении с высоты H и как быстро оно выплывет на поверхность? Трение тела о воздух и воду не учитывать. Плотность тела ρ_1, воды ρ.

Ответ. $l = \frac{\rho H}{\rho_1 - \rho}$; $t = \frac{\rho}{\rho_1 - \rho}\sqrt{\frac{2H}{g}}$.

19. Аэростат массой 500 кг и объемом 600 м³ поднимается вертикально вверх. Принимая движение его в течение первых 10 секунд равномерноускоренным, определить, на какую высоту поднимается аэростат в течение первых 10 секунд и какую работу совершит за это время действующая на него сила.

Ответ. 274,4 м; $2{,}097 \cdot 10^6$ Дж.

§ 2. Основы гидродинамики

Гидродинамика изучает законы движения жидкостей и их взаимодействие с твердыми телами.

Силы вязкости. При действии сил на жидкость частицы жидкости начинают перемещаться. Между двумя движущимися соседними слоями жидкости всегда появляются тангенциальные (т. е. направленные по касательной к поверхности) силы трения — так называемые *силы вязкости*. При движении жидкости в трубке с наибольшей скоростью перемещается слой, расположенный по оси трубки, а по мере приближения к стенке скорость движения уменьшается. На движущийся тонкий слой жидкости (толщиной Δx) с площадью поверхности S со стороны соседнего слоя действует сила трения

$$F = \mu S \frac{\Delta v}{\Delta x}, \tag{3.13}$$

где μ — *коэффициент внутреннего трения или коэффициент вязкости*. Величина $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ показывает, как сильно изменяется скорость течения при переходе от одного тонкого слоя к другому. Формула (3.13) получена Ньютоном. Она справедлива и для газов.

Вязкость измеряют специальным прибором — *вискозиметром*.

Коэффициенты вязкости различных жидкостей сильно отличаются. Так, для воды при 0° С $\mu = 1{,}8$ мН · с/м², для касторового масла при 18° С $\mu = 2{,}3$ Н с/м². Коэффициенты вязкости газов в несколько тысяч раз меньшие, чем жидкостей (для воздуха при 0° С $\mu = 18$ мкН · с/м²).

Влияние температуры на вязкость жидкостей и газов неодинаково: с повышением температуры вязкость жидкостей быстро уменьшается, а газов — растет.

Движение идеальной жидкости. В технических расчетах жидкость считают идеальной, т. е. несжимаемой и не обладающей трением. Несмотря на то что газы легко сжимаются, при движении со скоростями до 120 м/с их также можно считать несжимаемыми (так как до таких скоростей изменение плотности незначительно). Движение таких газов можно рассматривать как движение жидкостей.

Скорость движения в различных участках потока жидкости неодинакова. Для наглядного представления о направлении течения жидкостей (и газов) проводят линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с вектором скорости. Эти линии называют *линиями тока*. Их плотность (в некотором масштабе) соответствует величине скорости в данном участке потока. *Трубкой тока* называют часть потока, ограниченного со всех сторон линиями тока.

Движение жидкости называется *стационарным* или *установившимся*, если через любое поперечное сечение трубы за одинаковые промежутки времени проходит один и тот же объем жидкости. Пусть S_1 и S_2 — два поперечных сечения трубы, а v_1 и v_2 — соответственно скорости движения частиц жидкости через эти сечения, тогда

$$v_1 S_1 = v_2 S_2,$$

или

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Это выражение называется *уравнением неразрывности*. В соответствии с этим уравнением скорость протекания жидкости в трубе тока обратно пропорциональна площади ее поперечного сечения. Уравнение неразрывности справедливо для всех сечений трубы. Поэтому

$$vS = \text{const}. \tag{3.14}$$

Различают *ламинарное* (слоистое) и *турбулентное* (вихревое) течения жидкостей. При ламинарном течении слои жидкости перемещаются не перемешиваясь. Такое движение происходит при малых скоростях. При увеличении скорости перемещения ламинарное течение переходит в турбулентное. Этот переход зависит также от диаметра трубы и природы жидкости. При турбулентном течении

происходит перемешивание слоев в результате появления у частичек жидкости добавочных скоростей, направленных радиально.

При установившемся движении идеальной жидкости в трубке тока для двух произвольно выбранных сечений

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1V = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 + p_2V, \tag{3.15}$$

где m и V — масса и объем жидкости, переместившейся за некоторый промежуток времени из одного участка трубки тока (с давлением p_1) в другой (с давлением p_2); v_1 и v_2 — скорости движения жидкости соответственно через сечения S_1 и S_2; h_1 и h_2 — высоты объемов жидкости над некоторым условным горизонтальным уровнем. Суммы, стоящие слева и справа в уравнении (3.15), при установившемся течении одинаковы для любых равных объемов жидкости. Поэтому

$$\frac{mv^2}{2} + mgh + pV = \text{const.} \tag{3.16}$$

Это соотношение называется *уравнением Бернулли*, оно является одной из основных формул гидродинамики: *при установившемся течении сумма энергий кинетической, потенциальной и давления некоторой массы идеальной жидкости равна постоянной величине.* (Величина pV представляет собой *энергию давления.*)

Все члены суммы уравнения (3.16) можно разделить на V. Тогда

$$p + \rho\frac{v^2}{2} + \rho gh = \text{const}, \tag{3.17}$$

где $\rho = \frac{m}{V}$ — плотность жидкости. В этом уравнении слева стоит сумма энергий единичного объема жидкости.

При движении в горизонтальной плоскости изменение потенциальной энергии равно нулю, поэтому

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const.} \tag{3.18}$$

В этом уравнении p является статическим давлением, а $\frac{\rho v^2}{2}$ — динамическим.

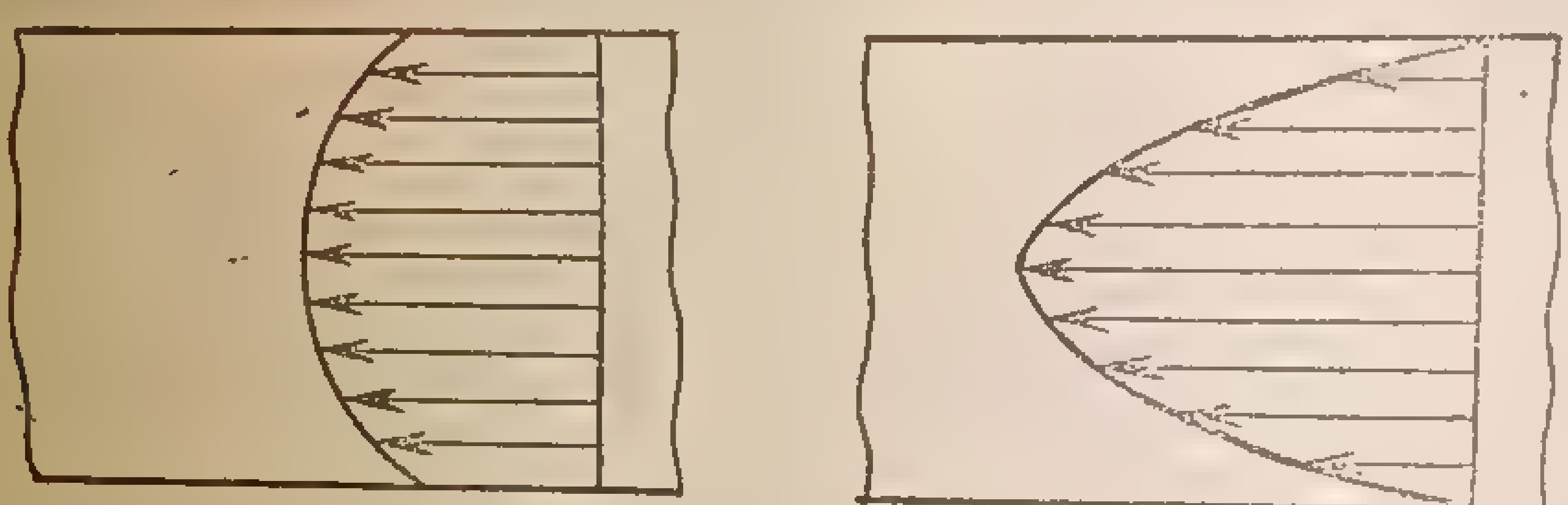
Статическое давление измеряют манометрической трубкой, погружаемой в жидкость так, чтобы отверстие в ней было расположено параллельно линиям тока. Динамическое давление измеряют манометрической трубкой Пито, представляющей собой изогнутую под углом 90° трубку. Ее отверстие располагают навстречу течению.

В соответствии с уравнением Бернулли, гидростатическое давление протекающей по трубе жидкости больше в тех участках, где скорость движения меньше, и меньше там, где скорость больше. Поэтому при стационарном течении по трубе в участках сужения давление жидкости понижено, а в участках расширения — повышено. При некотором сужении давление может стать меньше атмо-

сферного, в результате появится всасывающая сила. Действие некоторых устройств в технике (водоструйный насос, карбюратор, пульверизатор) основано на использовании этого явления.

При движении жидкости по изогнутой трубе появляется *реакция струи*, которая отклоняет трубу в сторону. Реакция струи возникает во всех случаях, когда поток жидкости или газа меняет свое направление. Это используют для работы турбин (вращение лопастей) и ветродвигателей.

В случае турбулентного течения сопротивление движению жидкости со стороны трубы очень сильно увеличивается. Это приводит к значительному уменьшению количества жидкости, протекающей по трубе, несмотря на ту же разность давления, что и при ламинарном течении.



а *б*

Рис. 18.

Распределение скоростей движения жидкости в трубе при ламинарном *а* и турбулентном *б* течениях представлено на рис. 18.

Вихри. Если поместить цилиндр в движущуюся жидкость или перемещать цилиндр в неподвижной жидкости, то при низких скоростях жидкость плавно обтекает цилиндр, а при больших — за цилиндром образуются *вихри*. Возникновение вихрей приводит к значительному повышению сопротивления жидкости движению тел. Это обусловлено тем, что на образование вихрей, обладающих большой кинетической энергией, затрачивается работа сил, перемещающих тело. В идеальной жидкости возникший вихрь может существовать долгое время. В реальной жидкости энергия вихря (в результате трения) постепенно переходит в теплоту, что приводит к его затуханию. Для уменьшения сопротивления телу придают обтекаемую форму.

На тело, перемещающееся в жидкости под тупым углом к направлению движения, действует сила, которую можно разложить на две составляющие: одну, направленную противоположно перемещению тела (*лобовое сопротивление*), и вторую, направленную перпендикулярно этому перемещению (*подъемная сила*). Как показывает расчет и практика, при малых скоростях лобовое сопротивление пропорционально первой степени скорости, а при больших — квадрату скорости.

Использование энергии движущейся воды. Гидравлическая энергия широко используется для вращения турбины с изогнутыми рабочими лопастями. Лопасти выполняют максимальную работу, когда они перемещаются со скоростью, равной половине скорости струи.

5 8-597

Максимальная мощность потока

$$P_{\text{макс}} = 9{,}8HQ, \qquad (3.19)$$

где Q — количество воды, м^3, падающее с высоты H за 1 с. Действительная мощность $P = \eta P_{\text{макс}}$, где η — к. п. д. установки. В современных гидроустановках η достигает 0,95.

Гидравлическую энергию превращают в электрическую на электростанциях. Соответствующий напор (высоту падения) создают с помощью плотины. Различают *реактивные* и *активные* водяные турбины. В реактивной турбине рабочее колесо находится внутри направляющего колеса. В направляющем колесе имеются лопасти, поворотом которых можно регулировать расход воды. Реактивные турбины применяют при напорах от 0,5 до 250 м. Их к.п.д. достигает 95%. В активных турбинах вода из сопла с иглой (для регулирования поступления воды) попадает на лопасти рабочего колеса. Имеющийся на лопастях так называемый нож разделяет струю воды на два потока, направленные в разные стороны. Работа турбины происходит за счет кинетической энергии струи воды. Мощность активных турбин сравнительно невелика — до 20 000 кВт. Их применяют при напорах выше 100 м.

Задачи

20. На некоторых железных дорогах паровозный котел наполняют водой, не останавливая паровоз. Для этой цели применяют изогнутую под прямым углом трубу, которую опускают на ходу паровоза в канаву с водой, проложенной вдоль рельсов, отверстием в направлении движения. При какой скорости v вода может подняться на высоту $h = 3$ м?

Решение. Масса воды, входящая в горизонтальную часть трубы вследствие движения паровоза, имеет по отношению к трубе скорость v и, следовательно, обладает кинетической энергией $\frac{1}{2}mv^2$, за счет которой она может подняться на высоту h, определяемую из условия, что вся кинетическая энергия превратится в потенциальную. Таким образом, $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$. Отсюда $v = \sqrt{2gh} \approx 28$ км/ч.

21. Если полностью открытый водопроводный кран зажать пальцем так, чтобы оставалось только малое отверстие, то вода из этого отверстия вырывается с большей скоростью, чем при полностью открытом кране. Почему это происходит?

Ответ. В водопроводном кране вода находится под повышенным давлением. При течении воды по трубе это давление, вследствие действия сил вязкости, постепенно падает почти до атмосферного, под которым вода вытекает из полностью открытого крана. Если зажать кран пальцем, течение воды в трубе прекращается, давление у отверстия увеличивается. Тоненькая струйка воды, выбрасываемая этим высоким давлением, приобретает гораздо бо́льшую скорость, чем вода, вытекающая из полностью открытого крана. При совсем маленьком отверстии скорость истечения воды уменьшится вследствие большого падения давления в самом отверстии.

22. Сосуд с ртутью поставлен на легкую тележку. Сбоку сосуда на расстоянии 20 см выше уровня жидкости сделано отверстие, площадь которого $S = 16$ мм^2. Рассчитать силу, которая будет передвигать сосуд при вытекании ртути из отверстия.

Решение. По третьему закону Ньютона сила, которая будет действовать на сосуд и передвигать его, равна силе давления жидкости, вытекающей из отверстия, и противоположна ей по направлению. Сила давления жидкости, вытекающей из отверстия, $F = pS$, где p — полное давление жидкости, S — площадь отверстия. Полное давление при истечении жидкости из отверстия равно сумме статического $p_1 = \rho gh$ и динамического p_2 давлений, т. е. $p = p_1 + p_2$.

Потенциальная энергия частиц жидкости на ее поверхности равна mgH. При вытекании этой массы жидкости потенциальная энергия ее будет mgh_1, где h_1 — высота уровня, на котором расположено отверстие. Разность этих значений потенциальных энергий определит кинетическую энергию вытекаемой жидкости: $\frac{mv^2}{2} = mg(H - h_1) = mgh$, где h — высота столба жидкости на уровне отверстия. Тогда скорость истечения струи $v = \sqrt{2gh}$. Кинетическая энергия вытекающей из отверстия жидкости $W_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{\rho V v^2}{2}$, где V—объем вытекающей жидкости. За счет этой энергии жидкость совершит работу $A = F_1 l$, где $F_1 = p_2 S$ — сила давления движущейся жидкости на отверстие, $l_1 = \frac{V}{S}$ — расстояние, пройденное струей. Приравняв $W_к = A$, получим $\frac{\rho V v^2}{2} = p_2 S \frac{V}{S}$. Отсюда величина динамического давления $p_2 = \frac{\rho v^2}{2} = \rho gh$, так как $v = \sqrt{2gh}$. Таким образом, полное давление жидкости $p = p_1 + p_2 = 2\rho gh$. Сила давления жидкости $F = pS = 2\rho ghS \approx 0{,}85$ Н.

23. Площадь поршня в шприце $S_1 = 2$ см^2, а площадь отверстия $S_2 = 1$ мм^2. Сколько времени будет вытекать вода из шприца, если на поршень действует сила $F = 8$ Н, а ход поршня $l = 5$ см?

Решение. Объем жидкости, которая вытекла из шприца, равен объему шприца: $S_1 v_1 t = S_2 v_2 t$, где v_2 — скорость вытекания потока. Запишем уравнение Бернулли: $p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$. Если шприц лежит горизонтально, то $h_1 = h_2$; $p_1 = \frac{F}{S_1} + p_{ат}$; $p_2 = p_{ат}$, где $p_{ат}$ — атмосферное давление. Поэтому уравнение Бернулли можно переписать так: $\frac{F}{S_1} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2$. В соответствии с условием неразрывности потока жидкости $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Тогда $\frac{F}{S_1} + \frac{1}{2}\rho \times \frac{S_2^2}{S_1^2} v_2^2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2$. Отсюда $v_2 = \sqrt{\frac{2FS_1}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$. Подставив значе-

5*

ние v_2 в формулу $t = \frac{S_1 l}{S_2 v_2}$, получим: $t = \frac{S_1 l}{S_2}\sqrt{\frac{\rho (S_1^2 - S_2^2)}{2FS_1}} =$

$$= \frac{S_1 l}{S_2}\sqrt{\frac{\rho S_1}{2F}\left[1 - \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2\right]}.$$

Так как $S_2 \ll S_1$, дробью $\frac{S_2}{S_1}$ можно пренебречь и тогда $t \approx$ $\approx \frac{S_1 l}{S_2}\sqrt{\frac{\rho S_1}{2F}}$. Подставив численные значения, получаем: $t \approx 1{,}12$ с.

24. Подводная лодка находится на глубине $h = 100$ м. С какой скоростью через отверстие в корпусе лодки будет врываться в лодку поток воды, если диаметр отверстия $d = 2$ см²? Какое количество воды проникнет в лодку за 1 ч? Давление воздуха в лодке равно атмосферному.

Решение. Запишем уравнение Бернулли для потока воды: $\rho gh + P_{ат} = P_{ат} + \frac{\rho v^2}{2}$. Отсюда $v = \sqrt{2gh} \approx 44{,}3$ м/с. Объем воды, проникающей в лодку за 1 с, $V' = vS = v\frac{\pi d^2}{4}$, а за 1 ч $V = V' \cdot 3600 =$ $= \frac{v\pi d^2}{4} 3600 \approx 50$ м³.

25. В сосуде с жидкостью сделано отверстие S, размер которого мал по сравнению с высотой столба жидкости. В случае, если отверстие закрыто пластинкой, измеряется сила давления жидкости F_1 на пластинку при высоте столба жидкости h. Если тот же сосуд стоит на тележке и отверстие открыто, то измеряется сила отдачи F_2 при установившемся токе жидкости в момент, когда высота жидкости та же, что и в первом случае. Будут ли силы F_1 и F_2 равны?

Ответ. Силы F_1 и F_2 не равны, $F_2 = 2F_1$. Объясняется это перераспределением давлений внутри жидкости. Когда жидкость вытекает из широкого сосуда через малое отверстие, вокруг отверстия сгущаются линии тока и, следовательно, давление на стенку вблизи отверстия уменьшается, как это следует из закона Бернулли. Поэтому реакция вытекающей жидкости оказывается больше силы статического давления на площадь отверстия.

26. Из брандспойта бьет поток воды, $Q = 60$ л/мин. Какая площадь поперечного сечения потока воды S_1 на высоте $h = 2$ м над концом брандспойта, если вблизи него она равняется $S_0 = 1{,}5$ см²?

Ответ. $S_1 \approx 4{,}37$ см.

27. На поверхности льда стоит бак с двумя отверстиями. Площадь отверстий одинакова и равна $S = 1000$ мм². Одно отверстие сделано около дна бака, другое — с противоположной стороны на высоте $h = 50$ см. Бак наполнен водой до высоты $H = 100$ см. Найти ускорение, с которым будет двигаться бак в момент, когда отверстия открыты. Трением между льдом и баком, а также массой бака пренебречь. Площадь основания бака $S_1 = 0{,}50$ м².

Ответ. $19{,}6 \cdot 10^{-2}$ м/с².

§ 3. Основы аэродинамики

Движение тел в воздухе. На движущиеся в воздухе тела действуют *аэродинамические* силы, возникающие вследствие инерции и вязкости воздуха.

Если скорость движения небольшая, то сжимаемость воздуха можно не учитывать и пользоваться уравнением Бернулли, выведенным для жидкостей. При больших скоростях возникает сильное сопротивление движению (даже в газах с очень малой вязкостью). Это сопротивление обусловлено образованием вихрей и зависит от скорости потока, размеров и формы тела.

Аэродинамическую силу, возникающую при движении тел в газах, можно разложить на две составляющие: тангенциальную (*лобовое сопротивление*) и нормальную (*подъемная сила*). Для появления подъемной силы необходимо, чтобы воздушный поток, обтекающий тело, имел *циркуляцию* (круговое движение потока воздуха вокруг тела).

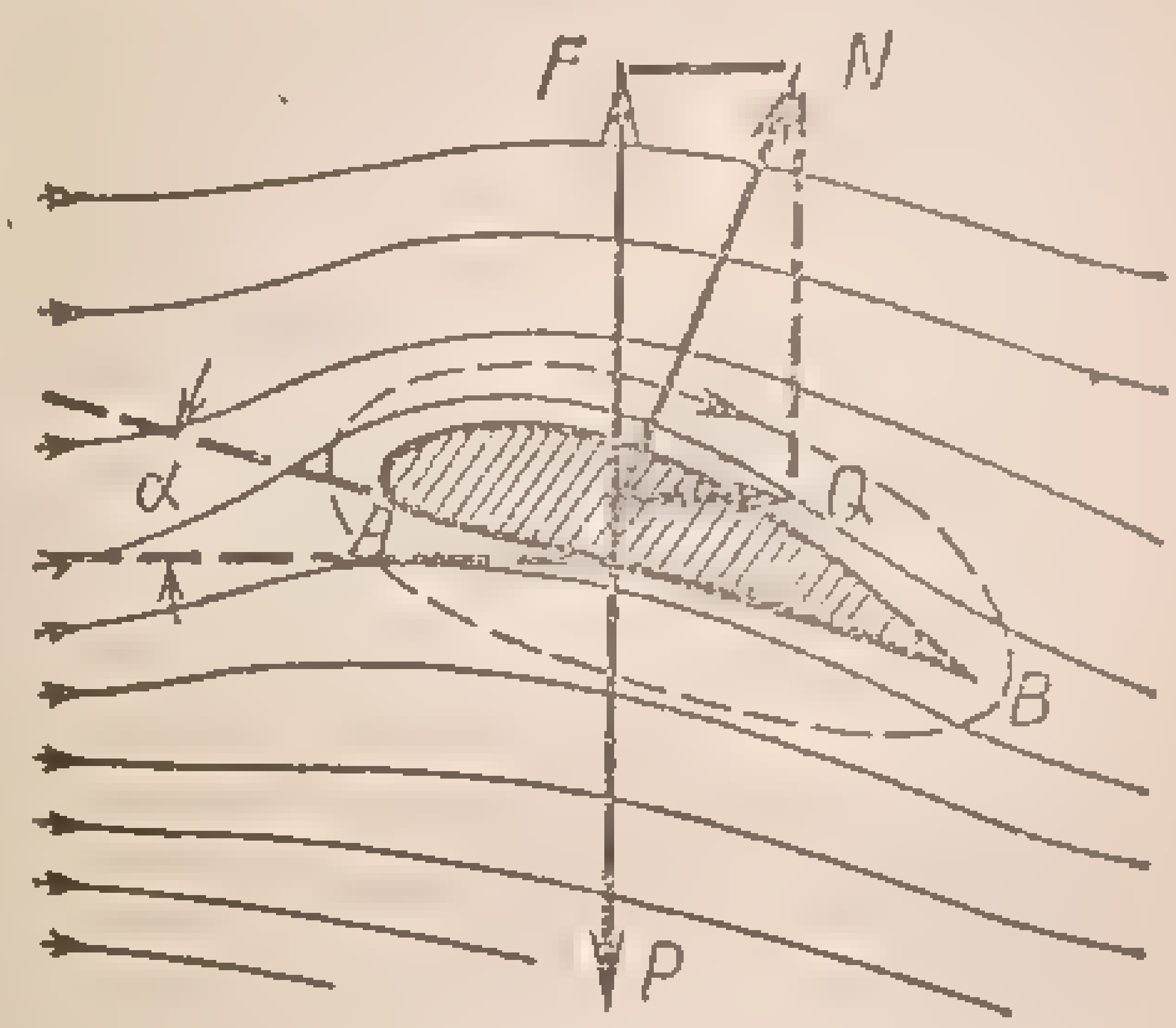


Рис. 19.

Подъемная сила крыла самолета. В поперечном сечении крыло самолета (рис. 19) имеет характерную форму — так называемый профиль Жуковского, по имени русского ученого-механика Н. Е. Жуковского (1847—1921). Линию AB называют хордой крыла, а угол α между направлением потока и хордой — углом атаки. При движении вокруг крыла возникает циркуляция воздуха, которая накладывается на общий поток воздуха. В результате скорость воздуха под крылом будет меньше скорости воздуха над крылом. В соответствии с уравнением Бернулли давление должно быть больше в тех областях, где скорость движения меньше. Поэтому под крылом возникает область повышенного давления, над крылом — пониженного. В результате — на крыло будет действовать подъемная сила F. Подъемная сила F и лобовое сопротивление Q пропорциональны квадрату скорости движения v, площади несущей поверхности крыла S и плотности воздуха ρ:

$$F = C_y \rho S v^2, \qquad (3.20)$$

$$Q = C_x \rho S v^2, \qquad (3.21)$$

где C_y — коэффициент подъемной силы, а C_x — коэффициент лобового сопротивления. Величина C_y и C_x зависит от формы крыла и его положения относительно потока (угла атаки). Формулы для вычисления C_y и C_x были предложены Н. Е. Жуковским и С. А. Чаплыгиным.

Коэффициент C_y (и подъемная сила F) становится равным нулю, если угол атаки $\alpha = -6°$, и достигает максимума при *критическом* угле $\alpha = 16°$. Если α увеличивать дальше, подъемная сила убывает, что обусловлено образованием сильных вихрей за передней кромкой крыла.

Подъемная сила самолета практически не отличается от подъемной силы крыльев, а его лобовое сопротивление значительно возрастает. Для уменьшения лобового сопротивления всем выступающим частям придают обтекаемую форму.

Лобовое сопротивление самолета уравновешивается *силой тяги* воздушного винта (пропеллера). Винт обычно состоит из двух, трех или четырех лопастей, расположенных под некоторым углом к оси втулки, на которой они крепятся. Сечение лопасти похоже на профиль крыла. При вращении винта возникают аэродинамические силы, составляющие которых вдоль оси винта создают силу тяги. Для увеличения силы тяги выгодно использовать винты большого диаметра и с большим шагом.

Суда на подводных крыльях. Подъемная сила крыла нашла применение в судах на подводных крыльях. В таких судах корпус опирается на обтекаемые стойки, установленные на крыльях. При движении крыльев под водой возникает подъемная сила, в результате действия которой корпус теплохода приподнимается над водой. При этом лобовое сопротивление значительно уменьшается, а скорость движения корабля увеличивается. Скорость теплоходов на подводных крыльях типа «Ракета» достигает 60 км/ч.

Задачи

28. На воздушный поток, направленный вверх, осторожно положили шарик от настольного тенниса. Как будет двигаться шарик?

Ответ. Шарик будет свободно плавать, удерживаясь в верхней части потока. Это объясняется тем, что вследствие большой скорости движения воздуха давление внутри потока меньше атмосферного и уменьшается к центру. Поэтому шарик снизу будет поддерживаться напором потока, а с боков — статическим атмосферным давлением.

29. Как выгоднее самолету взлететь: по ветру или против ветра?

Ответ. Выгоднее взлететь против ветра. Подъемная сила тем больше, чем больше скорость самолета по отношению к окружающему воздуху. При взлете по ветру скорость самолета относительно воздуха равна его скорости относительно земли минус скорость ветра, а при взлете против ветра скорость самолета относительно воздуха равна сумме этих скоростей. Таким образом, при взлете против ветра та же скорость относительно воздуха получается при меньшей скорости относительно земли, чем при взлете по ветру. Поэтому при взлете против ветра подъемная сила достигает нужной величины и самолет отделится от земли при меньшей скорости относительно земли, что во многих отношениях выгоднее и безопаснее.

30. При каком условии самолет может лететь «вверх колесами»?

Ответ. Если бы самолет повернулся на 180° вокруг продольной оси, то действующая на него подъемная сила, направление которой зависит только от положения крыльев по отношению к набегающему потоку воздуха, была бы направлена вниз и самолет не только не мог бы держаться в воздухе, но должен был бы падать еще быстрее, чем свободно падающее тело. Для полета «вверх колесами» летчик опускает хвост самолета так, что в перевернутом положении передняя кромка крыльев опять окажется выше задней,

благодаря чему создается подъемная сила, поддерживающая самолет.

31. Два однотипных самолета летят: первый по дуге ABC, а второй по дуге ADC (рис. 20). Обе дуги лежат в вертикальной плоскости, длины их одинаковы. У которого из самолетов скорость в точке C будет больше, если оба они имели в точке A одинаковые скорости и моторы их развивают одинаковую и постоянную мощность?

Ответ. Если бы не было сопротивления воздуха и мотор самолета не работал, то скорости самолетов в точке C были бы одинаковы. При этом, однако, средняя скорость на дуге ABC меньше средней скорости по ADC, так как при подъеме скорость уменьшается, а при спуске увеличивается и, следовательно, в точке B скорость меньше, чем в точке D.

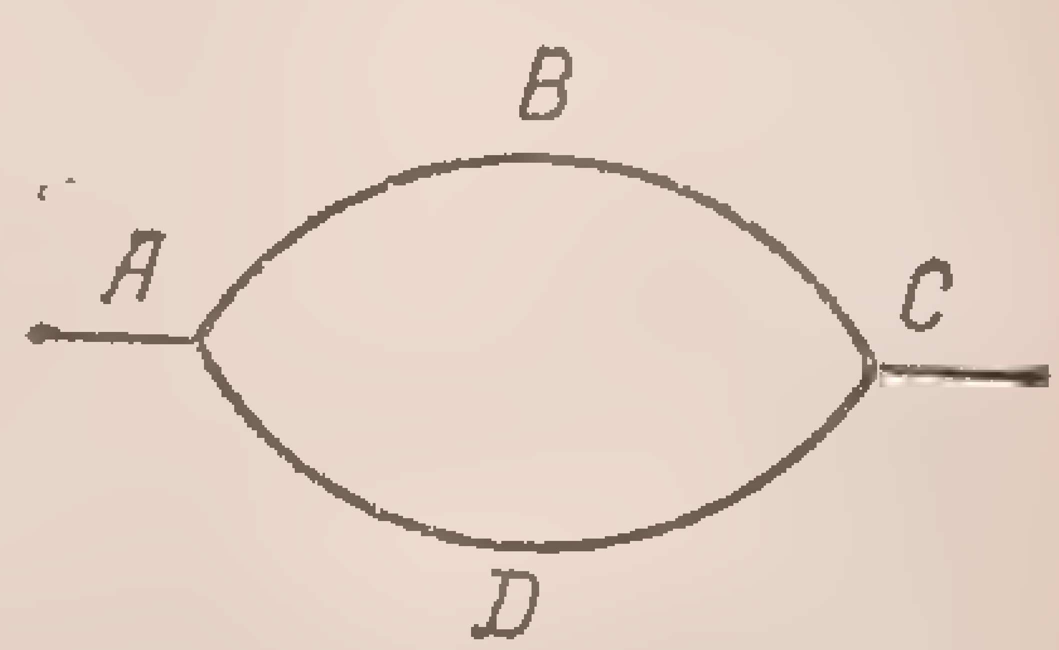


Рис. 20.

В действительности, самолет преодолевает лобовое сопротивление, пропорциональное квадрату скорости, и на это в основном идет работа мотора. Поскольку на дуге ADC средняя скорость больше, то и работа, затрачиваемая на преодоление лобового сопротивления, будет больше. А если мощность, развиваемая мотором, в обоих случаях одинакова, то кинетическая энергия самолета, летевшего по дуге ADC, и, следовательно, скорость его в точке C будет меньше, чем у самолета, летевшего по дуге ABC.

32. Для того чтобы отделить друг от друга тонкие листы, сложенные в пачку (например, билеты в книжечке метро), достаточно подуть сбоку в торец этой пачки. Чем объяснить это явление?

Ответ. Это явление объясняется законом Бернулли, согласно которому при течении жидкости или газа давление меньше там, где скорость больше. Создавая струю воздуха, мы уменьшаем давление на листочки снаружи, и они отгибаются в сторону.

33. Раскладывая силу N (см. рис. 19), которая действует на крыло самолета при полете (угол атаки α), на подъемную силу F и лобовое сопротивление Q, получим: $F = N\cos\alpha$. Отсюда видно, что максимальная подъемная сила F достигается при угле атаки $\alpha = 0$. Объяснить ошибочность полученного результата.

Ответ. Приведенное рассуждение было бы справедливым, если бы полная сила N, которая действует на крыло, не зависела от угла α. В действительности это не наблюдается.

34. Можно ли выдуть из воронки вложенный в нее бумажный фильтр, дуя с узкого конца?

Ответ. Фильтр выдуть из воронки нельзя. Чем сильнее дуть, тем сильнее фильтр втягивается в воронку. Объясняется это законом Бернулли.

Глава 4

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

§ 1. Атомно-молекулярная теория строения вещества

Атомы и молекулы. Предположение о том, что все тела в природе состоят из мельчайших, недоступных непосредственному наблюдению частиц — атомов (т. е. неделимых) впервые было высказано в Древней Греции. О неразрушимых и неизменных частицах говорил еще Анаксагор (500—428 г. до н. э.), но основателем атомистической системы взглядов считается Демокрит (460—371 гг. до н. э.). Понятие *атом* было для Демокрита и его последователей скорее философским, чем естественнонаучным. В качестве научной гипотезы представление об атомах было предложено английским физиком Р. Бойлем в конце XVII века, затем эта гипотеза была развита русским ученым М. В. Ломоносовым (1711—1765), английским ученым Д. Дальтоном (1766—1844) и др.

Все известные вещества состоят из более простых (называемых химическими) элементов. Вступая в соединение, элементы сочетаются в строго определенных пропорциях, причем массы соединяемых веществ сохраняются. На основании закона простых и кратных отношений удалось найти относительные массы атомов. Большинство элементов имеют по несколько *изотопов*, которые обладают разными массами, но характеризуются одинаковым зарядовым числом Z.

Относительные веса атомов называются их атомными весами. За единицу принята $^1/_{12}$ веса изотопа атома углерода C^{12}.

Химическое соединение двух и более атомов образует молекулу. *Молекула является наименьшей частицей химического соединения, которую нельзя измельчить, не нарушив химических свойств вещества.*

Относительный вес молекулы, выраженный в единицах атомного веса, называется молекулярным весом.

Грамм-атомом называется такое количество данного элемента, для которого масса, выраженная в граммах, численно равна его атомному весу.

Грамм-молекулой называется такое количество вещества, масса которого, выраженная в граммах, численно равна его молекулярному весу. Грамм-молекулу сокращенно называют молем.

Грамм-атом и грамм-молекула любого вещества содержат одинаковое число атомов или молекул. Это число называется *числом Авогадро* и обозначается буквой N.

Число Авогадро позволяет установить масштаб микромира атомов и молекул

$$N = 6{,}023 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}. \tag{4.1}$$

Линейные размеры атомов и молекул представляют собой величину порядка 10^{-8} см. Размеры сложных молекул могут оказаться

значительно бо́льшими. Так, молекула белка имеет линейные размеры $43 \cdot 10^{-8}$ см. С помощью электронного микроскопа сфотографированы некоторые крупные молекулы, а с помощью ионного проектора изучают расположение отдельных атомов в кристаллической решетке.

Внутреннее строение атомов и молекул сложно. Однако в ряде физических процессов внутреннее строение атомов и молекул несущественно. Это, прежде всего, *тепловые процессы*, в которых атомы и молекулы остаются неизменными. Для тепловых процессов существенное значение имеет интенсивность движения элементарных частичек вещества и особенности их расположения.

Установлено, что атомы и молекулы вещества находятся в непрерывном *беспорядочном* (*хаотическом*) движении. Скорость каждой молекулы часто меняет свою величину и направление, ибо при движении молекулы взаимодействуют друг с другом. В газах такое взаимодействие сводится к простому столкновению молекул при их движении. Каждая молекула движется, согласно законам механики, с постоянной скоростью по прямой линии до тех пор пока не столкнется с другой молекулой или со стенкой сосуда, в котором находится рассматриваемый газ. Частота таких столкновений между молекулами очень велика. Так, например, каждая молекула азота при нормальных условиях сталкивается в среднем $7{,}5 \cdot 10^9$ раз в секунду с другими молекулами.

Тепловое движение атомов и молекул. Понятие о температуре. *Беспорядочное движение атомов и молекул называют тепловым движением*. Скорость теплового движения атомов или молекул зависит от температуры. Повышение температуры сопровождается увеличением интенсивности движения. *При одной и той же температуре средняя кинетическая энергия движения молекул различных веществ одинакова*. Следовательно, скорость движения молекул с различными массами при одинаковой температуре различна.

В результате взаимодействия при столкновении молекул происходит изменение величины и направления скоростей молекул и, например, молекулы из более горячей части тела передают определенную долю своей кинетической энергии более холодной части тела. Так происходит *теплопередача* и выравнивание температуры. Величина скорости теплового движения атомов и молекул очень большая. Опыт показывает, что, например, в серебре, нагретом до температуры 1200° С, скорость большинства молекул 500—625 м/с. Среди огромного количества молекул вещества существуют молекулы, скорость движения которых очень велика, и молекулы, движение которых происходит очень медленно. Следовательно, молекулы движутся с разными скоростями, однако для каждой температуры T существует некоторая наиболее вероятная скорость $v_в(T)$, так что большинство молекул имеет скорость, не очень отличающуюся от этой наиболее вероятной. Молекулы, скорости которых намного больше или намного меньше $v_в(T)$, встречаются очень редко.

Распределение молекул по скоростям. Если построить график, откладывая на оси x скорость молекул, а на оси y — число молекул газа, обладающих этой скоростью, то получим кривую распределения молекул по скоростям. Закон распределения молекул по скоростям называется *распределением Максвелла*. Пример зависимости

относительного числа молекул газа от их скорости приведен на рис. 21. Скорость $v_{\text{в}}$, соответствующая максимуму на кривой распределения Максвелла, называется *вероятнейшей скоростью*. По кривой *1* видно, что число молекул, обладающих скоростью, меньшей или большей $v_{\text{в}}(T)$, резко падает по мере увеличения отклонения от вероятнейшей скорости.

Кривые *1*, *2*, *3* представляют собой график распределения Максвелла для последовательно возрастающих значений температур $T_3 > T_2 > T_1$. С повышением температуры значение $v_{\text{в}}(T)$ возрастает, кривая распределения становится более пологой. При этом число молекул, обладающих меньшими скоростями, убывает, а число молекул, скорости которых больше $v_{\text{в}}(T)$, увеличивается.

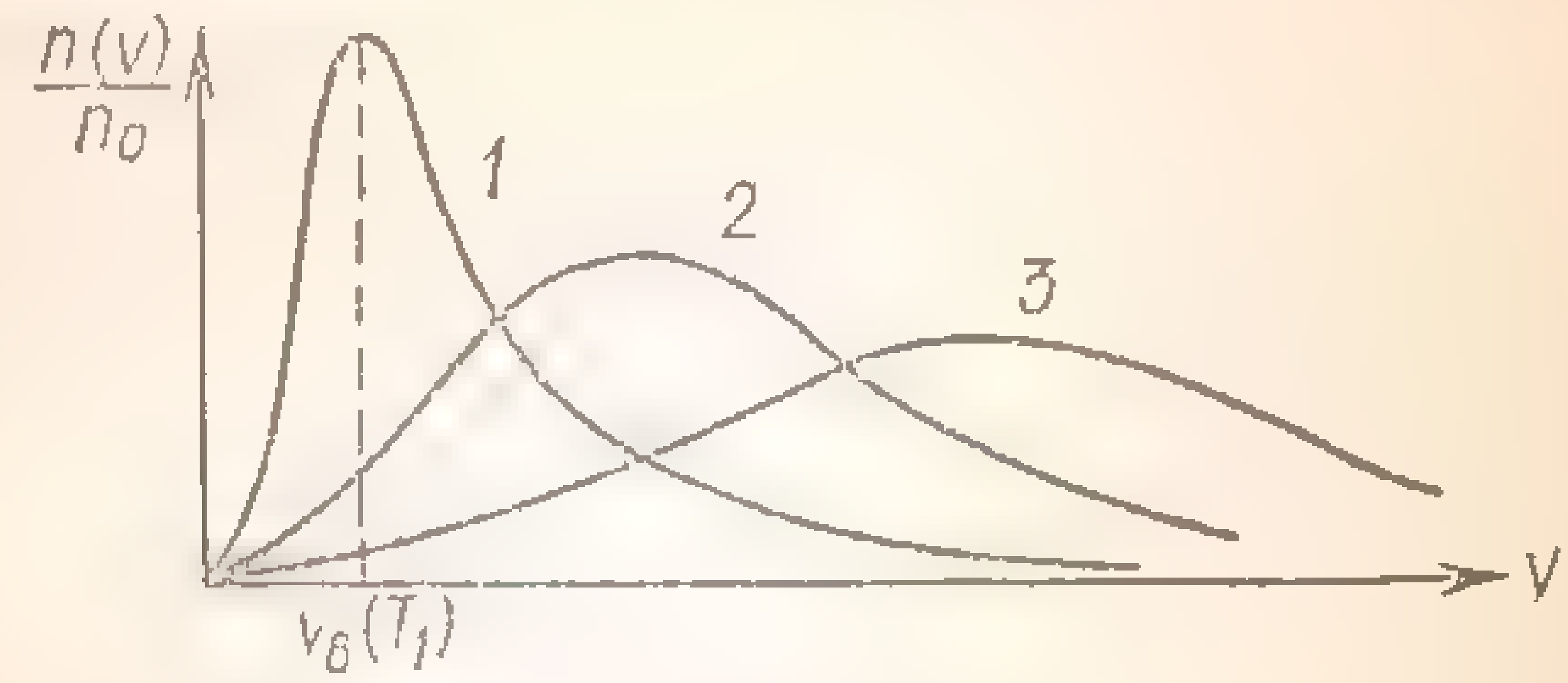


Рис. 21.

Вероятнейшая скорость $v_{\text{в}}(T)$ прямо пропорциональна корню квадратному из абсолютной температуры T и обратно пропорциональна корню квадратному из массы молекулы m:

$$v_{\text{в}}(T) = \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \tag{4.2}$$

где k — постоянная Больцмана.

Средняя длина пробега. Зная среднюю скорость молекул и частоту их столкновения, легко определить величину пути, который молекула в среднем проходит без столкновений. Расстояние, проходимое молекулой в среднем между столкновениями, называется *средней длиной пробега молекул* и обозначается λ. Значение λ существенно зависит от плотности вещества. В сильно разреженных газах длина свободного пробега может оказаться больше размеров сосуда, в который этот газ заключен. Тогда молекула будет двигаться без столкновений. Величина λ для газа в нормальных условиях, т. е. при давлении в 101,3 кПа и температуре $t = 0°$ С, равна 10^{-5}—10^{-6} см. Например, для азота в нормальных условиях средняя скорость теплового движения составляет около $4{,}54 \times 10^5$ см/с. Учитывая, что частота столкновений в этом случае равна $7{,}5 \cdot 10^9$ с$^{-1}$, получим

$$\lambda = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{см}.$$

Таким образом, молекула газа проходит без столкновения путь, в сотни раз превышающий размер молекул. Эта величина очень мала и, следовательно, прежде чем пройти расстояние порядка 1 мм, молекула испытывает большое число столкновений.

Внутренняя энергия тел. Движущиеся молекулы обладают кинетической энергией. Кроме того, молекулы взаимодействуют друг с другом. Это взаимодействие проявляется только на расстояниях, близких к величине линейных размеров молекул r_0. На расстояниях, несколько бо́льших r_0, действуют силы притяжения, а при расстояниях, меньших r_0,— силы отталкивания. При $r = r_0$ существует положение равновесия. Таким образом, тепловое движение молекул происходит в потенциальном силовом поле, величина которого существенно зависит от взаимного расположения молекул. Силы взаимодействия молекул определяются их атомным строением. Взаимодействие заряженных частиц, составляющих атом (положительное ядро и отрицательно заряженные электроны), обусловливают молекулярные силы притяжения и отталкивания.

Сумма кинетической энергии беспорядочного движения атомов и молекул и потенциальной энергии их взаимодействия составляет внутреннюю энергию тела.

При повышении температуры внутренняя энергия увеличивается, в основном, за счет увеличения кинетической энергии движущихся молекул. Вещество может находиться в трех существенно отличных состояниях: газообразном, жидком и твердом. При переходе вещества из одного *агрегатного* состояния в другое внутренняя энергия вещества меняется за счет изменения взаимного расположения атомов и молекул, т. е. за счет изменения потенциальной энергии.

Таким образом, любое состояние вещества можно характеризовать определенной внутренней энергией. Изменение внутренней энергии приводит к изменению состояния вещества.

Когда тепловое движение молекул очень интенсивно, так что их средняя кинетическая энергия больше потенциальной энергии связи, то силы молекулярного сцепления не в состоянии удержать их вместе и молекулы стремятся разлететься в разные стороны. При этом молекулы в беспорядке сталкиваются друг с другом, так что объем, занимаемый веществом, увеличивается до тех пор, пока молекулы не встретят препятствия своему движению. Таким препятствием могут оказаться стенки сосуда. Вещество в этом случае находится в газообразном состоянии.

В жидкости молекулы находятся на достаточно близком расстоянии друг от друга, причем каждый атом некоторое время находится в окружении определенных соседних атомов. Тепловое движение приводит к тому, что молекулы жидкости меняют своих соседей. В твердых телах молекулы совершают колебания на узлах кристаллической решетки вблизи положений равновесия.

Все физические явления, сопровождающие тепловые процессы, можно объяснить с помощью *молекулярно-кинетической теории* вещества, основные положения которой таковы:

1. Все вещества состоят из огромного количества атомов или молекул, которые находятся в беспорядочном тепловом движении. Линейные размеры атомов и молекул малы (около 10^{-8} см).

2. Средняя величина кинетической энергии теплового движения молекул определяет температуру тела. При повышении температуры скорость хаотического движения увеличивается.

3. На близких расстояниях, порядка размеров молекул, между

ними действуют силы притяжения и отталкивания, так что тепловое движение молекул происходит в потенциальном поле.

Характерно, что непосредственно наблюдаемые на опыте величины (так называемые макропараметры), например давление, температура, параметры диффузии и т. п., являются результатом суммарного действия огромной совокупности атомов и молекул. Поэтому изучение макропараметров может вестись с использованием статистических методов. Таким образом, на базе молекулярно-кинетической теории возникла новая наука: *статистическая физика*.

Методы статистической физики оказались плодотворными не только при описании тепловых явлений; с их помощью можно исследовать явления электризации, намагничивания, рассеяния и преломления электромагнитного излучения, изучать процессы, происходящие в гальванических элементах и т. п.

Броуновское движение. Одним из первых опытов, наглядно подтвердивших справедливость основных положений молекулярно-кинетической теории строения вещества, является обнаруженное английским ученым Броуном (1773—1853) своеобразное движение мельчайших частичек вещества, находящихся во взвешенном состоянии в жидкости, которая не растворяет эти частички. Наблюдения с помощью оптического микроскопа показывают, что, если размеры частичек невелики (около 10^{-4} — 10^{-5} см), они находятся в непрерывном беспорядочном движении, скорость которого очень быстро меняет свою величину и направление. Установлено, что интенсивность случайного блуждания частиц зависит от вязкости жидкости и увеличивается с повышением температуры. Такое беспорядочное движение частиц называется броуновским движением. Броуновское движение никогда не прекращается, не зависит от внешних причин. Скорость броуновского движения тем интенсивнее, чем меньше размер частиц. Если частицы велики, то их движение трудно обнаружить.

Молекулярно-кинетическая теория строения вещества четко объясняет броуновское движение. Совершая тепловое движение, молекулы жидкости при столкновении с поверхностью частичек передают ей некоторое количество движения. При этом молекулы непрерывно бомбардируют поверхность частички со всех сторон одновременно. Однако, если частица, находящаяся в жидкости, достаточно мала, то число ударов с одной стороны может случайно оказаться бо́льшим, чем с другой. Под действием избыточного давления с одной стороны частица приходит в движение, затем следует толчок с другого направления, и скорость движения частицы снова меняется. Так, *испытывая беспорядочные удары со стороны молекул жидкости, находящихся в тепловом движении, частица совершает броуновское движение.*

Сами броуновские частицы в миллиарды раз больше по массе, чем отдельные молекулы. Скорости их движения малы по сравнению со скоростями молекул, но их движение все же может быть замечено в микроскоп. Если частица, находящаяся в жидкости, велика, то удары молекул с разных сторон в каждый данный момент практически уравновешиваются. Небольшие колебания давления не могут существенно изменить положение частицы, масса которой велика. Слабое дрожание такой частицы под действием теплового движения молекул не может быть практически обнаружено с помощью оптического микроскопа.

Повышение температуры обусловливает увеличение интенсивности теплового движения молекул, что приводит к увеличению скорости броуновского движения частиц.

Понятие об идеальном газе. Из трех возможных агрегатных состояний газообразному состоянию вещества присущи самые простые свойства. Однако при больших давлениях и высоких температурах закономерности, которым подчиняются разные реальные газы, различны и могут оказаться достаточно сложными.

При малых давлениях и не слишком высоких температурах различия в поведении разных газов исчезают. Предельное состояние, к которому стремятся разреженные газы при уменьшении их плотности, отличается особой простотой. Газ, находящийся в таком предельном состоянии, называется идеальным. Состояние большинства реальных газов при атмосферном давлении и комнатной температуре мало отличаются от идеального состояния. Наиболее близкими к идеальному газу являются газообразные гелий и водород.

Давление на стенки сосуда. Газ, заключенный в сосуд, оказывает давление на его стенки. Молекулярно-кинетическая теория объясняет это давление тем, что стенка сосуда является преградой тепловому движению молекул. При столкновении со стенкой каждая молекула меняет свою скорость и сообщает стенке импульс силы. Суммарное действие ударов молекул на стенку сосуда воспринимается как давление газа. Величину давления можно рассчитать, если известно, сколько молекул ударяется о единицу поверхности стенки в единицу времени и какова скорость этих молекул. Если увеличить скорость молекул (т. е. повысить температуру газа), то возрастет и давление газа. Давление идеального газа возрастет пропорционально квадрату скорости, ибо возрастает как импульс силы, передаваемый ими при столкновении, так и частота ударов о стенку. Поскольку температура газа пропорциональна кинетической энергии движения молекул, т. е. величине квадрата скорости их движения, то между давлением и температурой должна существовать линейная зависимость, что наблюдается на опыте для разреженных газов (закон Гей-Люссака).

Диффузия. Опыт показывает, что различные вещества обладают способностью к взаимному проникновению. Таким процессом является, например, распространение запахов в воздухе в условиях отсутствия прямого перемешивания. Аналогичное явление можно наблюдать в жидкостях, имеющих различную плотность. Если вначале видна четкая граница раздела между такими жидкостями (например, медный купорос и вода), то с течением времени происходит проникновение молекул одной жидкости в другую. В твердых телах также наблюдается взаимное проникновение. Так, если соединить хорошо отполированные пластинки, например, свинца и золота, и оставить их под грузом в течение длительного времени (около 5 лет) при комнатной температуре, то происходит сцепление этих брусков за счет взаимного проникновения атомов свинца и золота через поверхность раздела.

Процесс взаимного проникновения вещества за счет молекулярного движения называется диффузией. Диффузионные процессы сильно ускоряются при повышении температуры.

Взаимное проникновение связано с тепловым движением атомов и молекул вещества. С течением времени путь, на который

углубилась молекула в «чужое» пространство, увеличивается, причем его величина существенно зависит от температуры.

Перемещение молекул газа в результате хаотического движения обусловливает также механизм явлений внутреннего трения и теплопроводности в газах. Все эти явления носят название *явлений переноса.*

Существование атмосферы вблизи земной поверхности также связано с тепловым движением молекул. Если бы молекулы воздуха были неподвижны, то под действием сил земного притяжения они должны были бы осесть на поверхность Земли. Поскольку молекулы, составляющие атмосферу, находятся в хаотическом тепловом движении, то некоторое их количество всегда обладает составляющей скорости, направленной от поверхности Земли. Это приводит к тому, что газ расширяется, заполняя объем вблизи поверхности. Таким образом, атмосфера формируется под действием двух основных факторов — стремления газа занять как можно больший объем и сил земного притяжения.

Основное уравнение кинетической теории газов. В газе при нормальных условиях молекулы находятся друг от друга на расстояниях, в десятки раз бо́льших, чем их собственные размеры. Совершая тепловое движение, молекулы газа перемещаются в различных направлениях, сталкиваются, обмениваясь энергией и изменяя величину и направление скорости. Потери энергии при столкновении молекул друг с другом или со стенками сосуда малы, поэтому можно считать, что они происходят по законам столкновения упругих шаров.

Рассмотрим, каково давление, оказываемое на стенки сосуда газом, состоящим из огромного числа $n_0 = 3n$ свободных, хаотически движущихся упругих молекул массой m. На любой участок поверхности стенки сосуда площадью l^2 в среднем будет попадать одинаковое число молекул n. Следовательно, половина общего числа n_0 молекул в среднем равномерно распределится между передней, верхней и боковой стенками кубической формы сосуда. Каждая молекула, имеющая составляющую скорости v_i, перпендикулярную к одной из стенок, в результате упругого удара изменит количество движения на величину $\Delta(mv_i)$, равную:

$$\Delta(mv_i) = mv_i - m(-v_i) = 2mv_i. \tag{4.3}$$

Это количество движения равно импульсу силы, действующей во время удара со стороны стенки на молекулу:

$$f_i\delta t = 2mv_i, \tag{4.4}$$

где f_i — сила удара, δt — его продолжительность.

В среднем каждая молекула будет ударять в стенку с частотой, определяемой временем, необходимым для пролета расстояния l между стенками сосуда в одну и обратную стороны:

$$\delta t = 2\frac{l}{v}. \tag{4.5}$$

Подставляя (4.5) в (4.4), получим среднее значение силы ударов одной молекулы:

$$f_i = \frac{mv_i^2}{l}. \tag{4.6}$$

Разные молекулы движутся с различными скоростями $v_1, v_2, \ldots, v_i, \ldots, v_n$ и суммарная сила ударов о стенку

$$f = \frac{mv_1^2}{l} + \frac{mv_2^2}{l} + \cdots + \frac{mv_i^2}{l} + \cdots + \frac{mv_n^2}{l}, \tag{4.7}$$

или

$$f = \frac{mn}{l}\bar{v^2}, \tag{4.7a}$$

где введено обозначение

$$\bar{v^2} = \frac{1}{n}(v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_i^2 + \cdots + v_n^2). \tag{4.8}$$

Величина $\bar{v^2}$ представляет собой *среднее значение квадратов скоростей молекул.*

Давление p на стенку сосуда

$$p = \frac{f}{l^2}, \tag{4.9}$$

учитывая, что $n = \frac{1}{3}n_0$, из (4.7) и (4.9) получим:

$$p = \frac{n_0}{l^3} \cdot \frac{m\bar{v^2}}{3}, \tag{4.10}$$

Величина $N_0 = \frac{n_0}{l^3}$ равна числу молекул газа в единице объема, поэтому (4.10) можно записать в следующем виде:

$$p = N_0 \frac{m\bar{v^2}}{3}, \tag{4.11}$$

т. е. *давление на стенки сосуда пропорционально числу молекул в единице объема N_0, их массе m и среднему значению квадратов скоростей этих молекул.*

Учитывая, что средняя кинетическая энергия движения молекулы

$$\bar{\omega} = \frac{m\bar{v^2}}{2}, \tag{4.12}$$

из (4.11) и (4.12) получим:

$$p = \frac{2}{3}N_0\bar{\omega}. \tag{4.13}$$

Следовательно, величина давления газа на стенки сосуда пропорциональна средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа.

Если умножить обе части уравнения (4.13) на объем одного моля газа V_0, то, учитывая, что $n_0V_0 = N$, где N — число Авогадро, получим:

$$pV_0 = \frac{2}{3} N\bar{\omega}. \tag{4.14}$$

Сравнивая (4.14) с уравнением газового состояния Клапейрона (5.20), получаем

$$\bar{\omega} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N} T, \tag{4.15}$$

где R — газовая постоянная. Вводя новую постоянную

$$k = \frac{R}{N} = 1{,}38 \quad 10^{-23} \text{ Дж/К}, \tag{4.16}$$

которая носит название *постоянной Больцмана*, получим

$$\bar{\omega} = \frac{3}{2} kT. \tag{4.17}$$

Таким образом, *средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа прямо пропорциональна его абсолютной температуре*.

Статистический подход к тепловым явлениям позволяет с единой молекулярно-кинетической точки зрения описать всю совокупность тепловых процессов.

При этом макроскопические физические величины имеют смысл средних значений тех величин, которые характеризуют соответствующий молекулярный или атомный процесс.

Задачи

1. Определить число молекул n_1, содержащихся в 1 кг углекислого газа, вычислить число молекул n_0 в 1 см³ газа и величину среднего расстояния l между молекулами.

Решение. Плотность углекислого газа $\rho_0 = 1{,}98$ кг/м³, масса моля газа CO_2 равна: $\mu = 44$ г/моль, число Авогадро по формуле (4.1) равно: $N = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Число молекул в 1 кг CO_2 $n_1 = \frac{N}{\mu} \cdot 10^3$. Подставляя числа, получим $n_1 = 1{,}37 \cdot 10^{25}$ 1/кг. Число молекул в единице объема $n_0 = \frac{N}{\mu}\rho_0$. Подставляя численные значения, получим $n_2 = 2{,}7 \cdot 10^{19}$ см³. Среднее расстояние между молекулами в газе определим из соотношения $l^3 n_0 = 1$, откуда

$$l = \sqrt[3]{\frac{1}{n_0}} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{N\rho_0}}.$$

Подставляя численные значения, получим $l = 3{,}3 \cdot 10^{-7}$ см.

2. Определить среднее значение квадратичной скорости и энергии поступательного движения молекул углекислого газа при температуре 100° С.

Решение. Средняя квадратичная скорость $u = \sqrt{\bar{v^2}}$. Из формулы (4.15) $\bar{\omega} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N} T$ и $\bar{\omega} = \frac{m\bar{v^2}}{2}$, т. е.

$$\bar{v^2} = 3\frac{R}{mN}T \text{ и } u = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Подставляя численные значения, получим $u = 460$ м/с. Среднее значение энергии $\bar{\omega} = \frac{3}{2}$ кТ. Тогда $\bar{\omega} = 7{,}72 \cdot 10^{-21}$ Дж.

3. Подсчитать среднюю квадратичную скорость при нормальных условиях молекул: 1) кислорода; 2) водорода; 3) метана.

Ответ. 1) 460 м/с; 2) 1840 м/с; 3) 650 м/с.

4. Чему равна средняя энергия поступательного движения молекул азота, если в сосуде объемом 3,2 $м^3$ находится 2,5 кг газа, который оказывает давление 150 мПа?

Ответ. $1{,}3 \cdot 10^{-20}$ Дж.

5. Вычислить среднюю длину свободного пробега молекул кислорода при нормальных условиях, если известно, что число столкновений молекул в среднем равно $6{,}3 \cdot 10^8$ раз в секунду. Сделать такой же подсчет для молекул гелия, если среднее число столкновений в секунду равно $6{,}5 \cdot 10^9$.

Ответ. $6{,}7 \cdot 10^{-6}$ см; $1{,}85 \cdot 10^{-5}$ см.

6. При каких температурах молекулы кислорода имеют среднюю квадратичную скорость 200 м/с; 700 м/с?

Ответ. −224° С; 356° С.

§ 2. Основы термодинамики

Раздел физики, рассматривающий все процессы с единой энергетической точки зрения, называется *термодинамикой*.

Законы, лежащие в основе термодинамики, называются *началами термодинамики*. Эти основные законы являются обобщением большого числа достоверных экспериментальных данных.

Понятие о тепловом равновесии. Тела, с которыми не происходит никаких изменений, кроме тепловых, при достаточно долгом соприкосновении друг с другом принимают одинаковое тепловое состояние. При этом между ними устанавливается *тепловое равновесие*.

Для сравнения теплового состояния различных тел вводится физическая величина — температура, которая характеризует отклонение данного тела от теплового равновесия с другим телом. Тела имеют одинаковую температуру, если при соприкосновении они находятся в тепловом равновесии.

На основе количественных измерений некоторых свойств разным тепловым состояниям одного и того же вещества удалось приписать различные значения температуры. Разным тепловым состояниям тела соответствуют разные значения внутренней энергии. Следовательно, температура и внутренняя энергия находятся в некоторой связи.

Абсолютную температуру тела связывают со средней кинетической энергией движения его атомов и молекул.

Измерение температуры. При изменении температуры тела происходит изменение свойств этого тела. Меняются его объем,

давление, упругость, электрические, магнитные, оптические и другие свойства. Изменение любой из этих величин может служить показателем изменения температуры.

С помощью специального пробного тела можно производить сравнение температуры различных тел. Для этого необходимо привести в соприкосновение пробное тело с каждым из сравниваемых тел до установления теплового равновесия. Судить о том, одинакова температура исследуемых тел или нет, можно, наблюдая за изменением свойств пробного тела. Если нанести соответствующую шкалу, то получим прибор для измерения температуры — *термометр*. Шкала температур должна быть однозначно связана с физическими процессами. Так, в случае наиболее часто используемой шкалы Цельсия за нуль температуры принята температура, при которой лед и вода находятся в тепловом равновесии, а за 100° C принята температура кипения воды при нормальном давлении. Таким образом, вводится единица температуры — *градус*, как сотая часть разности температуры кипения воды при нормальном давлении и температуры таяния льда.

Кроме шкалы Цельсия широко пользуются шкалой Кельвина, где за нуль принята температура —273,16° C, а величина градуса та же, что и для шкалы Цельсия. Более редко пользуются шкалами Реомюра и Фаренгейта. Нуль отсчета в шкале Реомюра совпадает с нулем в шкале Цельсия, однако величина градуса по шкале Реомюра в $^5/_4$ раз больше, чем по шкале Цельсия. Температура кипения воды по шкале Реомюра соответствует 80°.

Величина градуса в шкале Фаренгейта в 1,8 раз меньше, чем в шкале Цельсия. Температура плавления льда соответствует 32° по Фаренгейту, а точка кипения воды при нормальных условиях находится при 212° по Фаренгейту.

Первый закон (начало) термодинамики. Английский физик Дж. Джоуль (1818—1889) провел опыты по определению механического эквивалента теплоты. Известно, что внутреннюю энергию тела можно изменить путем нагревания или производя работу. Между этими двумя способами изменения внутренней энергии существует строго определенная связь. *Количество механической работы, необходимое для изменения внутренней энергии тела при передаче ему единицы теплоты, называется механическим эквивалентом теплоты.* Для любого вещества механический эквивалент теплоты есть величина постоянная, равная 4,1868 Дж/кал.

Эквивалентность количества переданного тепла работе позволяет обобщить закон сохранения энергии и сформулировать его в следующем виде.

Изменение энергии тела или системы тел при переходе из одного состояния в другое прямо пропорционально сумме механических эквивалентов всех внешних воздействий, приводящих к данному изменению состояния системы.

Если система в результате *циклического процесса* возвращается в исходное состояние, то сумма механических эквивалентов всех внешних воздействий равна нулю.

Все явления в природе происходят в соответствии *с законом сохранения энергии*.

Энергия не возникает и не исчезает, а переходит из одного вида в другой в эквивалентных количествах.

Закон сохранения энергии, выраженный в таком обобщенном

виде, называется *первым началом (или первым законом) термодинамики.*

Первое начало термодинамики иначе можно сформулировать так:

Невозможно построить вечный двигатель (перпетуум мобиле первого рода), т. е. такой периодически действующий двигатель, который за один период производил бы работы больше, чем количество энергии, поглощаемое им извне.

Изменение энергии не зависит от того, каким образом система переходит из одного состояния в другое, а определяется лишь свойствами начального и конечного состояний.

Следовательно, в одинаковых состояниях система обладает одинаковой энергией, независимо от того, каким способом система пришла к этим состояниям. Иными словами, *энергия есть функция состояния.*

Энергия физической системы, состоящей из нескольких частей, представляет собой сумму энергий отдельных частей. Если система обладает механическим, тепловым, магнитным, электрическим и другими видами энергии, то полная энергия системы будет равна сумме всех отдельных видов энергии.

В изолированной системе сумма всех видов энергии сохраняется постоянной и, следовательно, *сумма приращений всех видов энергии равна нулю.*

Таким образом, убывание некоторых видов энергии в изолированной системе должно сопровождаться эквивалентным возрастанием некоторых других видов.

Если система не изолированная, то изменение ее энергии может происходить за счет внешних воздействий.

Рассеяние энергии. Второй закон (начало) термодинамики. Совершая работу, можно добиться, чтобы вся затраченная энергия пошла на нагревание, т. е. механическая работа может быть полностью превращена в соответствующее количество теплоты. Однако обратное полное превращение определенного количества теплоты в механическую работу невозможно. Многочисленные опыты показывают, что всегда превращение теплоты в работу сопровождается рассеянием энергии. При этом помимо совершения работы часть тепла должна быть передана от более нагретого тела (нагреватель) к более холодному телу (холодильник). Эти данные были положены в основу *второго закона (начала) термодинамики: невозможно осуществить физическую систему, которая, возвращаясь в исходное состояние, производила бы работу только за счет количества теплоты, взятого от одного источника.*

Это означает, что невозможно построить двигатель, который совершал бы работу только за счет охлаждения теплового резервуара. Такой двигатель (перпетуум мобиле второго рода) практически был бы вечным, ибо он не требовал бы наличия более нагретого и менее нагретого тел, а мог бы работать за счет охлаждения любых окружающих нас тел, например воды океанов, земной коры и т. п., до температур более низких, чем температуры остальных тел. Поскольку при этом происходило бы выравнивание температур, то такой двигатель понижал бы среднюю температуру всех окружающих тел. Следует подчеркнуть, что вечный двигатель второго рода не противоречит закону сохранения энергии, т. е. не противоречит первому началу термодинамики.

Второй закон термодинамики иначе может быть сформулирован так:

в природе невозможны процессы, с помощью которых можно было бы осуществить перпетуум мобиле второго рода.

Необратимость процессов природы. Понятие об энтропии. Обычно всякий процесс, при котором система переходит из одного состояния в другое, протекает таким образом, что нельзя провести этот процесс в обратном направлении так, чтобы система проходила через те же промежуточные состояния, и при этом в окружающих телах не произошли какие-либо изменения. Это связано с тем, что в любом процессе часть энергии рассеивается, например, за счет трения, излучения и т. п. Таким образом, практически все процессы в природе необратимы. В любом процессе часть энергии теряется. Для характеристики рассеяния энергии вводится понятие *энтропии*. Величина энтропии характеризует тепловое состояние системы и определяет вероятность осуществления данного состояния тела. Чем более вероятно данное состояние, тем больше величина энтропии. Все естественные процессы сопровождаются ростом энтропии. Энтропия остается постоянной только в случае идеализированного обратимого процесса, происходящего в замкнутой системе, т. е. в системе, в которой не происходит обмен энергией с внешними по отношению к этой системе телами.

Глава 5

ТЕПЛОТА

§ 1. Тепловое расширение тел

Коэффициент линейного расширения. При нагревании тела расширяются, при охлаждении сжимаются. В монокристаллических материалах даже при равномерном нагревании расширение в различных направлениях может оказаться разным,что приводит к изменению формы тела. Однако для большинства поликристаллических твердых тел форма при равномерном изменении температуры практически не меняется. Увеличение линейных размеров твердых тел при повышении температуры называется *линейным расширением*. Если изменение температуры не очень велико (в интервале 200—300° С), то величина линейного расширения прямо пропорциональна температуре тела. Таким образом, длина тела l_t, нагретого до температуры t, определяется соотношением:

$$l_t = l_0 (1 + \alpha t), \qquad (5.1)$$

где l_0 — начальная длина тела при $t = 0° С$, величина α — коэффициент линейного расширения, который определяет долю начальной длины, на которую удлиняется тело при нагревании на 1° С. Коэффициент α имеет различное значение для разных материалов.

Если тело состоит из двух или нескольких материалов с различными α, то при нагревании в теле возникают упругие напряжения, приводящие к деформации или к разрушению. Поскольку величина деформации такого составного тела принимает определенные значения в зависимости от температуры, то такое тело можно использовать в качестве индикатора температуры (например, металлический термометр из биметаллических спиралей, реле терморегулятора из биметаллической пластины и т. п.).

При неравномерном нагревании (или охлаждении) твердого тела в нем возникают внутренние напряжения, которые могут вызвать появление трещин и привести к разрушению. В результате неоднородной деформации стеклянный сосуд с толстыми стенками лопается, если в него налить горячую воду. Сосуды из кварцевого стекла не разрушаются при неравномерном охлаждении ввиду того, что коэффициент линейного расширения кварцевого стекла очень мал.

Способность тела расширяться при нагревании учитывается в технике. Детали и механизмы рассчитываются с учетом опасных напряжений и нежелательных деформаций (например, в связи с этим оставляют зазоры в стыках железнодорожных рельсов, между фермами при постройке мостов; создают специальные компенсаторы, изгибающиеся при удлинении труб паропровода).

Коэффициент объемного расширения. При тепловом расширении твердых тел одновременно с изменением линейных размеров происходит изменение объема этих тел. Коэффициентом объемного расширения называется величина β, показывающая, на какую долю первоначального объема V_0 (при $t = 0° С$) увеличивается

объем, если тело нагреть на 1° С. Объем тела V_t, нагретого до температуры t° С, можно вычислить по формуле, аналогичной (5.1):

$$V_t = V_0 (1 + \beta t). \tag{5.2}$$

Если твердое тело расширяется при нагревании одинаково по всем направлениям, то между коэффициентами линейного и объемного расширения существует простая зависимость:

$$\beta = 3\alpha. \tag{5.3}$$

Коэффициент объемного расширения жидкости. Жидкости так же, как и твердые тела, при нагревании расширяются (исключение составляет вода). Они обладают лишь объемным расширением, ибо изменение линейных размеров жидкости зависит от особенностей формы сосуда, в котором заключена нагреваемая жидкость. У жидкостей коэффициент объемного расширения значительно больше, чем у твердых тел.

Особенности теплового расширения воды. Расширение воды
при нагреве отличается от расширения других жидкостей. При
нагреве воды от 0° С до 4° С ее объем слегка уменьшается, достигая
минимального значения при 4° С. Дальнейшее нагревание воды
выше 4° С сопровождается увеличением ее объема. Другой особен-
ностью воды является уменьшение плотности при замерзании, так
что лед плавает на поверхности воды. Подавляющее большинство
твердых тел тонет в жидкостях, образующихся при их плавлении.
Аномалии в тепловом расширении воды связаны с особенностями
ее молекулярного строения. Такие свойства воды имеют большое
значение для развития и сохранения жизни на Земле.

В земных условиях, когда температура воздуха падает ниже
0° С, происходит охлаждение верхних слоев воды в водоемах;
плотность этих слоев становится больше, чем плотность более теп-
лых нижних слоев, в связи с чем верхние холодные слои опуска-
ются вниз, а им на смену поступают более теплые нижние слои.
Такое перемешивание происходит до тех пор, пока температура
воды не достигает 4° С. При дальнейшем охлаждении верхние слои
будут оставаться у поверхности водоема, постепенно охлаждаясь
до $t = 0$° С. Затем происходит замерзание верхних слоев. Обра-
зуется лед, плотность которого меньше плотности воды. Лед пла-
вает на поверхности воды и предохраняет водоем от замерзания.
Водоем обычно не промерзает до самого дна из-за малой теплопро-
водности льда и воды.

Аномальная вода. В 1962 г. советские ученые Н. Федякин,
Б. Дерягин опубликовали сообщение об открытии новых свойств
воды, которую назвали аномальной. Свойства эти подобны свой-
ствам обычной жидкости и резко отличаются от свойств привычной
формы воды. Аномальная вода получена из недонасыщенных паров
дистиллированной воды в кварцевых трубках диаметром от 5 до
20 мкм. Вода представляет собой бесцветную очень густую жид-
кость, кипящую при $t = 300$° С. Плотность ее 1,4, показатель пре-
ломления 1,48 — 1,49. При $t = -40 \div -50$° С вследствие большой
вязкости вода переходит в стекловидное состояние.

§ 2. Свойства газов

Плотность газов. В обычных условиях плотность газов значительно меньше плотности жидких и твердых тел. Плотность газа можно определить, если откачать воздух из какого-либо сосуда, взвесить этот сосуд, затем наполнить его исследуемым газом и повторно взвесить. Разница в весе определяет вес содержащегося в нем газа. Измерив объем сосуда и разделив массу газа на величину объема, получим его плотность.

Плотность газов зависит от давления и температуры. *Плотность газов прямо пропорциональна их молекулярным весам.* В 1 $см^3$ любого газа при нормальных условиях находится $2,7 \cdot 10^{19}$ молекул.

Расширение газообразных тел. Закон Гей-Люссака. Если нагревать газ при постоянном давлении, то *величина коэффициента объемного расширения* β *для всех идеальных газов будет одинакова и равна* $1/273$ $К^{-1}$. Объем газа при нагревании V_t можно определить из соотношения (5.2)

$$V_t = V_0\left(1 + \frac{1}{273}t\right). \tag{5.4}$$

Процессы, происходящие при постоянном давлении, называются *изобарными*. Из формулы (5.4) следует, что в изобарном процессе при повышении температуры на 1° С объем заданной массы газа увеличивается на $\frac{1}{273}$ долю того объема, который занимает этот газ при 0° С.

Впервые опытным путем этот закон установил французский ученый Гей-Люссак (1778—1850).

Закон Бойля — Мариотта. Газ, находящийся в замкнутом объеме, оказывает давление на стенки, ограничивающие этот объем. При этом давление газа зависит от его температуры, а также от степени сжатия, т. е. от того, какое количество газа заключено в рассматриваемом объеме.

Английский физик Р. Бойль (1627—1691) и французский физик Э. Мариотт (1620—1684) независимо друг от друга установили зависимость давления газа от величины занимаемого им объема при постоянной температуре. Такой процесс, при котором температура остается постоянной, называется *изотермическим*. Оказывается, что при небольших давлениях до 100—200 кПа *величина давления определенного количества газа в изотермических условиях обратно пропорциональна величине занимаемого им объема.* Этот закон, носящий название закона Бойля—Мариотта, можно записать в следующем виде:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}, \tag{5.5}$$

где P_1 — давление газа, заключенного в объеме V_1, P_2 — давление того же количества газа, заключенного в объеме V_2.

Из (5.5) следует, что

$$P_1V_1 = P_2V_2 = \text{const}. \tag{5.6}$$

Исходя из (6.6), можно сформулировать закон Бойля—Мариотта в другой, эквивалентной форме: при изотермическом процессе произведение объема данного количества газа на давление есть величина постоянная.

Учитывая, что любая величина, обратно пропорциональная объему газа, пропорциональна его плотности, можно сформулировать закон: *давление заданного количества газа в изотермических условиях прямо пропорционально плотности этого газа.*

При давлениях, бо́льших 200 кПа, свойства газов становятся более сложными. Закон Бойля—Мариотта при высоких давлениях не соблюдается. Очень сильно сжатые газы почти не сжимаются при увеличении давления, т. е. по своим свойствам напоминают жидкости.

Зависимость давления газа от температуры. Закон Шарля. Если газ нагревать в закрытом сосуде, то давление, которое он оказывает на стенки сосуда, увеличивается с повышением температуры. Исследования зависимости давления газа от температуры при неизменном объеме были впервые проведены во Франции Шарлем в 1787 г. Закон Шарля состоит в утверждении, что *повышение температуры газа на 1° С при постоянном объеме приводит к увеличению давления газов на $\frac{1}{273}$ долю того давления, которое данное количество газа имело при 0° С.* Следовательно, в изохорном процессе (т. е. в процессе, протекающем при постоянном объеме) величина давления P_t линейно зависит от температуры t:

$$P_t = P_0\left(1 + \frac{1}{273}\,t\right). \tag{5.7}$$

Из (5.7) и (5.4) видно, что для газа термический коэффициент давления равен коэффициенту объемного расширения.

Следует помнить, что законы Гей-Люссака, Шарля и Бойля—Мариотта справедливы лишь в небольших интервалах температур (вблизи 0° С) и небольших давлений (100—200 кПа).

Абсолютная шкала температур. График зависимости давления газа от температуры в соответствии с (5.7) представляет собой прямую линию, отсекающую на оси ординат величину, равную P_0. При уменьшении температуры в сторону отрицательных значений по шкале Цельсия давление P_t становится меньше P_0, постепенно уменьшаясь до нуля. Давление газа равно нулю при $t_0 = -273°$ С. В ряде случаев в физике удобнее пользоваться абсолютной шкалой температур, когда начало отсчета помещено в точку $t_0 = -273°$ С (точнее $-273{,}16°$). Эта точка обладает необычным свойством. Как впервые показал английский физик Кельвин (1824—1907), охлаждение тел ниже температуры абсолютного нуля невозможно. В честь Кельвина градусы абсолютной шкалы обозначены знаком К. В шкале Кельвина величина градуса совпадает с величиной градуса в шкале Цельсия. Между значениями температуры в абсолютной шкале температур T и в шкале Цельсия t имеется простое соотношение:

$$T = t + 273. \tag{5.8}$$

Поскольку давление газа есть результат соударения хаотически движущихся в тепловом движении молекул этого газа, то при

абсолютном нуле такое движение молекул идеального газа должно прекратиться. Реальные газы при небольших давлениях близки по свойствам к идеальным. Поэтому в реальных газах охлаждение до температур, близких к абсолютному нулю, приводит к уменьшению интенсивности движения молекул. Когда движение молекул станет достаточно слабым, то произойдет конденсация газа в жидкость, а при дальнейшем понижении температуры — переход жидкости в твердое состояние. Молекулы вещества при этом выстраиваются в определенном порядке в соответствии с силами взаимодействия между ними, образуя кристаллическую решетку. Дальнейшее понижение температуры приводит к почти полной остановке молекул (остаются лишь нулевые колебания, носящие квантовый характер). Так ведут себя все вещества за исключением гелия. Гелий остается жидким и при абсолютном нуле температуры. Это свойство гелия отражает квантовую природу процессов, происходящих при сверхнизких температурах.

Введение абсолютной шкалы температур позволяет упростить запись законов Гей-Люссака и Шарля. Для двух различных значений объема V_1 и V_2 при изобарическом процессе в соответствии с (5.4) можно записать:

$$V_1 = V_0 \frac{273 + t_1}{273}; \quad V_2 = V_0 \frac{273 + t_2}{273}.$$

Учитывая соотношение (5.8), получим:

$$V_1 = V_0 \frac{T_1}{273}; \quad V_2 = V_0 \frac{T_2}{273}. \tag{5.9}$$

Деля обе части первого и второго уравнений соответственно друг на друга, получим запись закона Гей-Люссака:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \tag{5.10}$$

Из (5.10) следует, что *при неизменном давлении объем заданной массы газа прямо пропорционален его абсолютной температуре.*

Аналогично закон Шарля:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}, \tag{5.11}$$

из которого следует, что *давление заданной массы газа в замкнутом сосуде прямо пропорционально его абсолютной температуре.*

Объединенный закон газового состояния. Газ может находиться в условиях, при которых меняются все три параметра, характеризующие его состояние: температура t, объем V и давление P. Уравнение состояния идеального газа может быть получено, если использовать совместно закон Бойля—Мариотта и закон Гей-Люссака. Рассмотрим для некоторого количества газа два произвольных состояния, характеризуемых значениями параметров V_1, P_1, t_1 и V_2, P_2, t_2. Сохраняя постоянным величину давлений

P_1 и P_2 и изменяя объемы, перейдем к состоянию, когда температуры равны. В соответствии с (5.4)

$$V_1(t) = V_0'\left(1 + \frac{t}{273}\right); \quad (5.12)$$

$$V_2(t) = V_0''\left(1 + \frac{t}{273}\right), \quad (5.13)$$

где V_0' — объем газа при $t = 0°$ C и давлении P_1, а V_0'' — объем того же количества газа при $t = 0°$ C и давлении P_2. Величины $V_1(t)$ и $V_2(t)$ легко определить через значения V_1 и V_2, учитывая, что при постоянном давлении P_1

$$V_1 = V_0'\left(1 + \frac{t_1}{273}\right),$$

а при давлении P_2

$$V_2 = V_0''\left(1 + \frac{t_2}{273}\right).$$

Следовательно,

$$V_0' = \frac{V_1}{1 + \frac{t_1}{273}}; \quad V_0'' = \frac{V_2}{1 + \frac{t_2}{273}}. \quad (5.14)$$

Подставляя выражения V_0' и V_0'' из (5.14) в (5.12) и (5.13), получим:

$$V_1(t) = V_1 \frac{1 + \frac{t}{273}}{1 + \frac{t_1}{273}}; \quad V_2(t) = V_2 \frac{1 + \frac{t}{273}}{1 + \frac{t_2}{273}}. \quad (5.15)$$

Поскольку теперь температура в обоих состояниях, характеризуемых значениями параметров $V_1(t)$, P_1, t и $V_2(t)$, P_2, t одинакова, то в соответствии с законом Бойля—Мариотта, можно написать:

$$P_1 V_1(t) = P_2 V_2(t), \quad (5.16)$$

т. е.

$$P_1 V_1 \frac{1 + \frac{t}{273}}{1 + \frac{t_1}{273}} = P_2 V_2 \frac{1 + \frac{t}{273}}{1 + \frac{t_2}{273}}.$$

Сокращая обе части равенства (5.13) на множитель $\left(1 + \frac{t}{273}\right)$, получим

$$\frac{P_1 V_1}{1 + \frac{t_1}{273}} = \frac{P_2 V_2}{1 + \frac{t_2}{273}}. \quad (5.17)$$

Равенство (5.17) справедливо для любых состояний идеального газа. Следовательно,

$$\frac{PV}{1+\frac{t}{273}} = \text{const.} \tag{5.18}$$

Это — уравнение состояния идеального газа. Его запись упрощается, если ввести значения температуры в абсолютной шкале температур:

$$\frac{PV}{T} = \text{const}, \tag{5.19}$$

т. е. *для данной массы идеального газа произведение величин давления на объем, деленное на значение температуры в абсолютной шкале, постоянно для всех температур*.

Формула Менделеева—Клапейрона. Численное значение константы в уравнении состояния идеального газа (5.19) зависит от количества взятого газа и от единиц, в которых измеряются величины P, V и T.

Итальянский физик А. Авогадро (1776—1856) установил, что *грамм-молекулы различных газов при одинаковых давлениях и температурах занимают одинаковые объемы*.

При нормальных условиях ($t = 0°$ С, $P = 101{,}3$ кПа) грамм-молекула любого газа занимает объем $V_0 = 22{,}41$ дм^3, который носит название молярного объема.

Следовательно, если уравнение (3.19) относить не к произвольной массе газа, а к одному молю, то постоянная в уравнении состояния будет иметь для всех газов одно и то же значение. Эта постоянная носит название универсальной газовой постоянной (или постоянной Ридберга) и обозначается буквой R.

Итак, для грамм-молекулы газа уравнение (5.19) можно записать:

$$PV_0 = RT. \tag{5.20}$$

Эта формула впервые выведена Клапейроном (1799—1864). Численное значение постоянной Ридберга

$$R = (8316{,}96 \pm 0{,}34)\ \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кмоль}}. \tag{5.21}$$

Формулу Клапейрона легко обобщить на случай любой массы газа. Действительно, m граммов газа при одинаковом давлении и температуре займут объем

$$V = \frac{m}{\mu} V_0, \tag{5.22}$$

где μ — масса одного моля газа. Подставляя (5.22) в (5.20), получим обобщенную формулу Менделеева—Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT. \tag{5.23}$$

Это уравнение называется *уравнением состояния идеального газа*.

Реальные газы с хорошим приближением подчиняются этому объединенному закону газового состояния лишь при значениях

P и t, не сильно отличающихся от нормальных условий, т. е. при давлении вблизи 100 кПа и температуре 0° С.

В физике часто пользуются понятием *идеальные газы. Под идеальным понимают такой газ, который обладает молекулярным весом реального газа и точно подчиняется законам Бойля—Мариотта, Шарля и Гей-Люссака.*

Задачи

1. Железная проволока, длина которой при $t_0 = 0°$ С равна 12 м, в результате прохождения электрического тока нагрелась и удлинилась на 7,1 см. На сколько градусов повысилась ее температура?

Решение. Из формулы (5.1): $l_1 = l_0(1 + \alpha t_1)$;

$$l_2 = l_0(1 + \alpha t_2); \quad l_2 - l_1 = \alpha l_0 (t_2 - t_1); \quad t_2 - t_1 = \frac{l_2 - l_1}{\alpha l_0}.$$

Подставив численные значения, получим: $t_2 - t_1 = 506°$ С.

2. Металлическая балка длиной $l_1 = 12$ м после нагревания от $t_1 = 8°$С до $t_2 = 100°$ С увеличилась в длину на $l_2 - l_1 = 2{,}53$ см. Найти коэффициент линейного расширения металла α. Какой это металл?

Решение. По формуле (5.1) $l_1 = l_0(1 + \alpha t_1)$; $l_2 = l_0(1 + \alpha t_2)$. Далее, $l_1/l_2 = (1 + \alpha t_1)/(1 + \alpha t_2)$; $l_1 + \alpha l_1 t_2 = l_2 + \alpha l_2 t_1$;

$$\alpha(l_1 t_2 - l_2 t_1) = l_2 - l_1; \quad \alpha = \frac{l_2 - l_1}{l_1 t_2 - l_2 t_1}.$$

Подставляя численные значения, получим: $\alpha = 2{,}29 \cdot 10^{-5} K^{-1}$. Балка алюминиевая (см. стр. 425).

3. Между каменными неподвижными стенами вплотную помещен стальной брус при $t_0 = 0°$ С. Какое сжимающее напряжение σ возникнет в материале бруса, если температура повысится до $t_1 = 25°$ С?

Решение. Абсолютное сжатие бруса, возникающее при его нагревании от температуры $t_0 = 0°$ С до t_1 в соответствии с (5.1)

$$l_1 - l_0 = \alpha l_0 (t_2 - t_1).$$

Из закона Гука

$$\sigma = \frac{E(l_1 - l_0)}{l_0} = \alpha E (t_2 - t_1).$$

Учитывая, что $\alpha_{ст} = 1{,}1 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$; $E_{ст} = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па, получим $\sigma = 5{,}78 \cdot 10^7$ Па.

4. Какой длины l_1 и l_2 при температуре $t_0 = 0°$ С необходимо взять медный и алюминиевый стержни, чтобы при любой температуре разность их длин $\Delta l = l_2 - l_1$ составляла 10 см?

Решение. По формуле (5.1) $l_1 = l_{0\,Al}(1 + \alpha_{Al} t)$; $l_2 = l_{0\,Cu}(1 + \alpha_{Cu} t)$, откуда $l_2 - l_1 = l_{0\,Cu} - l_{0\,Al} + \alpha_{Cu} l_{0\,Cu} t - \alpha_{Al} l_{0\,Al} t$. Но $l_2 - l_1 = l_{0\,Cu} - l_{0\,Al} = \Delta l$. Следовательно,

$$\alpha_{Cu} l_{0\,Cu} t - \alpha_{Al} l_{0\,Al} t = 0,$$

т. е.

$$\alpha_{Cu} l_{0\,Cu} = \alpha_{Al} l_{0\,Al}.$$

Так как $l_{0\,Cu} = l_{0\,Al} + \Delta l$, то предыдущее уравнение примет вид:

$$\alpha_{Cu}(l_{0\,Al} + \Delta l) = \alpha_{Al} l_{0\,Al}; \quad l_{0\,Al}(\alpha_{Al} - \alpha_{Cu}) = \alpha_{Cu}\Delta l;$$

$$l_{0\,Al} = \frac{\alpha_{Cu}}{\alpha_{Al} - \alpha_{Cu}}\Delta l; \quad l_{0\,Cu} = l_{0\,Al} + \Delta l;$$

т. е.

$$l_{0\,Cu} = \frac{\alpha_{Al}}{\alpha_{Al} - \alpha_{Cu}}\Delta l.$$

Подставляя численные значения из табл. на стр. 425 $\alpha_{Al} = 2{,}29 \cdot 10^{-5}\,К^{-1}$; $\alpha_{Cu} = 1{,}67 \cdot 10^{-5}\,К^{-1}$, получим:

$$l_{0\,Al} = 0{,}270 \text{ м}; \quad l_{0\,Cu} = 0{,}370 \text{ м}.$$

5. Биметаллическая пластинка состоит из стальной и бронзовой пластинок, жестко соединенных вдоль поверхности соприкосновения. Толщина каждой пластинки $a = 0{,}2$ мм. Каков будет радиус изгиба R пластинки при температуре $t_2 = 100°$ С, если при $t_1 = 0°$ С изгиб отсутствует?

Решение. Пусть нагретая биметаллическая пластинка изогнута по дуге φ. Тогда длина средней линии верхней и нижней пластинок будет равна длине дуги $l_1 = \varphi R_1$ и $l_2 = \varphi R_2$, где $R_1 = R + \frac{a}{2}$ и $R_2 = R - \frac{a}{2}$. Удлинение средней линии при нагревании можно приближенно считать таким же, как удлинение соответствующей свободной пластинки. Тогда

$$\varphi\left(R + \frac{a}{2}\right) = l_0(1 + \alpha_{бр}t);$$

$$\varphi\left(R - \frac{a}{2}\right) = l_0(1 + \alpha_{ст}t).$$

Поделив одно уравнение на другое, получим:

$$\frac{R + \frac{a}{2}}{R - \frac{a}{2}} = \frac{1 + \alpha_{бр}t}{1 + \alpha_{ст}t},$$

откуда

$$R = \frac{a}{2}\,\frac{[2 + (\alpha_{ст} + \alpha_{бр})\,t]}{t\,(\alpha_{бр} - \alpha_{ст})}.$$

Подставив значения α (см. стр. 425), $\alpha_{ст} = 1{,}10 \cdot 10^{-5}\,К^{-1}$, $\alpha_{бр} = 1{,}75 \cdot 10^{-5}\,К^{-1}$; $a = 0{,}2$ мм; $t = 100°$ С, получим $R = 30{,}8$ см.

6. Плотность меди при $t = 0°$ С равна $\rho_0 = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м³. Какова плотность меди при 220° С?

Решение. Так как масса нагреваемого тела остается постоянной, то плотность ρ_t может быть определена из формулы: $\rho_t = \frac{m}{V_t} =$

$= \rho_0 (1 + \beta t)$, где $\beta = 3\alpha$ и $\rho_0 = m/V_0$ — плотность вещества при $t = 0°$ С. $\alpha_{Cu} = 1{,}67 \cdot 10^{-5} K^{-1}$ (см. стр. 425). Подставив численные значения величин, получим: $\rho_{200° C} = 8{,}8 \cdot 10^3$ кг/м³.

7. В воде всплывает пузырек с воздухом. Когда он находится на глубине 3 м, его объем равен 5 мм³. Каков будет объем пузырька, когда он будет находиться у поверхности воды? Атмосферное давление нормальное, процесс расширения пузырька считать изотермическим.

Решение. На глубине 3 м давление воды согласно формуле (3.7) равно: $P_г = \rho g h$, где ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения, h — высота столба жидкости. Кроме того, на газ в пузырьке передается давление воздуха на поверхность жидкости, которое, согласно условию, равно $P = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па. Общее давление: $P_1 = P_0 + P_г = P_0 + \rho g h$.

Изменение объема и давления при изотермическом процессе происходит в соответствии с законом Бойля — Мариотта: $P_1V_1 = P_2V_2$. Следовательно, конечный объем $V_2 = \frac{P_1}{P_2} V_1$, где P_2 — давление вблизи поверхности воды, равное внешнему нормальному давлению $P_2 = P_0$, или

$$V_2 = \frac{P_0 + \rho g h}{P_0} V_1 = \left(1 + \frac{\rho g h}{P_0}\right) V_1.$$

Подставив численные значения, получим: $V_2 = 6{,}45$ мм³.

8. *а.* Сколько качаний необходимо сделать, чтобы при помощи насоса, захватывающего при каждом качании $V = 40$ см³ воздуха, наполнить пустую камеру шины велосипеда настолько, чтобы площадь его соприкосновения с дорогой была равна 60 см². Нагрузка на колесо F равна 343,4 Н. Объем камеры $V_1 = 2$ дм³. Атмосферное давление $P_0 = 101$ кПа. Считать, что температура воздуха и объем шины при накачивании не меняются.

Во время езды на велосипеде происходит повышение температуры и давление P_t в камере возрастает.

б. Определить уменьшение площади соприкосновения с дорогой, если нагревание произошло от $t_1 = 20°$ С до $t_2 = 60°$ С. Объем по-прежнему считать постоянным.

Решение. а. Давление в камере превысит нормальное на величину давления колеса при соприкосновении с дорогой: $P_1 = \frac{F}{S} + P_0$.

Так как по условию задачи процесс накачивания изотермический, то по формуле (5.6) объем воздуха, который насос должен доставить в камеру: $V_0 = \frac{PV}{P_0}$. Число качаний насоса $n = \frac{V_0}{V}$, т. е. $n = \frac{P_1V_1}{VP_0}$; $n = \frac{\left(\frac{F}{S} + P_0\right) V_1}{VP_0}$. Подставляя численные значения, получим: $n = 79$.

б. Давление при температуре t_2 в изохорическом процессе в соответствии с законом Шарля (5.7) равно: $P_2 = P_0\left(1 + \frac{t_2}{273}\right)$; $P_1 =$

$= P_0\left(1 + \frac{t_1}{273}\right)$. Следовательно, $P_0 = \frac{P_1}{1 + \frac{t_1}{273}}$, $P_2 = P_1 \frac{1 + \frac{t_2}{273}}{1 + \frac{t_1}{273}}$.

Площадь S_1 соприкосновения с дорогой $S_1 = \frac{F}{P_2 - P_0}$; $S_1 = \frac{F}{P_1 \frac{273 + t_2}{273 + t_1} - P_0}$, или $S_1 = \frac{F}{\left(\frac{F}{S} + P_0\right)\frac{273 + t_2}{273 + t_1} - P_0}$. Подставляя численные значения, получим: $S_1 = 43{,}7$ см².

9. В сосуд, заполненный воздухом, помещен полый стальной шарик радиусом $r = 2$ см, весящий 49,1 мН. Какое давление воздуха необходимо создать в сосуде, считая, что при больших давлениях воздух является идеальным газом, чтобы шарик поднялся вверх? Процесс сжатия считать изотермическим, протекающим при температуре 20° С.

Решение. Шарик всплывет, когда согласно закону Архимеда (4.9) вес воздуха в его объеме станет равным весу этого шарика, т. е. $\rho g V_ш = mg$, где g — ускорение свободного падения тел, $V_ш = \frac{4}{3}\pi r^3$ — объем шарика, $m = \frac{P}{g}$ — его масса, а $\rho = \frac{m_0}{V}$ — плотность воздуха, можно найти из уравнения газового состояния для идеального газа (5.23) $\rho = \mu \frac{P}{(RT)}$, т. е. $\frac{m}{V_ш} = \frac{\mu P}{RT}$ (здесь $\mu = 29$ — молекулярный вес воздуха), откуда искомое давление $P = \frac{RmT}{\frac{4}{3}\pi\mu r^3}$. Подставив численные значения, получим: $P \geqslant 12520$ кПа.

10. Найти плотность кислорода при температуре $t = 27°$ С и давлении $P = 160$ кПа. Вычислить массу m объема $V = 100$ м³ кислорода при этих условиях.

Решение. Из уравнения газового состояния (5.19) $\frac{PV}{T} = \frac{P_0 V_0}{273}$ и формулы для плотности вещества $\rho = \frac{m}{V}$ имеем $\rho = \frac{273 \cdot \rho_0}{P_0} \frac{P}{T}$ и $m = \rho V$. Подставляя численные значения, получим плотность кислорода при заданных условиях: $\rho \approx 2{,}05$ кг/м³, откуда $m = 205$ кг.

11. Чтобы заставить всплыть подводную лодку, заполненные водой цистерны лодки продувают сжатым воздухом. Продувание производят на глубине 25 м, причем воздух принимает температуру окружающей воды. Какое количество воды можно выгнать из цистерн, выпустив воздух из баллона емкостью 30 дм³, если давление воздуха в баллоне при 12° С равно 15,2 МПа, а плотность морской воды 1030 кг/м³?

Ответ. 1,2 м³.

12. В вертикально поставленный цилиндр с площадью основания 40 см² вставлен поршень, под которым находится столб воздуха высотой 60 см. Насколько опустится поршень, если на него

поставить гирю массой 10 кг? Масса поршня 2,0 кг, атмосферное давление нормальное.

Ответ. Поршень опустится на 0,11 м.

13. На сколько увеличится объем медного шара при нагревании до 100° С, если при $t = 0°$ С его диаметр равен 200 мм?

Ответ. На 21,3 см³.

14. Автомобильную камеру емкостью 1,2 дм³ нужно накачать до давления 354 кПа. Найти, сколько качаний следует сделать насосом, забирающим при каждом качании 500 см³ воздуха, если камера вначале была: *а*) пустой; *б*) заполненной воздухом наполовину; *в*) полностью заполненной воздухом при нормальном атмосферном давлении. Процесс считать изотермическим.

Ответ: *а*) 84; *б*) 72; *в*) 60.

§ 3 Теплообмен

Количество теплоты. Если два тела, нагретые до различной температуры, привести в соприкосновение, то происходит выравнивание температуры. При этом тело с более высокой температурой охлаждается и передает часть тепловой энергии менее нагретому телу, т. е. происходит процесс передачи некоторого *количества теплоты*. Внутренняя энергия тел при этом изменится. Процесс изменения внутренней энергии тела без совершения работы называется *теплопередачей*. *Количество теплоты является мерой изменения внутренней энергии при теплопередаче.*

Если объем тела изменяется, то при передаче некоторого количества теплоты может, кроме увеличения внутренней энергии, производиться внешняя работа. Явление передачи теплоты называется *теплопроводностью*. Быстрота, с которой теплота внутри тела передается от более нагретого конца к более холодному, зависит от вещества тела. Различные вещества обладают неодинаковой теплопроводностью. Можно различать тела с большой теплопроводностью — хорошие проводники тепла — это прежде всего металлы, тела со средней теплопроводностью, и плохие проводники тепла — газы и жидкости (кроме ртути). Многие твердые тела — теплоизоляторы (асбест, шерсть, хлопок, пробка). Между этими тремя классами резкой границы не существует. Количество теплоты Q, которая передается через тело длиной l и сечением S за время τ, если разность температур на его концах равна $t_2 - t_1$, определяется из формулы:

$$Q = kS\tau \frac{t_2 - t_1}{l}, \tag{5.24}$$

где k — *коэффициент* теплопроводности, зависящий от вещества тела. Величина k определяется количеством теплоты, передаваемой за единицу времени, через единичную поверхность, когда температура равномерно уменьшается на 1° С на расстоянии, равном единице длины.

Для жидкостей величина k зависит от температуры.

Единицы теплоты. Количество теплоты, получаемое телом от другого тела, может быть измерено. Для сравнения была введена единица количества теплоты — *калория* (от латинского слова

калор — жар). Калорией (кал.) называется количество теплоты, необходимое для нагревания 1 г чистой воды на 1° С.

Оказывается, что для нагревания одинаковой массы на одинаковое число градусов при различных температурах необходимо передавать разное количество теплоты. Поэтому для более точного определения калории указывается интервал температур, при котором происходит нагревание.

За одну калорию принято считать количество теплоты, необходимое для нагревания 1 г чистой воды от 19,5° С до 20,5° С. В системе СИ за единицу количества теплоты принята единица джоуль, Дж. Зная механический эквивалент теплоты, можно выразить калорию через джоуль:

$$1 \text{ кал} = 4{,}1868 \text{ Дж}. \tag{5.25}$$

Понятие о теплоемкости. Различные тела можно нагреть до одной и той же температуры путем подведения разного количества теплоты. Это означает, что различные вещества обладают разной восприимчивостью к нагреванию.

Количество теплоты, необходимое для нагревания вещества на 1° С, называется теплоемкостью данного вещества. Теплоемкость вещества пропорциональна его массе и зависит от свойств этого вещества. Удельной теплоемкостью данного вещества называется количество теплоты, необходимое для нагревания 1 г вещества на 1° С.

Если Q — количество теплоты, переданное телу массой m при нагревании его от температуры t_1 до t_2, то удельная теплоемкость в данном интервале температур

$$c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}. \tag{5.26}$$

Удельная теплоемкость вещества в системе СИ выражается в Дж/(кг · К).

Удельная теплоемкость любого вещества изменяется с температурой (обычно величина c увеличивается с повышением температуры) Однако эти изменения невелики. Для точного определения количества теплоты необходимо учитывать зависимость удельной теплоемкости от температуры.

Количество теплоты, необходимое для нагревания от температуры t_1 до t_2 тела массой m, удельная теплоемкость которого c, в соответствии с (5.26) можно определить по формуле:

$$Q = cm(t_2 - t_1). \tag{5.27}$$

Таким образом, *количество теплоты, получаемое телом, равно произведению его массы на удельную теплоемкость и на разность температур в конечном и начальном состояниях.*

Количество теплоты, необходимое для нагревания тела, а следовательно, и теплоемкость вещества зависят от условий, в которых происходит нагревание. Действительно, состояние тела определяется не только температурой, но и некоторыми физическими параметрами, которые могут изменяться независимо от температуры. Так, из уравнения для газов (5.23) видно, что кроме температуры независимо может изменяться либо объем V, либо давление P. Поэтому теплоемкость зависит от того, как меняются при нагревании давление и объем. Теплоемкость при $P = \text{const}$ называется

теплоемкостью при постоянном давлении c_p, а при $V = \mathrm{const}$ — теплоемкостью при постоянном объеме c_V.

Для твердых тел и жидкостей почти всегда рассматривается теплоемкость при постоянном давлении.

Уравнение теплового баланса. Теплота не может возникнуть или исчезнуть, а может только перейти от одного тела к другому или превратиться в другой вид энергии. Более нагретые тела передают определенное количество теплоты менее нагретым. Формула (5.27) позволяет учесть перераспределение количества теплоты при установлении теплового равновесия. Пусть имеется N тел массой $m_1, m_2, \ldots, m_N$, обладающих удельными теплоемкостями $c_1, c_2, \ldots, c_N$ соответственно, и каждое нагрето до температуры $t_1, t_2, \ldots, t_N$. Приведя их в соприкосновение друг с другом, после установления одинаковой для всех тел температуры t_0, получим:

$$c_1 m_1 (t_0 - t_1) + c_2 m_2 (t_0 - t_2) + \\ + c_3 m_3 (t_0 - t_3) + \cdots + c_N m_N (t_0 - t_N) = 0. \quad (5.28)$$

Это уравнение, представляющее математическое выражение закона сохранения энергии при теплообмене, называется *уравнением теплового баланса*.

Уравнение (5.28) справедливо лишь в том случае, если обмен энергией между рассматриваемыми и окружающими телами отсутствует, т. е. для теплоизолированной системы.

Определение удельной теплоемкости веществ. Прибор, служащий для измерения количества теплоты, называется *калориметром*. Простейший калориметр состоит из металлического стакана, помещенного внутрь другого металлического стакана так, чтобы они не соприкасались друг с другом. Для этого внутренний стакан ставят на пробковый или какой-либо другой теплоизолятор. Такое устройство необходимо для того, чтобы исключить или уменьшить потерю теплоты из внутреннего металлического сосуда наружу. В сосуд наливают воду или иную жидкость, в результате чего происходит процесс теплопередачи от пробного тела. Поскольку количество жидкости известно, то, определив изменение температуры, можно судить о количестве теплоты, переданном в калориметр пробным телом. При точных измерениях в расчет принимают также теплоемкость и массу внутреннего стакана, мешалки, которой перемешивают жидкость для более быстрого теплообмена, а также термометра. Если масса жидкости в калориметре значительно больше суммы масс металлического стакана, мешалки и термометра, то при грубых измерениях этим можно пренебречь.

Простейший способ определения удельной теплоемкости твердых тел состоит в следующем: кусок металла определенного веса нагревают до заданной температуры (например, до температуры кипящей воды) и затем помещают в калориметр с холодной водой. После того как температура металла и воды сравняются, определяют результирующую температуру в калориметре. При этом в соответствии с уравнением теплового баланса количество теплоты, выделившееся при охлаждении металла, равно количеству теплоты, полученному сосудом калориметра, мешалкой и водой. Поскольку все параметры, кроме одного — удельной теплоемкости исследуемого металла c_x, известны, то из уравнения (5.28) можно определить величину c_x.

Если масса калориметра m_1, его удельная теплоемкость c_1, масса воды m_2, удельная теплоемкость воды c_2, начальная температура воды и калориметра t_1, масса испытуемого тела m, начальная температура t и установившаяся общая температура в калориметре t_0, то его удельная теплоемкость c_x может быть найдена из уравнения:

$$c_x m (t - t_0) = c_1 m_1 (t_0 - t_1) + c_2 m_2 (t_0 - t_1), \tag{5.29}$$

откуда

$$c_x = \frac{c_1 m_1 (t_0 - t_1) + c_2 m_2 (t_0 - t_1)}{m (t - t_0)}. \tag{5.30}$$

Виды топлива. Удельная теплота сгорания. Нагревание тел может происходить различными способами. При трении тел друг о друга или внутреннем трении, например, в результате изгибания металлической проволоки температура тел повышается. Теплота выделяется при так называемых экзотермических химических реакциях. Источником тепла может служить электрический ток, тепловое излучение (например, лучи Солнца) и т. п.

Из химических реакций в качестве источника тепла чаще всего используется реакция горения. В качестве топлива могут служить многие вещества, специально добываемые из природных источников (каменный уголь, нефть, торф, дрова, горючие газы). При сгорании разные виды топлива дают разное количество теплоты. Для характеристики количества теплоты, которое можно получить из определенного сорта топлива, введено понятие удельной теплоты сгорания, или теплотворной способности топлива.

Удельной теплотой сгорания топлива называется количество теплоты, выделяющееся при полном сгорании 1 кг топлива.

Пища человека и животных содержит определенное количество энергии, необходимой для их жизнедеятельности. Величина запаса этой энергии определяется калорийностью пищи. Средняя калорийность белков составляет 4100 ккал/кг, жиров 9300 ккал/кг и углеводов 4100 ккал/кг.

Коэффициент полезного действия нагревателя. Для нагревания используют различные устройства — печи, топки, камины, горелки и т. п., которые приспособлены к тому, чтобы, сжигая в них топливо, можно было получать необходимое количество теплоты. Однако часть энергии, выделяемой при сжигании топлива, при этом теряется. Потери могут быть связаны с неполным сгоранием топлива, с уносом теплоты наружу газами, выделяющимися при горении, а также с рассеянием энергии, например, в дымоходах и трубах. Первые две потери могут быть сильно уменьшены за счет умелого обращения с топками.

Коэффициентом полезного действия (к.п.д.) нагревателя называется отношение полезной доли количества теплоты, полученной от нагревателя, к величине полной энергии, затраченной при нагревании.

Обычно к.п.д. нагревателя невелик, так, например, камин, в котором сжигается каменный уголь, имеет к.п.д. около 5%, голландская печь — около 30%. Значительно выше к.п.д. центрального водяного отопления (около 50%).

6*

15. В латунный калориметр массой $m_1 = 128$ г, содержащий $m_2 = 240$ г воды при температуре $t_1 = 8{,}4°$ С, опущено металлическое тело массой $m_x = 192$ г, удельная теплоемкость которого $c_x = 0{,}92$ Дж/(г · К), нагретое до $t_x = 100°$ С. Определить окончательную температуру t_0, которая установится в калориметре.

Решение. Составим уравнение теплового баланса:

$$c_1m_1(t_0 - t) + c_2m_2(t_0 - t) + c_xm_x(t_0 - t_x) = 0.$$

Откуда

$$t_0(c_1m_1 + c_2m_2 + c_xm_x) = (c_1m_1 + c_2m_2)\,t_1 + c_xm_xt_x$$

$$t_0 = \frac{(c_1m_1 + c_2m_2)\,t + c_xm_xt_x}{c_1m_1 + c_2m_2 + c_xm_x}.$$

Подставляя численные значения, получим $t_0 = 21{,}5°$ С.

16. Каким требованиям должны удовлетворять материалы, употребляемые для изготовления калориметра? Почему внутренний сосуд калориметра не делают из стекла?

Ответ. Для того чтобы тепловое равновесие в калориметре достигалось за короткое время, материал сосуда калориметра должен обладать хорошей теплопроводностью. Для того, чтобы уменьшить потери тепла через стенки сосуда, следует брать материал с малой удельной теплоемкостью. Стекло не обладает такими свойствами и, кроме того, хрупкое.

17. Снаряд, летящий со скоростью $v = 200$ м/с, ударяется в землю и останавливается. На сколько градусов повысится температура t снаряда, если на его нагревание пошла $k = 0{,}6$ часть кинетической энергии?

Решение. Уравнение теплового баланса в данном случае имеет вид $Q = kW$, или $cmt = k\frac{mv^2}{2}$, откуда $t = \frac{kv^2}{2c}$. Подставляя численные значения, получим $t = 26°$ С.

18. В батарею водяного отопления вода поступает по трубе сечением 500 мм^2 со скоростью 1,2 см/с, при температуре 80° С, а выходит из батареи при температуре 25° С. Сколько теплоты получает отапливаемое помещение в течение суток?

Ответ. $1{,}2 \cdot 10^8$ Дж.

19. Кусок металла и кусок дерева нагреты до одинаковой температуры. Почему на ощупь холодный металл кажется холоднее дерева, а теплый металл теплее дерева? При какой температуре металл и дерево кажутся на ощупь одинаково нагретыми?

Ответ. Наблюдаемый эффект связан с различной теплопроводностью металла и дерева. Теплый металл при соприкосновении отдает коже рук больше тепла в единицу времени, чем дерево, нагретое до такой же температуры. Аналогично, холодный металл при соприкосновении отнимает больше тепла в единицу времени, чем дерево. Металл и дерево кажутся на ощупь одинаково нагретыми, когда их температура равна температуре тела человека. При этом процессы теплообмена отсутствуют, и все тела находятся в состоянии теплового равновесия.

20. Генератор излучает импульсы сверхвысокой частоты с энергией в каждом импульсе $W = 6$ Дж, при частоте повторения импульсов $f = 500$ Гц. Сколько литров воды в час необходимо прогонять через охлаждающую систему генератора, чтобы вода нагревалась не выше чем на $t = 10°$ С, при к.п.д. генератора $\eta = 60\%$.

Решение. Полная энергия генератора за время τ равна $E = Wf\tau$. Количество теплоты Q, выделившееся при этом с учетом, что к. п. д. $\eta = 60\%$, равно: $Q = \frac{100 - \eta}{\eta} E = \frac{100 - \eta}{\eta} Wf\tau$. Объем воды $V = \frac{m}{\rho}$, где ρ — плотность воды, может быть определен из уравнения теплового баланса $Q = c\rho Vt$ или $V = \frac{Q}{c\rho t} = \frac{100 - \eta}{\eta} \cdot \frac{Wf\tau}{c\rho t}$. Подставляя численные значения, получим $V = 173$ дм^3.

21. На сколько градусов нагреется медная пластинка площадью $S = 12$ см^2 при нарезании в ней резьбы с шагом $h = 0{,}75$ мм, если при нарезке к воротку нужно приложить момент сил $M = 4{,}9$ Н · м? Считать, что все выделившееся тепло идет на нагрев пластинки. Удельная теплоемкость меди $c = 376$ Дж/(кг · К), плотность $\rho = 8{,}8$ г/см^3.

Решение. Для нарезания резьбы в пластинке толщиной H, при шаге резьбы h необходимо сделать $n = \frac{H}{h}$ оборотов воротка. При каждом обороте величина работы равна: $A = 2\pi M$, где M — момент сил, приложенных к воротку. Общая работа при n оборотах $A_n = 2\pi nM = 2\pi \frac{H}{h} H$ равна количеству тепла $Q = cm\Delta t$, идущему на нагрев пластинки. Из уравнения теплового баланса $A_n = cm\Delta t$, или $\Delta t = \frac{A_n}{cm}$, откуда $\Delta t = \frac{2\pi MH}{\rho SHch} = \frac{2\pi M}{hS\rho c}$, т. е. нагрев не зависит от толщины пластинки. Подставляя численные значения, получим $\Delta t = 10°$ С.

22. Гиря весом 196,2 Н падает с высоты 12 м и полностью останавливается, зарывшись в песок. Какое количество теплоты при этом выделяется?

Ответ. 2178,8 Дж.

23. Человек в сутки выполняет в среднем работу, равную 1,47 МДж. Выразить эту работу в калориях.

Ответ. 350 ккал.

24. Сколько теплоты выделяет печь, состоящая из 250 кирпичей каждый по 3 кг, остывая от 55° С до 15° С? Считать, что все кирпичи нагреты одинаково.

Ответ. 25,15 МДж.

25. Железная гирька массой 50 г из печи помещается в калориметр, в результате чего температура воды в калориметре (а также мешалки и стенок калориметра) увеличилась с 9° С до 19° С. Определить температуру печи, если известно, что масса воды в калориметре равна 300 г. Внутренний стакан калориметра и мешалка сделаны из латуни, их общая масса равна 150 г.

Ответ. 589° С.

26. Какое количество дров необходимо, чтобы нагреть от 10° С до 50° С кирпичную печь массой 1,2 т? К.п.д. принять равным 30%.

Ответ. 10,7 кг.

§ 4. Изменение агрегатного состояния вещества

Понятие о фазе. Фазовые превращения. Изменение температуры и давления могут привести к изменению агрегатного состояния вещества. Твердое тело может превратиться в жидкость, а затем жидкость — в газ. При этом химический состав вещества в трех рассматриваемых случаях остается постоянным, изменяется состояние тела, его свойства. *Область пространства* (макроскопическая), *в которой физические свойства во всех точках одинаковы, называется фазой.* Если имеется система соприкасающихся веществ (или иначе система веществ), то по определению американского физика, основателя термодинамики Д. У. Гиббса (1839—1903), фазой называется любое вещество, которое может быть удалено из этой системы чисто механическим способом.

Туман (капли жидкости в смеси с воздухом) является двухфазной системой. Раствор одного вещества в другом представляет собой одну фазу, ибо составные части такого раствора не могут быть отделены друг от друга механическим способом. Вода, лед и пар над ними представляют собой пример трехфазной системы. Две разные фазы одного и того же вещества не обязательно представляют собой разные агрегатные состояния этого вещества. Например, алмаз и графит — две разные твердые фазы одного и того же вещества — углерода. Переход вещества из одного фазового состояния в другое называется фазовым переходом или фазовым превращением. Переход из конденсированной фазы (т. е. твердой или жидкой) в газообразную называется *испарением*, обратный переход — *конденсацией*. Испарение твердого тела называется также *возгонкой* или *сублимацией*. Пример сублимации льда — высыхание мокрого белья на морозе.

Процесс превращения вещества из твердого в жидкое состояние называется *плавлением*, обратный переход — *затвердеванием* или *кристаллизацией*. Процесс испарения жидкости, когда образование газообразной фазы происходит внутри жидкой фазы, называется *кипением*.

Вещество, находясь в твердом состоянии, может переходить из одной кристаллической формы в другую. Такие фазовые превращения, когда меняется только кристаллическая структура твердого тела, называются *полиморфными*. Изменение симметрии кристаллической решетки при полиморфных превращениях происходит скачком. В точке фазового перехода находятся два различных кристалла с разными физическими свойствами. При этом фазовый переход сопровождается выделением или поглощением теплоты. Такие фазовые переходы называются *фазовыми переходами первого рода*. Превращение кристалла в жидкость или газ также является фазовым переходом первого рода.

В некоторых случаях в точке фазового перехода изменение симметрии кристалла сопровождается ничтожно малым изменением состояния тела. При этом фазовое превращение происходит без выделения или поглощения теплоты. Такие фазовые переходы называются *фазовыми переходами второго рода*. Обычно фазовые переходы второго рода связаны с явлением упорядочения в сплавах. Если медленно охлаждать сплав (например, CuZn), то при некоторой температуре T_c хаотическое распределение атомов Cu и Zn на узлах кристаллической решетки внезапно заменяется упорядо-

ченным распределением атомов этих элементов в строго чередующемся порядке.

Некоторые вещества (бумага, шерсть, дерево) при нагревании изменяются химически — обугливаются и выделяют газы, не успевая расплавиться.

Точка плавления и кристаллизации. *Температура, при которой происходит переход из твердого кристаллического состояния в жидкое, называется температурой (или точкой) плавления.*

Температура перехода вещества из жидкого в твердое кристаллическое состояние называется температурой кристаллизации (или затвердевания). Кристаллические твердые тела плавятся и затвердевают при одной и той же температуре, которая зависит от внешнего давления. Значения температуры плавления для некоторых веществ в нормальных условиях представлены на стр. 427. Ртуть, спирт, эфир имеют низкую температуру плавления и поэтому в нормальных условиях находятся в жидком состоянии. Еще ниже температура плавления твердых тел, получаемых в результате сжижения, и последующего затвердевания газов (азот, кислород, водород).

Переход тел из твердого состояния в жидкое и обратно иногда сопровождается существенным изменением объема, которое происходит скачком в очень малом интервале температур вблизи точки плавления или отвердевания. Большинство твердых тел увеличивают свой объем при плавлении, так что твердые тела тонут в жидкостях, которые образуются при их плавлении. Исключением являются такие вещества, как вода, висмут, сурьма, чугун и некоторые сплавы, которые при плавлении уменьшают свой объем. Например, плотность льда при 0° С составляет 0,917 г/см³.

У твердых тел, которые увеличивают свой объем при плавлении, точка плавления повышается с увеличением давления. У льда (и других веществ, уменьшающих свой объем при плавлении) увеличение давления понижает точку плавления. Это видно при явлении подвижности ледников, когда большое давление приводит к таянию соприкасающейся с почвой части льда и его замерзанию при ослаблении давления. Аналогичное явление происходит при скольжении на коньках. В результате таяния льда под давлением происходит образование небольшого количества воды, которая обеспечивает хорошую смазку при скольжении.

Аморфные тела (смола, канифоль, воск, стекло) не имеют определенной температуры плавления и отвердевания. Они не плавятся, а размягчаются, постепенно меняя свое состояние, оставаясь все время однородными при повышении температуры из твердого состояния вначале к мягкому, затем к густой жидкости, вязкость которой постепенно уменьшается. Это связано с тем, что даже в твердом состоянии аморфные тела имеют строение, соответствующее строению жидкости. Атомы аморфных тел располагаются в беспорядке, поэтому при плавлении нет резкого перехода от упорядоченного расположения атомов к беспорядочному, как это наблюдается при плавлении кристаллических веществ.

Переохлаждение жидкостей. При медленном охлаждении можно довести жидкость до температуры, лежащей значительно ниже температуры кристаллизации. Это связано с тем, что кристаллизация не может происходить во всем объеме однородного вещества одновременно. Для начала кристаллизации нужны так назы-

ваемые *центры кристаллизации* — некоторые неоднородности, способствующие началу упорядоченного роста кристаллической решетки твердого тела. Такими центрами являются мелкие кусочки твердого вещества. Например, при получении сахара для ускорения кристаллизации сиропа в него добавляют сахарную пудру, состоящую из мелких кристалликов. Скорость кристаллизации жидкостей с большой вязкостью сильно замедлена.

Жидкость, температура которой ниже температуры отвердевания, называется *переохлажденной*. Состояние переохлажденной жидкости неустойчиво (метастабильное состояние). При введении центров кристаллизации все вещество переходит в твердую фазу. Скорость, с которой происходит кристаллизация переохлажденной жидкости при отсутствии центров кристаллизации, сильно зависит от температуры. Если температура уменьшается ниже точки отвердевания, то скорость кристаллизации сначала растет, а затем, достигая максимума, быстро падает. При достаточно больших переохлаждениях начинается самопроизвольное образование центров кристаллизации. Скорость образования этих центров сначала растет при понижении температуры, а затем при очень больших переохлаждениях уменьшается, практически до нуля. Аморфные тела представляют собой сильно переохлажденные жидкости.

Переохлаждение можно наблюдать в каплях жидкости, плавающих в другой жидкости или взвешенных в воздухе. Капельки переохлажденной воды, осаждаясь на предметы, быстро затвердевают. Это явление происходит при гололедице. Попадая в облако, состоящее из капелек переохлажденной воды, самолет быстро покрывается коркой льда, вследствие обледенения увеличивается его вес, что опасно для полета.

Теплота плавления. В процессе плавления кристаллического вещества происходит поглощение определенного количества теплоты. Пока вещество находится одновременно в жидком и твердом состоянии, температура такой двухфазной системы остается постоянной. Подвод тепла приводит к увеличению количества жидкости за счет уменьшения твердой фазы.

При приближении к точке плавления тепловые колебания атомов вблизи узлов кристаллической решетки становятся все более интенсивными, амплитуда этих колебаний увеличивается. Начало плавления означает, что в некотором объеме правильное чередование атомов полностью нарушается. Вещество теряет кристаллическую структуру, для разрушения которой необходима дополнительная энергия. Эта энергия черпается за счет подводимой извне теплоты. Количество теплоты, необходимое для того, чтобы вещество при температуре плавления из твердого состояния перешло в жидкое, называется *теплотой плавления*. Величина теплоты плавления для разных веществ различная и прямо пропорциональна массе веществ.

Теплота плавления единицы массы вещества называется *удельной теплотой плавления*. При кристаллизации (затвердевании) жидкости происходит выделение тепла. *Теплота кристаллизации* по величине равна теплоте плавления. Значения теплоты плавления для некоторых веществ даны на стр. 427.

Обозначим удельную теплоту плавления λ. Тогда количество теплоты Q, необходимое для плавления тела массой m равно

$$Q = \lambda m. \qquad (5.31)$$

Если при установлении теплового равновесия происходит плавление или кристаллизация, то при составлении уравнения теплового баланса необходимо учитывать (с соответствующим знаком) количество теплоты, выделяющееся или поглощающееся в процессе фазового превращения.

Удельная теплота плавления легкоплавких веществ может быть определена с помощью калориметра. Пусть, например, кусок льда массой m_x при температуре $t_x = 0°$ С помещают в калориметр, содержащий m_1 граммов воды, нагретой до температуры t_1. Если теплоемкость вещества, из которого изготовлен внутренний сосуд калориметра, равна c_2, а его масса m_2, то уравнение теплового баланса после установления равновесной температуры θ может быть записано в следующем виде:

$$\lambda_x m_x + c_1 m_x \theta = c_1 m_1 (t_1 - \theta) + c_2 m_2 (t_1 - \theta), \tag{5.32}$$

откуда

$$\lambda_x = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2)(t_1 - \theta) - c_1 m_x \theta}{m_x}, \tag{5.33}$$

где c_1 — удельная теплоемкость воды.

Удельная теплота плавления выражается в системе единиц СИ в Дж/кг.

Теплота растворения. Процесс растворения какого-либо вещества в жидкости является фазовым превращением. Чтобы растворить твердое тело в жидкости, необходима теплота, называемая теплотой растворения. Температура растворителя понижается.

Испарение и конденсация. Если жидкая фаза ограничена свободной поверхностью, то вблизи этой поверхности непрерывно идет процесс перехода части молекул из жидкости в газообразное состояние (испарение). Испарение с точки зрения молекулярно-кинетической теории строения вещества состоит в том, что часть молекул жидкости, расположенных вблизи поверхностного слоя, обладает достаточно большой составляющей скорости и покидает его. Совокупность молекул, вылетевших из жидкости, называют *паром*. Испарение сопровождается понижением температуры жидкости, ибо вылетевшие молекулы обладают наибольшей скоростью. Следовательно, средняя скорость оставшихся молекул, а значит и температура жидкости уменьшается. В первое время, когда над жидкостью находится свободное от газа пространство, испарение происходит с очень большой скоростью.

Если над поверхностью жидкости находится пар (или какой-либо газ), то многие молекулы, вылетающие из жидкости, сталкиваются с молекулами пара (или газа) и часть из них возвращается обратно в жидкость. Следовательно, в этом случае испарение будет происходить значительно медленнее. Если над жидкостью находится свободное от газа (или пара) неограниченное пространство, так что образующийся в результате испарения пар может рассеяться и плотность пара вблизи поверхности раздела останется малой, то испарение будет продолжаться до тех пор, пока вся жидкость не превратится в газообразное состояние.

В замкнутом пространстве молекулы пара, ударяясь о стенки, ограничивающие это пространство, отражаются от них. Часть из них попадает в жидкость и удерживается в ней силами молекулярного сцепления. Испарение в замкнутом пространстве проис-

ходит до тех пор, пока не установится своеобразное динамическое равновесие между числом молекул, покидающих поверхность жидкости, и числом молекул, возвращающихся обратно. Процесс превращения газообразной фазы в жидкую называется *конденсацией*. Таким образом устанавливается равновесие между испарением и конденсацией пара. *Пар, находящийся в состоянии равновесия с жидкостью, называется насыщенным (или насыщающим) паром.* Давление и плотность насыщенного пара зависят от температуры.

Различным жидкостям для насыщения при одной и той же температуре необходимо различное количество пара: для летучих жидкостей большее, для нелетучих — меньшее. Это связано с тем, что силы молекулярного сцепления у разных веществ разные по величине. Если силы сцепления невелики, то бо́льшее число молекул покидает поверхность жидкости и нужно бо́льшее число молекул пара над этой жидкостью, чтобы компенсировать расход вещества при испарении. Динамическое равновесие в этом случае установится при бо́льшей плотности пара.

Если [illegible] не достигла равновесную, то такой пар называется *ненасыщенным*, или ненасыщающим паром. Ненасыщенный пар можно получить, если повышать температуру до тех пор, пока вся жидкость полностью не испарится. При дальнейшем нагревании пар будет ненасыщенным. Ненасыщенный пар ведет себя, как обычный газ.

Свойства насыщающих паров. Давление, создаваемое насыщающим паром, является наибольшим давлением, которое оказывают пары какого-либо данного вещества при заданной температуре. Если уменьшить объем, занимаемый паром, то плотность этого пара возрастет, динамическое равновесие будет нарушено и число молекул, поступающих в жидкость, превысит число молекул, покидающих ее поверхность. Таким образом, часть пара сконденсируется в жидкость. Конденсация будет происходить до тех пор, пока плотность пара не станет равной плотности насыщающего пара и, следовательно, давление уменьшится до величины давления насыщающего пара при данной температуре. Аналогично увеличение объема приведет к процессу испарения, который будет длиться до тех пор, пока не настанет предельное для данной температуры давление — давление насыщающего пара. Следовательно, в отличие от газов, давление паров, соприкасающихся с жидкостью, нельзя изменить путем изменения его объема. Давление насыщенных паров при данной температуре всегда одинаково.

Давление ненасыщенного пара изменяется в зависимости от объема так же, как и у обычных газов.

С повышением температуры растет давление и плотность насыщающих паров. Это связано с тем, что при повышении температуры жидкости все большее количество молекул получают достаточную скорость, чтобы покинуть поверхность жидкости. К тому же, силы сцепления молекул при нагревании ослабляются в связи с тепловым расширением жидкости.

Кипение. Если к жидкости подводится больше тепла, чем его расходуется в процессе испарения, то температура жидкости и интенсивность испарения повышаются. Так будет до тех пор, пока давление паров жидкости не станет равным и несколько больше, чем внешнее атмосферное давление. При некоторой, строго определенной для заданного вещества и данного внешнего давления тем-

пературе, начинается процесс парообразования не только на поверхности, но и внутри жидкости, в результате которого создаются пузырьки пара, быстро поднимающиеся вверх. *Испарение, происходящее не только на поверхности, но и внутри жидкости, называется кипением. Температура, при которой происходит кипение жидкости при нормальном давлении, называется температурой кипения.* Эта температура остается постоянной во время кипения до тех пор, пока вся жидкость не превратится в пар. На стр. 427 приведены значения температур кипения при нормальном давлении для некоторых веществ. Теплота, необходимая для превращения массы m жидкости в пар,

$$Q = rm, \tag{5.34}$$

где r — удельная теплота парообразования.

Удельной теплотой парообразования называется количество теплоты, необходимое для того, чтобы единицу массы жидкости, находящейся при температуре кипения, перевести в газообразное состояние.

При конденсации паров происходит выделение теплоты. Теплота парообразования равна теплоте конденсации.

Зависимость температуры кипения от давления. Поскольку процесс кипения происходит тогда, когда давление пара, заключенного в пузырьках жидкости, несколько превышает внешнее давление, то уменьшение этого внешнего давления приводит к понижению температуры кипения. При низком давлении закипает совсем холодная вода. Однако варить мясо, заваривать чай в таком холодном кипятке практически невозможно. Если из замкнутого сосуда с жидкостью насосом откачивать пар, то кипение будет происходить при все более низкой температуре. Так как при этом расходуется теплота парообразования, то многие жидкости могут быть заморожены при быстрой откачке газа и пара.

При увеличении внешнего давления температура кипения увеличивается. При достаточно высоких давлениях воду можно нагреть настолько, что в ней будет плавиться олово ($t = 230°$ С, $P = 28$ ат) или свинец ($t = 327°$ С, $P = 122$ ат), а вода все еще кипеть не будет. Особенно высокую температуру получают в специальных прочных, закрытых сосудах (автоклавах), где можно создать высокое давление. Автоклавы широко применяют в химической и пищевой промышленности. Кипение при высоких давлениях используют в котлах паровых машин.

Для расчета паровых двигателей необходимо знать зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры.

Явление кавитации. Если давление жидкости кратковременно понижать, а затем вновь повышать, то образовавшиеся при понижении давления пузырьки газа внутри жидкости будут захлопываться. При этом стенки пузырька сближаются, пар внутри него конденсируется, захлопывание сопровождается гидравлическим ударом. Такое явление исчезновения полостей внутри жидкости при изменении давления называется *кавитацией*.

Явление кавитации возникает при быстром движении твердого тела в жидкости. Из-за неоднородности потока, обтекающего твердое тело, в отдельных местах вблизи поверхности раздела жидкость — твердое тело создаются места с пониженным давлением, происходит локальное кипение. Однако давление быстро меняется

и пузырьки захлопываются, причем в результате кавитации возникают резкие удары жидкости о поверхность движущегося тела, вызывающие значительную вибрацию звуковой и даже сверхзвуковой частоты. Эта вибрация может быть достаточно мощной, вызывая опасность разрушения движущихся твердых тел.

Явление кавитации наблюдается при вращении лопастей гребных винтов пароходов, мощных турбин, при движении судов на подводных крыльях, а также при работе быстроходных поршневых насосов у паровых машин, двигателей внутреннего сгорания и т. п. Вредные действия кавитации могут быть ослаблены за счет специальных конструктивных решений, создания особой поверхности тел, движущихся в жидкости. Если в область пониженного давления подать сжатый воздух, то он будет служить упругой подушкой при захлопывании кавитационных полостей и резко уменьшит опасное действие процесса кавитации. Этот прием используется при эксплуатации мощных гидро- и насосных станций.

Более «мирный характер» имеет явление кавитации вблизи точки кипения. При этом у горячих стенок возникают отдельные области жидкости, содержащие пузырьки пара, а затем в эту же область, в результате перемешивания (конвекции) жидкости поступает более холодная жидкость. Пузырек захлопывается с шумом. Поскольку разность давлений невелика, то захлопывание не столь катастрофично. Суммарный звук многих хлопков воспринимается как хорошо известное «пение» закипающего чайника.

Критическое состояние вещества. Повышая давление и понижая температуру, газ можно превратить в жидкость. Однако при комнатной температуре такие газы, как водород, кислород, азот, не конденсируются ни при каком давлении. В XIX веке считали газы так называемыми *истинными*, которые никогда не бывают в жидком состоянии. Однако позднее выяснилось, что невозможность сжижения истинных газов при определенной температуре имеет физическое объяснение.

Жидкость при повышении температуры расширяется, и, следовательно, плотность ее уменьшается. В то же время с увеличением температуры кипения давление насыщенного пара резко увеличивается, так что, несмотря на возрастающее с температурой стремление пара расшириться, плотность его быстро возрастает. Таким образом, с ростом температуры кипения плотность жидкости падает, а плотность насыщающего пара растет. В некоторой точке плотность жидкости и пара оказываются равными друг другу. При этом граница раздела между жидкостью и газом исчезает. *Температура, при которой теряются различия между жидкостью и газом, называется критической точкой.* При температуре выше критической никакое давление не в состоянии превратить газ в жидкость. При закритической температуре большинство молекул газа движется так быстро, что силы молекулярного сцепления являются недостаточными, чтобы удержать их вблизи друг друга.

Давление, необходимое для сжижения газа при критической температуре, называется *критическим давлением.*

Чтобы достичь сжижения газа, необходимо подвергнуть его давлению при температуре равной или ниже критической. Для истинных газов критическая температура оказалась очень низкой (для кислорода — 119, азота — 147, водорода — 240 и гелия — 268° С).

Сжижение газов. В настоящее время все вещества можно получить в жидком состоянии. Эти успехи связаны с развитием *криогенной* (холодильной) техники — техники получения низких температур.

Для получения низких температур используют охлаждение газа при расширении. Применяется так называемый воздушный двигатель (детандер), работающий на предварительно охлажденном сжатом до нескольких сотен кПа воздуха. Совершая в двигателе работу, газ охлаждается и поступает в специальные теплообменники, где он охлаждает следующие порции газа, поступающие в двигатель. Так достигается докритическая температура, при которой сжатие газа приводит к конденсации жидкости.

Жидкие газы широко используют в технике. Благодаря сжижению воздуха его можно разделить на составляющие: аргон, азот, кислород.

Жидкий кислород образует с опилками взрывчатое вещество (оксиликвит), используемое во взрывной технике. Компонентом топливной смеси для реактивных двигателей является жидкий кислород. Он почти бесцветен и при атмосферном давлении, имеет температуру около —190° С. Жидкие газы хранят в специальных сосудах с двойными посеребренными стенками, между которыми откачан воздух (сосуды Дюара). Из незакупоренного сосуда Дюара жидкий газ испаряется в течение нескольких дней, сохраняя почти постоянную свою температуру.

Самая низкая температура (около 0,7° К) наблюдается при испарении и откачке паров жидкого гелия. В настоящее время получены еще более низкие температуры, отличающиеся от абсолютного нуля температур всего на несколько тысячных долей градуса по шкале Кельвина. Однако эти сверхнизкие температуры можно получить с помощью других способов, отличных от описанных выше.

Принцип работы бытовых холодильников основан на явлении охлаждения при испарении сжиженных газов в условиях пониженного давления. Жидкий сернистый ангидрид (SO_2), сжиженный аммиак, фреон-12 или углекислота вытекает из редукционного крана и испаряется в системе трубок, стенки которых охлаждают внутреннюю часть холодильника. После расширения газ снова сжимается и превращается в жидкость. Цикл снова повторяется.

Задачи

27. В сосуд, содержащий $V_1 = 4{,}5$ л воды температурой $t_1 = 60°$ С, опускают $m_2 = 1{,}5$ кг льда с температурой $t_2 = -40°$ С. Определить температуру воды в сосуде. Потерями тепла пренебречь. Как изменится решение задачи, если вместо $V_1 = 4{,}5$ л воды взять $V_2 = 2$ л воды при той же температуре?

Решение. Уравнение теплового баланса в данном случае имеет вид:

$$c_1\rho_1V_1(t_1 - \theta) = c_2m_2t_2 + \lambda_2m_2 + c_1m_2\theta,$$

где $c_1 = 4187$ Дж/(кг · К) и $c_2 = 2093$ Дж/(кг · К) — удельная теплоемкость воды и льда соответственно; $\lambda_2 = 3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг — удельная теплота плавления льда; $\rho = 1$ г/см³ — плотность воды,

а θ — окончательная температура воды — легко может быть найдена из уравнения теплового баланса

$$\theta = \frac{c_1\rho_1 V_1 t - c_2 m_2 t_2 - \lambda_2 m_2}{c_1\rho_1 V_1 + c_1 m_2}.$$

Подставляя численные значения, получаем $\theta = 20°$ С.

Если вместо $V_1 = 4{,}5$ л взять $V_2 = 2$ л, то для плавления льда будет недостаточно всей теплоты, отданной водой при охлаждении до $\theta = 0°$ С. Тогда уравнение теплового баланса можно записать в следующем виде: $c_2 m_2 t_2 + \lambda_2 m_x = c_1\rho_1 V_2 t_1$, где m_x — часть льда, который расплавился в этих условиях, может быть найдена из уравнения $m_x = \dfrac{c_1\rho_1 V_2 t_1 - c_2 m_2 t_2}{\lambda_2}$. Подставив численные значения, найдем, что $m_x = 1{,}2$ кг. Следовательно, в этом случае вода будет иметь температуру $\theta = 0°$ С, и в ней будет плавать 1,2 кг льда.

28. Какое количество воды m_x в латунном калориметре массой $m_2 = 0{,}5$ кг, содержащем $V_1 = 1$ л воды при $t_1 = 20°$ С превратится в пар, если в него влить $m_3 = 10$ кг расплавленного свинца при температуре t_3 плавления? Потерями тепла пренебречь.

Решение. Из условия задачи следует, что свинец кристаллизуется и затем охлаждается. Калориметр и вода нагреваются, причем часть воды обращается в пар. Уравнение теплового баланса в этом случае имеет вид:

$$\rho_1 V_1 c_1 (\theta - t_1) + m_x r_1 + m_2 c_2 (\theta - t_1) = m_3\lambda_3 + m_3 c_3 (t_3 - \theta),$$

где ρ_1 — плотность воды; $c_1 = 4{,}19$ Дж/(г · К) — удельная теплоемкость воды; $\theta = 100°$ С — температура кипения воды, $r_1 = 2255$ Дж/г — удельная теплота парообразования воды; $c_2 = 0{,}38$ Дж/(г · К) — удельная теплоемкость латуни; $\lambda_3 = 26{,}39$ Дж/г — удельная теплота кристаллизации свинца; $c_3 = 0{,}13$ Дж/г — удельная теплоемкость свинца; $t_3 = 327°$ С — температура плавления свинца. Величина m_x из уравнения теплового баланса равна: $m_x = \dfrac{1}{r_1}[m_3\lambda_3 + m_3 c_3 \times$ $\times (t_3 - \theta) - (\rho_1 V_1 c_1 + m_2 c_2)(\theta - t_1)]$. Подставив численные значения, получим $m_x = 0{,}08$ кг.

29. В сосуде теплоемкостью $m_1 c_1 = 0{,}63$ кДж/(г · К) находится $V_2 = 0{,}5$ л воды и $m_3 = 250$ г льда при $t_1 = 0°$ С. Какая установится температура после выпуска в воду $m_4 = 90$ г водяного пара при $t_2 = 100°$ С.

Решение. В процессе теплообмена сначала пар конденсируется в воду, которая затем охлаждается. С другой стороны лед плавится и общая масса воды нагревается. Уравнение теплового баланса запишется в следующем виде: $c_1 m_1 (\theta - t_1) + c_2\rho_2 V_2 (\theta - t_1) + c_3 m_3 \times$ $\times (\theta - t_1) + m_3\lambda_3 = m_4 r_4 + c_2 m_4 (t_2 - \theta)$, где $c_1 = 4{,}19$ Дж/(г · К) — удельная теплоемкость воды, $\lambda = 334{,}0$ Дж/г — удельная теплота плавления льда, $r_4 = 2255$ Дж/г — удельная теплота парообразования воды, $c_3 = 2{,}10$ Дж/(г · К) — удельная теплоемкость льда, а θ — равновесная температура, которая из уравнения теплового баланса равна:

$$\theta = \frac{(c_1 m_1 + c_2\rho_2 V_2 + c_3 m_3) t_1 + m_4 r_4 + c_2 m_4 - m_3\lambda_3}{c_1 m_1 + c_2\rho_2 V_2 + c_3 m_3 + c_2 m_4}.$$

Откуда $\theta = 37°$ С.

30. При изготовлении льда в комнатном холодильнике потребовалось $\tau_1 = 5$ мин, чтобы охладить воду от $t_1 = 4°$ C до $t_2 = 0°$ C, а затем еще $\tau_2 = 1$ ч 40 мин для того, чтобы превратить ее в лед. Определить из этих данных удельную теплоту плавления льда.

Решение. В единицу времени холодильник отнимает количество тепла q, равное: $q = \frac{mc(t_2 - t_1)}{\tau_1}$; количество тепла, отнятое у воды за время τ_2, равно $Q = q\tau_2$. Именно это количество теплоты необходимо, чтобы заморозить всю воду. Следовательно, $Q = \lambda m$, где λ — удельная теплота плавления льда. Отсюда $q\tau_2 = \lambda m$ или $\lambda = \frac{c(t_2 - t_1)}{\tau_2}$. Подставив в эту формулу численные значения, получим: $\lambda = 3{,}34 \cdot 10^5$ Дж/кг.

31. В теплоизолированный откачанный сосуд объемом $V = 11$ л на пластину меди массой $m_1 = 3$ кг положили кусок льда массой $m_2 = 1$ кг. Температура льда $t_0 = 0°$ C. Определить первоначальную температуру меди, если в конце процесса в сосуде установилась температура $t_1 = 100°$ C. Теплоемкость меди $c_1 = 376$ Дж/(кг $\cdot$ К). Теплота плавления льда $\lambda = 3{,}34 \cdot 10^5$ Дж/кг теплота парообразования воды $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг. Изменением объема воды можно пренебречь.

Решение. В процессе установления теплового равновесия лед расплавился, вода нагрелась до 100° G и часть воды испарилась, так что в сосуде установилось давление насыщенных паров воды при $t_1 = 100°$ C, т. е. давление в $P_1 = 101$ кПа. Массу испарившейся воды найдем из уравнения газового состояния $P_1V_1 = \frac{m}{\mu} Rt$. По известному давлению P_1, объему $V_1 = 10$ л и температуре $T_2 = 273 + t_2$: $m = \mu \frac{P_1V_1}{R(273 - t_2)}$. Из уравнения теплового баланса $m_1c_1(t_x - t_1) = m_2\lambda + mc_2t_1 + mr$, где $c_2 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг $\cdot$ К) — удельная теплоемкость воды. Подставляя значение m из уравнения газового состояния в уравнение теплового баланса и выражая t_x через известные величины, получим:

$$t_x = t_1 + \frac{m_2(\lambda + c_2t_1) + \mu P_1 (V - 1) - r/R(273 + t_2)}{m_1c_1}.$$

Подставив численные значения, получим $t_x = 780°$ C.

32. В сосуде Дьюара хранится жидкий азот при температуре $T_1 = 78°$ К в количестве 2 л. За сутки испарилась половина этого количества. Определить удельную теплоту испарения азота λ, если известно, что 40 г льда в том же дьюаре растает в течение 22 ч 30 мин. Скорость подвода тепла пропорциональна разности между температурами внутри и снаружи сосуда. Температура окружающего воздуха $T = 293°$ К. Плотность жидкого азота при 78° К равна 800 кг/м³.

Ответ. $\lambda = 1{,}8 \cdot 10^5$ Дж/кг.

33. В цилиндрический калориметр с площадью дна $S = 30$ см² налито $V_1 = 200$ см³ воды при температуре $t_1 = 30°$ G и опущен кусок льда массой $m = 10$ г, имеющий температуру $t_0 = 0°$ C. Определить изменение уровня воды к моменту, когда лед растает, по сравнению с начальным уровнем, когда лед уже был в калори-

метре. Объемный коэффициент теплового расширения воды $\beta = 2{,}6 \cdot 10^{-3}$ 1/K^{-1}. Теплота плавления льда $\lambda = 3{,}34 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение. Изменение уровня воды может произойти только за счет зависимости объема воды от температуры. Действительно, если не учитывать тепловое расширение, то изменения уровня воды вообще не будет, так как лед вытеснит точно такой же объем воды, какой он займет, когда растает. В процессе теплообмена происходит плавление льда и увеличение температуры жидкости, полученной в результате такого плавления, до некоторой равновесной температуры t. В то же время вода, первоначально находившаяся в калориметре при температуре t_1, охладится до той же температуры t. Уравнение теплового баланса в этом случае имеет вид:

$$\lambda m + mc(t - t_0) = \rho V_1 c(t_1 - t),$$

где ρ — плотность, а c — удельная теплоемкость воды. Отсюда $t = \dfrac{\rho V_1 t_1 + mt_0 - m\lambda/c}{m\rho V_1}$. Если обозначить через V_0 объем воды массой $m + \rho V_1$ при температуре t_1, найдем изменение объема ΔV из уравнения $\Delta V = V_0\beta(t - t_1)$ и изменение уровня воды $\Delta h = \dfrac{\Delta V}{S}$. Отсюда $\Delta h = \dfrac{\beta}{S}\left[\dfrac{\rho V_1 t_1 + mt_0 - m\dfrac{\lambda}{c}}{m + \rho V_1} - t_1\right]$. Подставляя численные данные, получим $\Delta h = -0{,}95$ мм.

34. В стеклянном баллоне, присоединенном к вакуумному насосу, содержались капельки ртути общей массой $m_1 = 0{,}87$ г. Баллон помещен в печь, имеющую температуру $t_1 = 120°$ С. Производительность насоса $w = 7$ л/мин. Чему равно давление насыщенных паров ртути при 120° С, если давление в баллоне резко упало после $\tau = 20$ мин работы насоса. Молекулярный вес ртути $\mu = 200$.

Решение. В баллоне будет сохраняться давление насыщающих паров ртути при температуре $t_1 = 120°$ С до тех пор, пока вся ртуть не испарится. За 20 мин насос откачал 140 л паров, давление которых P можно найти из уравнения газового состояния $PV = \dfrac{m}{\mu}RT$; $P = \dfrac{m_1 R(273 + t_1)}{\mu w \tau}$. Подставив численные значения, получим $P = 0{,}101$ кПа.

35. В цилиндре под практически невесомым поршнем площадью $S = 100$ см^2 находится $m_1 = 1$ кг воды при температуре $t_0 = 0°$ С. В цилиндре включен нагреватель мощностью $w = 500$ Вт. Через какое время τ поршень поднимется относительно своего первоначального положения на высоту $h = 1$ м? Атмосферное давление $P_0 = 101$ кПа, теплота парообразования воды $r = 2{,}25 \cdot 10^6$ Дж/кг. Теплоотдачей и теплоемкостью цилиндра пренебречь. Теплоемкость воды $c = 4{,}1$ Дж/(г $\cdot$ К).

Решение. Если скорость, с которой поднимается поршень, невелика, то давление паров воды в сосуде практически равно $P_0 = 101$ кПа. Такое давление имеют насыщающие пары воды при температуре $t_1 = 100°$ С. Объем паров после того, как поршень

поднялся на высоту h, равен $V = hS$, а их массу m_2 можно найти из уравнения газового состояния $P_0V = \frac{m_2}{\mu}RT$, откуда $m_2 = \frac{\mu P_0 hS}{R(273 - t_1)}$. Теплота, подводимая нагревателем, идет на нагревание всей массы воды m_1 до температуры $t_1 = 100°$ С и на испарение воды массой m_2. Таким образом, количество теплоты $Q = w\tau$, выделяемое нагревателем за время τ, равно $Q = m_1c(t_1 - t_0) + rm_2$. Поскольку теплота испарения определяется при постоянном внешнем давлении, равном давлению насыщающего пара при данной температуре, то работа расширения пара $A = P_nV$ уже учтена в величине r и ее не следует добавлять в виде отдельного слагаемого при определении Q. Время τ, необходимое для выделения такого количества тепла $\tau = \frac{Q}{w} = \frac{\left[m_1c(t_1 - t_0) + r\frac{\mu P_0 hS}{R(273 + t_1)}\right]}{w}$. Подстановка численных значений дает $\tau = 14$ мин 18 с. Испарение продолжалось $\tau_2 = \frac{rm_2}{w} = \frac{r\mu P_0 hS}{wR(273 + t_1)}$; $\tau_2 = 20$ с, т. е. скорость поднятия поршня $v \doteq 5$ см/с достаточно мала.

36. Масса пороха m, сгорающего в одну секунду в камере ракетного двигателя, зависит от давления P по закону $m = AP^n$, где A и n — постоянные величины. Скорость расхода массы газа за счет истечения из сопла пропорциональна давлению в камере. Во сколько раз отличаются давления в камерах ракетных двигателей, если сечения их сопел равны S_1 и S_2?

Решение. При установившемся режиме горения в камере двигателя будет такое давление, при котором скорость истечения массы вещества из сопла равна скорости сгорания: $\alpha PS = AP^n$, где α — некоторая постоянная величина. Отсюда $P = \left(\frac{A}{\alpha S}\right)^{\frac{1}{1-n}}$, и, следовательно, отношение давлений в камерах с сечением сопел S_1 и S_2 равно: $\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^{\frac{1}{1-n}}$.

37. Если в узкой пробирке, наполненной до краев, вскипятить воду, нагревая ее у самого дна, то образующиеся при кипении пузыри с силой выбрасывают воду из пробирки. Объясните это явление.

Решение. При кипении образование пузырьков с паром идет на достаточной глубине, так что, кроме внешнего атмосферного давления, на пар действует давление столба воды, налитой в пробирку. Когда в нижней части пробирки образуются пузырьки пара, часть воды вытекает через края пробирки, и давление падает. Парообразование перегретой воды при таком пониженном давлении идет с такой интенсивностью, что оставшаяся вода выплескивается. Аналогичное явление в значительно бо́льшем масштабе наблюдается в природе при деятельности гейзеров — периодически действующих

фонтанов горячей воды. Здесь пар образуется в узких вертикальных жерлах на глубине нескольких десятков метров, где избыточное давление достигает нескольких десятков атмосфер. Вода, подогреваемая снизу, кипит при температурах значительно выше 100° C. Вода из жерла гейзера выбрасывается на большую высоту.

38. Алюминиевый калориметр массой $m_1 = 50$ г содержит $m_2 = 250$ г воды при $t_2 = 16°$ C. Какое количество пара m_3 следует ввести в калориметр, чтобы температура воды в нем повысилась до 90° C?

Ответ. $m_3 = 35$ г.

39. Кусок алюминия массой $m_1 = 537$ г, нагретый до $t_1 = 200°$ C, погрузили в воду массой $m_2 = 400$ г, нагретой до $t_2 = 16°$ C. При этом часть воды испарилась, а оставшаяся вода приобрела температуру $\theta = 50°$ C. Определить количество испарившейся воды m_x.

Ответ. $m_x = 7$ г.

40. В цилиндре под поршнем изотермически сжимается ненасыщенный пар воды массой $m_1 = 0{,}90$ г при температуре $t_1 = 29°$ C. Каков будет объем пара V, когда начнется конденсация?

Ответ. $V = 31{,}4$ л.

41. Каким образом можно выделить из воздуха его составные части? В какой последовательности будут они выделяться?

Ответ. Если жидкий воздух подвергнуть действию температуры ниже температуры кипения ($t° = -193°$ C) при пониженном давлении, то в первую очередь выкипает та составляющая часть воздуха, которая имеет самую низкую температуру кипения. Состав воздуха: 79% азота, 20% кислорода, 1% приходится на аргон, неон, криптон и ксенон. Выкипать эти составляющие будут в следующем порядке: неон, азот, криптон, аргон, кислород, ксенон.

42. При морозе $t_1 = -10°$ C каждый квадратный метр поверхности пруда отдает находящемуся над ним воздуху $Q = 180$ кДж теплоты в час. Какова будет толщина h образовавшегося за сутки ледяного покрова, если температура воды у поверхности пруда $t = 0°$ C.

Ответ. $h = 1{,}4$ см.

43. Точка плавления олова ниже точки кипения прованского масла. Почему можно жарить продукты на прованском масле в луженной оловом кастрюле?

Ответ. Когда жарят, кипит не масло, а вода, содержащаяся в продукте. Пока не выкипит вся вода, температура не поднимется выше 100° C.

44. Свинцовая пуля, летящая со скоростью $v_1 = 430$ м/с, пробивает стену, причем ее скорость уменьшается до $v_2 = 200$ м/с. Какая часть массы пули m_1/m_0 расплавится при этом? Начальная температура пули 50° C, на нагревание ее затрачивается 50% кинетической энергии. Какая часть массы пули m_2/m_0 расплавится, если пуля застрянет в стене?

Ответ. $m_1/m_0 = 0{,}12$; $m_2/m_0 = 0{,}52$.

45. С какой минимальной скоростью v должен лететь железный метеор в атмосфере Земли, чтобы при этом нагреться, расплавиться и обратиться в пар? Начальную температуру метеора считать близкой к абсолютному нулю.

Ответ. $v = 2{,}2$ км/с.

46. Пробирка погружена в воду открытым концом на глубину, равную половине ее длины. Уровень воды в пробирке совпадает с уровнем воды во внешнем сосуде. Начальная температура всей системы $t_0 = 0°$ C. При какой максимальной длине пробирки L воздух из нее начнет выходить, если температуру системы повысить до $t_1 = 100°$ C? Наружное давление $P_0 = 101$ кПа. Давлением паров воды при t_0 пренебречь.

Ответ. $L \leqslant \frac{P_0}{\rho g} \cdot \frac{273 + t_0}{273 + t_1}$; $L \leqslant 13{,}6$ м.

47. В контейнере высотной ракеты сначала было давление $P_0 = 101$ кПа. Во сколько раз увеличилась температура T_0 внутри ракеты при ее взлете, если установленный в контейнере ртутный барометр стал показывать давление $P_1 = 60{,}6$ кПа? Ракета взлетает вертикально с постоянным ускорением a.

Ответ. $T/T_0 = 1{,}2$.

§ 5. Тепловые машины

Тепловые двигатели. Машина, в которой в результате обмена теплотой, например за счет сгорания топлива, производится механическая работа, называется *тепловым двигателем*. Согласно второму закону термодинамики, тепловой двигатель может непрерывно совершать периодически повторяющуюся механическую работу за счет охлаждения окружающих тел, если он не только получает теплоту от более горячего тела (нагревателя), но при этом отдает теплоту менее нагретому телу (холодильнику). Следовательно, на совершение работы идет не все количество теплоты, полученное от нагревателя, а только часть ее.

Одной из старейших тепловых машин является паровой двигатель, изобретение которого в XVIII веке произвело технический переворот в промышленности и транспорте того времени. Создание в XIX веке паровых турбин и двигателей внутреннего сгорания дало толчок развитию производительных сил общества.

Идеальная тепловая машина. Цикл Карно. Общие принципы работы тепловых машин можно рассмотреть исходя из некоторой идеализированной схемы, в которой над идеальным газом совершается круговой процесс, т. е. процесс, при котором после некоторых промежуточных состояний система вновь приходит в исходное состояние.

Пусть начальное состояние 1 моля идеального газа характеризуется объемом V_1, давлением P_1 и температурой T_1. Предоставим возможность газу изотермически расширяться до тех пор, пока его объем не станет равным V_2 и, в соответствии с законом Бойля — Мариотта, давление P_2. При этом газ получит извне количество тепла Q_1 и совершит работу $A_1 = Q_1$. Затем позволим газу расширяться так, чтобы отсутствовал тепловой обмен между ним и окружающими телами (такой процесс, протекающий без обмена теплом или другим видом энергии, называется *адиабатическим*). В конце адиабатического процесса газ будет находиться под давлением P_3 и занимать объем V_3. Далее будем сжимать газ изотермически до таких значений давления P_4 и объема V_4, чтобы после адиабатического сжатия система вновь вернулась в первоначальное положение, т. е. чтобы идеальный газ занимал объем V_1 и имел давление

P_1. При изотермическом сжатии газ отдает количество тепла Q_2 и внешние силы совершают работу $A_2 = Q_2$.

Цикл, состоящий из двух изотермических и двух адиабатических процессов, всегда может быть совершен так, что система вернется в первоначальное состояние. Этот цикл назван циклом Карно в честь французского физика и инженера С. Карно (1796—1832).

Круговой процесс, производимый с любым газом, может быть использован как тепловая машина. За счет количества теплоты Q_1 рабочее вещество совершает работу A_1, а затем передает некоторое количество теплоты Q_2, причем внешние силы совершают работу A_2. Полезная работа

$$A = A_1 - A_2, \tag{5.35}$$

или

$$A = Q_1 - Q_2. \tag{5.36}$$

К.п.д. η цикла Карно будет равен отношению величины полезной работы к общему количеству теплоты Q_1, взятому у нагревателя:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \tag{5.37}$$

Коэффициент полезного действия цикла Карно зависит только от температуры нагревателя T_1 и холодильника T_2:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \tag{5.38}$$

Таким образом, цикл Карно представляет собой идеальную тепловую машину. К. п. д. любой тепловой машины не может быть больше, чем коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины.

Способы повышения к. п. д. тепловых машин. Из формулы (5.38) видно, что коэффициент полезного действия можно увеличить за счет увеличения температуры нагревателя T_1 и уменьшения температуры холодильника T_2.

Практически осуществить цикл Карно невозможно. Хорошее приближение к нему можно получить, если обеспечить очень медленное протекание процессов. Однако такие машины не нашли бы применения в технике. Тепловые машины, используемые на практике, работают в режиме необратимых процессов, которые к тому же и не замкнуты, ибо их рабочее вещество (пар, горючая смесь) по окончании цикла выбрасывается наружу. Поэтому к. п. д. реальных машин меньше (приблизительно в два раза), чем идеальной тепловой машины. Кроме того, всякая реальная машина имеет потери тепла в топке и других частях и механизмах. Однако общий принцип повышения к. п. д. за счет увеличения температуры нагревателя и уменьшения температуры холодильника остается применимым и для реальных тепловых машин.

К. п. д. современных паровых машин и турбин очень низок (не более 20%). У двигателей внутреннего сгорания к. п. д. несколько больше (до 40%). Для идеальной тепловой машины при температуре пара около 500° К и в случае, если холодильником служит окружающая атмосфера, то $T_2 = 300°$ К и, следовательно,

из формулы (5.38) $\eta = 1 - \frac{300}{500} = 0{,}4$, или 40%. Более высокое давление можно получить, если использовать насыщенный пар при высокой температуре. Кроме того, следует по возможности исключать или ослаблять потери в необратимых процессах. Поэтому в котлах для обеспечения оптимальной теплоотдачи при сгорании топлива подбирают специальные материалы, создают большую поверхность нагрева, используют явление активного теплового перемешивания (конвекции) воды и сгораемых газов за счет придания котлам специальной формы. Чтобы потери тепла были минимальными, должна быть обеспечена хорошая теплоизоляция наружной поверхности котлов и паропроводов, устроены специальные водонагреватели (экономайзеры) воды, использующие тепло выбрасываемых топочных газов для предварительного нагрева. Для лучшего использования пара применяют принцип последовательного расширения. Отработавший пар из первого цилиндра поступает во второй и даже в третий (так называемые компаундмашины). Для сокращения числа необратимых процессов теплообмена в двигателях внутреннего сгорания топку помещают внутрь рабочего цилиндра.

Использование в промышленных или бытовых целях теплоты жидкости, охлаждающей холодильник, позволяет повысить общий к. п. д. тепловых установок. Такие установки, применяемые для выработки электроэнергии, называются теплоэлектроцентралями (ТЭЦ).

Паросиловые станции. Устройство, в котором совершается механическая работа с использованием энергии пара, называется паросиловой станцией. Стационарная установка такого типа состоит из следующих основных агрегатов: парового котла (нагревателя), вырабатывающего пар высокого давления за счет теплоты, полученной при сгорании топлива в *топке*; парового двигателя, где энергия пара превращается в механическую работу; конденсатора (холодильника), в котором происходит охлаждение и конденсация отработанного пара; водосборника, в который поступает сконденсированный в воду пар; затем эта вода с помощью насоса возвращается в котел.

Паровой котел состоит из топки, в которой сжигается топливо, и собственно котла, внутри которого для увеличения площади нагреваемой поверхности устраивают дымогарные или жаровые трубы. Водотрубный котел состоит из помещенной в топку системы труб, внутри которых находится вода. Пар, образующийся в этих трубах, собирается в верхней части в барабане и оттуда подается в нагреватель, который представляет собой ряд труб, нагреваемых в топке. Далее перегретый пар поступает по паропроводу, к паровому двигателю.

Паровой двигатель может быть в двух исполнениях: паровая машина и паровая турбина.

Паровая машина представляет собой поршневой паровой двигатель. Пар из распределительного устройства поступает попеременно в обе части цилиндра. Поступающий пар толкает поршень, а отработанный пар (впереди поршня) в это время выходит через выводной паропровод. Затем перегретый пар поступает с другой стороны от поршня, который начинает двигаться в обратную сто-

рону, вытесняя отработанный пар из цилиндра. Перераспределение пара происходит с помощью специального устройства — золотника. Движение поршня преобразуется с помощью кривошипно-шатунного механизма во вращательное. Для того, чтобы выводить поршень из крайних, так называемых мертвых точек, предусматривается маховое колесо, обладающее большим моментом инерции. Паровая машина проста в обращении, позволяет регулировать скорость в широких пределах и менять ее направление. Главным недостатком паровых машин является очень низкий коэффициент полезного действия (около 10%).

Паровая турбина использует энергию струи пара для вращения колес — роторов, со специальными, расположенными по окружности колеса, лопатками. Паровые турбины существуют двух типов: турбины активного действия, вращение которых происходит за счет удара струи пара в лопатки, и турбины реактивного действия, где лопатки расположены так, что пар, вырываясь из щелей между ними, создает реактивную тягу. Для более полного использования энергии пара в турбине применяется целая система последовательно расположенных колес. К. п. д. паровых турбин достигает 25%, они более компактны, чем паровые машины, и дают большие обороты, что удобно для соединения с генераторами электрического тока. Регулировка скорости в широких пределах и обратный ход в паровых турбинах невозможен.

Конденсатор для пара является холодильником, и поэтому важно поддерживать низкую температуру в конденсаторе. Он состоит обычно из барабана, пронизанного трубами, внутрь которых течет холодная вода. Нагретую в конденсаторе воду можно использовать для теплофикации в системе ТЭЦ.

Двигатель внутреннего сгорания. Самый распространенный тепловой двигатель — это двигатель внутреннего сгорания, в котором сжигание топлива происходит внутри цилиндра. Под действием давления сжигаемых газов поршень движется вниз, увлекая за собой шатун, который с помощью коленчатого вала преобразует поступательное движение во вращательное. В верхней части цилиндра находятся два клапана — впускной и выпускной.

Схема работы четырехтактного двигателя внутреннего сгорания. В первом такте за счет пассивного движения поршня вниз происходит всасывание горючей смеси, которая подготовлена в карбюраторе. Впускной клапан при этом открыт, выпускной — закрыт. Совершая возвратное движение, поршень во втором такте сжимает горючую смесь, которая при этом нагревается. Оба клапана в это время закрыты. Когда поршень находится в крайнем верхнем положении и даже немного раньше, сжатая горючая смесь поджигается электрической искрой. Раскаленные газы — продукты сгорания горючей смеси, оказывают давление на поршень, который при движении совершает полезную работу. Единственным рабочим из четырех тактов двигателя является третий. В то время, когда поршень достигает крайнего нижнего положения, газы сильно охлаждаются при расширении, и давление в цилиндре падает почти до атмосферного. Оба клапана в течение третьего такта остаются закрытыми. Наконец, в четвертом такте поршень возвращается в крайнее верхнее положение, выталкивая отработанные газы через выпускной клапан, который в это время открывается. Впускной клапан в течение четвертого такта закрыт.

Четырехтактный двигатель должен обладать специальным маховиком, за счет кинетической энергии которого могли бы совершаться три пассивных (первый, второй и четвертый) такта работы двигателя. С целью более равномерной работы на общем валу устанавливают 4—6 или больше цилиндров. При этом в каждом такте поршень одного из них совершает рабочий ход. Цилиндры двигателя внутреннего сгорания охлаждают проточной водой, которая, в свою очередь, охлаждается воздушным потоком в радиаторе. Для того чтобы завести двигатель внутреннего сгорания, применяют специальный электромотор (стартер), который питается от аккумулятора.

Малый вес, компактность обеспечили широкое распространение двигателя внутреннего сгорания. Его мощность находится в пределах 0,5—6000 л. с.

К недостаткам двигателя внутреннего сгорания можно отнести следующие: 1) работа на жидком высококачественном топливе (бензине), что экономически не выгодно; 2) малая скорость вращения вала двигателя может быть достигнута только с помощью специальных механических приспособлений (например, зубчатых передач, сцепления и т. п.); 3) выхлоп остатков горючих газов, загрязняющих атмосферу. К. п. д. двигателя внутреннего сгорания не превышает 30%.

Более экономичным является двигатель внутреннего сгорания — дизель, названный в честь немецкого изобретателя Р. Дизеля (1858—1913). Он работает на дешевых сортах жидкого топлива (например, на нефти). Особенности работы дизеля состоят в следующем. Вместо горючей смеси в цилиндре дизеля сжимается воздух до 1010—1212 кПа, чем достигается высокая температура (500—600° С). Затем жидкое топливо впрыскивается в цилиндр с помощью специального компрессора через форсунку. Происходит самовоспламенение горючей смеси. Это топливо горит значительно дольше бензина и, оказывая давление на поршень, производит полезную работу во время всего пути поршня при его движении вниз. К.п.д. дизеля 39%. Дизели широко применяют в автомобилях, на судах, подводных лодках, на электростанциях небольшой мощности.

Реактивные двигатели. Тепловые двигатели, использующие реактивную тягу истекающих газов, называют реактивными. Так как топливо при этом сжигается внутри специальных камер сгорания, то реактивные двигатели также являются двигателями внутреннего сгорания. Они могут перемещаться в безвоздушном пространстве. Непрерывно действующая реактивная тяга позволяет достигать больших ускорений в течение продолжительного времени. Скорости, которые могут быть достигнуты летательными аппаратами с реактивными двигателями, очень велики.

В зависимости от применяемого топлива различают реактивные двигатели твердотопливные, жидкостные и газовые (или воздушные).

Примером реактивных двигателей на твердом топливе являются пороховые ракеты. Жидкостные реактивные двигатели были использованы в самолетах, снарядах-ракетах.

В современной авиации применяют воздушно-реактивные двигатели, в которых окисление топлива происходит в атмосферном кислороде. *Прямоточный* воздушно-реактивный двигатель, всасывающий воздух в процессе движения, может эффективно работать

при достаточно больших скоростях порядка 2000—3000 км/ч. Если в реактивном двигателе имеется турбина, работающая за счет энергии истекающей струи газов, и компрессор, всасывающий воздух и нагнетающий его в камеру сгорания, то такой реактивный двигатель называется *турбокомпрессорным*.

Большой надежностью и экономичностью обладают *турбовинтовые* двигатели, в которых выходящие из камеры сгорания газы вращают турбину, затем это вращение передается винту, расположенному в передней части двигателя. Кроме того, часть движущей силы создается реактивной струей.

Использование реактивных двигателей позволило совершить в СССР первый запуск искусственного спутника Земли и первый полет человека — гражданина Советского Союза Ю. А. Гагарина — в космос. Развитие космонавтики и межпланетных перелетов неразрывно связано с развитием и совершенствованием ракетной техники.

§ 6. Молекулярные явления в жидкостях

Строение жидкостей. Жидкое состояние вещества является промежуточным между твердой и газообразной фазой. Строение жидкости носит в себе черты как твердого, так и газообразного состояния. Вблизи критической точки различие между жидкостью и газом незначительно. Можно считать, что в этом состоянии жидкость представляет собой более плотный газ. При переходе через критическую точку жидкость непрерывно превращается в газ, следовательно, характер движения молекул в жидкой фазе очень похож на хаотическое движение молекул в газе. Однако в жидкости молекулы находятся на близком расстоянии, так что между ними действуют значительные силы молекулярного сцепления. Каждая молекула жидкости некоторое время совершает колебание вокруг определенного положения равновесия. Ее движение подобно колебаниям атомов на узлах кристаллической решетки в твердом теле. Однако время, в течение которого молекула жидкости совершает колебание относительно положения равновесия, невелико. Перемещаясь на расстояние порядка размеров молекул, она снова попадает в равновесное положение и некоторое время совершает колебание относительно нового положения равновесия. Таким образом, происходит процесс медленного блуждания молекулы по объему жидкости. Характерно, что при этом ближайшие соседние молекулы совершают такое же колебательно-блуждающее движение. Соседние молекулы и силы взаимодействия между ними все время меняются. Особенности строения и молекулярного движения в жидкостях определяют ее свойства. Во-первых, это свойство жидкости принимать форму сосуда, в котором она помещена. Во-вторых, это очень маленькая сжимаемость жидкостей. Так, для уменьшения объема воды на 1% требуется давление около 20 МПа. Первое свойство жидкости роднит ее с газами, второе свойство сближает с твердыми телами.

Свойства поверхностного слоя жидкости. Характерной особенностью жидкости является наличие свободной поверхности раздела жидкость — газ, расположенной перпендикулярно к направлению силы тяжести. Если сила тяжести отсутствует, то свободная поверх-

ность принимает сферическую форму, что подтверждается опытами с каплей анилина внутри раствора соли той же плотности, что и плотность анилина (тогда вес анилина уравновешивается выталкивающей силой раствора, и поэтому действие силы тяжести отсутствует). Сферическая поверхность меньше любой другой поверхности, ограничивающей объем данной величины. Следовательно, поверхность жидкости принимает форму, обладающую минимальным значением площади из возможных в данных условиях, т. е. на поверхность жидкости действуют силы, стремящиеся уменьшить (сжать) ее. Поверхностные силы направлены вдоль касательной плоскости в каждой точке ее поверхности.

Поверхностная энергия. Поверхностный слой жидкости обладает особыми свойствами, ибо молекулы жидкости в этом слое находятся в непосредственной близости от другой фазы — газа. Молекула, расположенная вблизи границы раздела жидкость — газ, имеет ближайших соседей только с одной стороны, поэтому сложение всех сил, действующих на эту молекулу, дает равнодействующую, направленную внутрь жидкости. Следовательно, любая молекула жидкости, находящаяся вблизи свободной поверхности, имеет избыток потенциальной энергии, по сравнению с молекулами, находящимися внутри. Для того чтобы перевести молекулу из объема жидкости на поверхность, необходимо совершить работу. Итак, *при увеличении поверхности определенного объема жидкости внутренняя энергия жидкости увеличивается. Эта составляющая внутренней энергии пропорциональна площади поверхности жидкости и называется поверхностной энергией.*

Величина поверхностной энергии зависит от сил молекулярного взаимодействия и количества ближайших соседних молекул. Для различных веществ поверхностная энергия принимает разные значения.

Поверхностное натяжение. Сила, действующая на поверхностный слой жидкости, со стороны молекул, расположенных в ее глубине, создает натяжение поверхностного слоя. Если сделать воображаемый разрез на поверхности жидкой фазы, то оба края этого разреза окажутся под действием сил, направленных в противоположные стороны вдоль поверхности перпендикулярно к линии разреза. Если мысленно предположить, что поверхность с одной стороны разреза отсутствует, то молекула, расположенная на линии разреза, будет испытывать со стороны молекул, лежащих на поверхности раздела, силы, направленные вдоль этой поверхности. Величина силы F, действующей на единицу длины l разреза, определяет поверхностное натяжение жидкости:

$$\sigma = \frac{F}{l}. \tag{5.39}$$

Поверхностное натяжение зависит от сил молекулярного взаимодействия и принимает разные значения для разных жидкостей. У легкоиспаряющихся жидкостей (эфир, спирт, бензин) молекулярные силы, а следовательно, и величина поверхностного натяжения меньше, чем у нелетучих жидкостей (например, у ртути и других жидких металлов). *Поверхностное натяжение зависит от температуры: с повышением температуры оно убывает.* При стремлении жидкости к критической температуре величина поверхност-

ного натяжения стремится к нулю. Величина поверхностного натяжения жидкости уменьшается, если в ней растворяют примеси.

Поверхностное натяжение объясняет многочисленные явления, характерные для жидкого состояния вещества, такие как образование пены, формирование капель при вытекании жидкости через малые отверстия и т. п. Выходя из глубины жидкости, пузырек газа, достигнув поверхности, образует над собой куполообразный тонкий слой жидкости. Если пузырек мал, то выталкивающей силы недостаточно, чтобы он разорвал двойной поверхностный слой. Большое число таких пузырьков, застрявших вблизи поверхности, образует пену.

Процесс образования капли при вытекании жидкости из малого отверстия начинается с того, что под действием силы тяжести происходит выгибание сфероидальной поверхности, которая постепенно принимает грушевидную форму. В верхней части капли образуется сужение, сечение которого быстро уменьшается до тех пор, пока увеличивающийся вес капли не приведет к отрыву. При этом нижняя часть образует основную каплю, а в месте сужения формируется дополнительная маленькая капелька. Затем процесс повторяется. Так, в результате действия переменных сил, равномерное вытекание заменяется прерывистым течением с образованием капель. При очень малом отверстии и недостаточном давлении со стороны жидкости капля может вообще не оторваться. Именно поэтому вода не протекает через мелкосетчатую структуру ткани зонтика или палатки.

Жидкость на поверхности твердых тел. Смачивание. У стенки сосуда, в который налита жидкость, наблюдаются краевые эффекты. При этом возможны два случая. В первом случае, при смачивании твердого тела жидкостью, силы взаимодействия между молекулами жидкости меньше, чем силы взаимодействия между молекулами жидкости и твердого тела. Жидкость стремится растечься по поверхности твердого тела. Вблизи стенки сосуда поверхность жидкости принимает вогнутую форму, поднимаясь вдоль поверхности стенки несколько выше общего уровня жидкости. Так себя ведет вода в чистом стеклянном или металлическом сосуде.

Во втором случае, *при несмачивании жидкостью твердого тела, силы взаимодействия между молекулами жидкости больше, чем силы взаимодействия между молекулами жидкости и твердого тела.* При этом вблизи стенки сосуда поверхность жидкости образует выпуклость так, что место касания жидкости со стенкой находится несколько ниже общего уровня жидкости. Так ведет себя ртуть по отношению к стеклу.

Капля смачивающей жидкости, помещенная на горизонтальную поверхность твердого тела, стремится растечься по этой поверхности. Капля несмачивающей жидкости принимает форму, приближающуюся к сферической (особенно при малых размерах) и легко может перемещаться по поверхности твердого тела.

Флотация. Используя явления смачивания, обогащают природную руду. Суть обогащения состоит в том, чтобы, удалив пустую породу, увеличить содержание полезных ископаемых. Этот способ носит название флотации (флотация — всплывание). Раздробленную в мелкий порошок руду взбалтывают в воде, в которую добавляют небольшое количество жидкости, например масло. Жидкость смачивает полезную составляющую руды и не смачивает пустую породу.

Если жидкость нерастворима в воде, то, вдувая в эту смесь воздух, можно отделить обе составляющие. Покрытые пленкой кусочки полезной составляющей руды будут прилипать к пузырькам воздуха и вместе с ними подниматься вверх. Пустая порода будет оседать на дно.

Капиллярные явления. В природе часто встречаются тела, имеющие пористое строение (пронизаны множеством мелких каналов). Такую структуру имеют бумага, кожа, дерево, почва, многие строительные материалы. Вода или другая жидкость, попадая на такое твердое тело, может впитываться в него, подымаясь вверх на большую высоту. Так поднимается влага в стеблях растений, керосин поднимается по фитилю, промокательная бумага впитывает капельки чернил и т. п. Это явление *называют капиллярным*.

В узкой цилиндрической трубке смачивающая жидкость принимает вогнутую форму, а несмачивающая — выпуклую. Такие изогнутые поверхности называют *мениском*. Под вогнутым мениском появляется дополнительное давление, направленное вверх, в связи с чем уровень жидкости в капилляре выше уровня свободной поверхности. Под выпуклой поверхностью жидкости возникает обратное дополнительное давление, направленное вниз, так что уровень жидкости с выпуклым мениском ниже, чем уровень свободной поверхности. Величина этого добавочного давления P пропорциональна величине поверхностного натяжения жидкости σ и обратно пропорциональна радиусу кривизны мениска:

$$P = \frac{2\sigma}{R}. \tag{5.40}$$

Жидкость в капилляре поднимется на такую высоту, чтобы давление столба жидкости уравновесило избыточное давление. Таким образом, *высота, на которую поднимается жидкость в капиллярной трубке, тем больше, чем больше поверхностное натяжение жидкости и чем меньше радиус трубки и плотность жидкости.* Если радиус внутреннего сечения трубки r, плотность жидкости ρ и ускорение свободного падения g, то высота подъема жидкости

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}. \tag{5.41}$$

Капиллярное явление используют при определении величины поверхностного натяжения.

Адсорбция. Явление, аналогичное смачиванию, наблюдается при соприкосновении твердой и газообразной фаз. Если силы взаимодействия между молекулами твердого тела и газа велики, то твердое тело, находящееся в газе, покрывается слоем молекул газа. Такое явление называется адсорбцией. Количество адсорбированного газа зависит от природы и свойств газа и твердого тела и пропорционально величине поверхности твердого тела. Поэтому большой адсорбционной способностью обладают пористые вещества. Свойство активированного угля (т. е. угля, освобожденного прокаливанием от смолистых примесей) адсорбировать большое количество газа используют в противогазах, в химической промышленности (например, для улавливания полезных или вредных газов, для ускорения химических реакций).

48. Тонкое алюминиевое кольцо радиусом $r = 7{,}8$ см и весом $P = 7 \cdot 10^{-2}$ Н соприкасается с раствором мыла. Какое усилие необходимо приложить, чтобы оторвать кольцо от раствора, считая, что поверхностное натяжение $\sigma = 0{,}04$ Н/М?

Решение. Усилие F должно быть не меньше, чем сумма двух сил: веса кольца P и силы поверхностного натяжения $F = \sigma l$, где l — длина границы соприкосновения кольца с раствором. Поскольку кольцо соприкасается с раствором внутренней и внешней сторонами, то $l = 2 \cdot 2\pi r$. Следовательно, $F = P + 4\pi r\sigma$; $F \approx 0{,}11$ Н.

49. Спичка длиной $l = 4$ см плавает на поверхности воды. Если по одну сторону от спички осторожно налить мыльный раствор, то спичка придет в движение. Определить величину и направление силы, движущей спичку, если поверхностное натяжение воды при заданной температуре $\sigma_1 = 0{,}074$ Н/м, а поверхностное натяжение мыльного раствора $\sigma_2 = 0{,}04$ Н/м.

Решение. Сила, приводящая спичку в движение, равна разности сил, действующих со стороны поверхностного натяжения воды $F_1 = \sigma_1 l$ и со стороны поверхностного натяжения мыльного раствора $F_2 = \sigma_2 l$, и направлена в сторону среды с бо́льшим σ. Следовательно, $F = F_1 - F_2 = l(\sigma_1 - \sigma_2)$, т. е. $F = 1{,}36 \cdot 10^{-3}$ Н и направлена в сторону, где спичка соприкасается с водой.

50. Чему равен коэффициент поверхностного натяжения воды, если с помощью пипетки, имеющей кончик диаметром $2r = 0{,}4$ мм, можно дозировать воду с точностью до $m = 0{,}01$ г?

Решение. Точность дозировки определяет вес одной капли. Капля отделяется от кончика пипетки, когда вес капли уравновесит вертикальную составляющую силы поверхностного натяжения. Величина этой силы равна $2\pi r\sigma$. Следовательно, $mg = 2\pi r\sigma$, откуда $\sigma = mg/2\pi r$. Подставляя численные значения, получим $\sigma = 7{,}8 \times 10^{-2}$ Н/м.

51. В вертикальную цилиндрическую трубку, закрытую снизу пористым фильтром, налит слой ртути толщиной $h = 0{,}1$ м. Чему равны диаметры каналов фильтра, если ртуть продавливается через фильтр при дополнительном давлении на ее поверхность в $P_0 = 80{,}8$ кПа? Коэффициент поверхностного натяжения ртути $\sigma = 0{,}465$ Н/м.

Решение. Поскольку ртуть не смачивает фильтр, то в капиллярах фильтра в результате образования мениска создается обратное давление $P = 2\sigma/r$, где r — радиус канала. Ртуть начнет продавливаться через фильтр, когда вес столба ртути $P_1 = \rho gh$ и дополнительное давление P_0 уравновесят обратное давление P, т. е. при условии $P_0 + \rho gh = 2\,\sigma/r$, откуда $r = \dfrac{2\sigma}{P_0 + \rho gh}$. Подставляя числа, найдем $r = 8$ мк.

52. Капиллярная трубка погружена в воду так, что длина ее над водой составляет $l = 0{,}2$ м. Вода поднялась в трубке на высоту $l/2 = 0{,}1$ м. В этом положении верхний конец трубки зажимают и погружают в воду до тех пор, пока уровень воды в трубке не сравняется с уровнем воды в сосуде. Найти длину h выступающей из воды части трубки в этом положении. Внешнее давление равно 10^5 Н/м².

Решение. Вода поднимается под действием сил поверхностного натяжения на высоту, определяемую из условия $2\pi r\sigma = \pi r^2 \rho g \frac{l}{2}$, где σ — коэффициент поверхностного натяжения, r — радиус трубки. Во втором случае сила поверхностного натяжения уравновешивает силу, возникающую за счет разности давления внутри трубки и атмосферного давления P_0: $2\pi r\sigma = \pi r^2 (P - P_0)$. Из этих двух уравнений находим $P - P_0 = \rho g \frac{l}{2}$. Давление P можно найти из закона Бойля-Мариотта $PV = P_0 V_0$, т. е. $\pi r^2 h P = P_0 \pi r^2 l/2$, т. е. $P = P_0 \frac{l}{2h}$. Следовательно, $P_0 \left(\frac{l}{2h} - 1\right) = \rho g l/2$, откуда $h = \frac{l}{2(1 + \rho g l/2P_0)}$. Подставляя численные значения, получим: $h = 9{,}9$ см.

53. Какое количество энергии освобождается при слиянии мелких водяных капель радиусом $r_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ мм в одну большую каплю радиусом $r_2 = 2$ мм. Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 7{,}4 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

Решение. Поверхность n мелких капель $S_1 = 4\pi r_1^2 n$, поверхность большой капли $S_2 = 4\pi r_2^2$. По условию задачи сумма объемов n капель $V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 n$ равна объему большой капли $V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3$, т. е. $n r_1^3 = r_2^3$, откуда $n = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$. Количество энергии W, освобождающееся при уменьшении поверхности на величину $S_1 - S_2$, равно $W = \sigma \times (S_1 - S_2) = 4\pi\sigma (r_1^2 n - r_2^2)$ или $W = 4\pi r_2^2 \sigma \left(\frac{r_2}{r_1} - 1\right)$. Подставляя численные значения, получим: $W = 3{,}5 \cdot 10^{-3}$ Дж.

54. Если коснуться поверхности воды кусочком сахара, то опилки, плавающие на поверхности воды, соберутся к сахару. Если коснуться поверхности воды кусочком мыла, то опилки разбегутся. Объяснить это явление.

Ответ. Кусок сахара представляет собой пористое вещество с большим количеством капилляров, по которым поднимается вода, поэтому вода и опилки движутся к кусочку сахара. Мыло, растворяясь в воде, образует раствор, поверхностное натяжение которого меньше, чем у воды. Поэтому со стороны воды на участок мыльного раствора будет действовать избыточная сила поверхностного натяжения воды, направленная от мыла наружу. Опилки будут разбегаться.

55. Капиллярная, длинная, открытая с обоих концов трубка с внутренним радиусом 1 мм наполнена водой и поставлена вертикально. Какова будет высота h столба воды, оставшейся в капилляре? Коэффициент поверхностного натяжения воды принять равным 0,074 Н/м.

Ответ. $h = 0{,}03$ м.

56. Рамка, охватывающая поверхность 40 см², затянута мыльной пленкой. Насколько уменьшится энергия пленки при сокращении ее площади вдвое? Температура постоянна.

Ответ. На $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ Дж.

57. В вакууме находится чашка с маслом, имеющим весьма низкую упругость пара и хорошо смачивающим стекло, в которую погружена стеклянная трубка радиусом 1 мм. Найти давление в масле на высоте $h/3$ над уровнем масла в чашке (h — высота, на которую поднимается масло в капиллярной трубке). Коэффициент поверхностного натяжения масла $\sigma = 0,03$ Н/м.

Ответ. $P = -20$ Н/м².

§ 7. Водяной пар в атмосфере

Абсолютная и относительная влажность. Количество водяных паров, содержащихся в атмосфере, влияет на процессы, происходящие в ней. Еще большее влияние оказывает влажность на жизнедеятельность растений, животных и человека. Воздух никогда не бывает совершенно лишенным влаги, даже над пустыней. *Количество водяных паров в 1 м³ воздуха, выраженное в граммах, называется абсолютной влажностью.* Значение величины абсолютной влажности при данной температуре ограничено количеством насыщенного водяного пара.

Отношение количества водяного пара, фактически имеющегося в воздухе, к тому количеству, которое необходимо для его насыщения при заданной температуре, называется относительной влажностью. Следовательно, относительная влажность прямо пропорциональна абсолютной влажности и обратно пропорциональна количеству пара, необходимого для насыщения при данной температуре.

Относительная влажность влияет на самочувствие человека и его здоровье. Человек хорошо переносит жару при температуре 25 или 30° С, если относительная влажность составляет 25%. Однако при той же температуре и относительной влажности 80 и 90% жара переносится очень плохо. При температуре воздуха 18° С и относительной влажности 25% ощущается холод, а при той же температуре и относительной влажности 60% самочувствие хорошее. Это различие в самочувствии объясняется интенсивностью испарения при дыхании. Высокая относительная влажность замедляет процесс испарения и не допускает охлаждения. Поэтому при низкой температуре повышенная влажность обеспечивает удовлетворительное состояние, а при высокой температуре и больших значениях относительной влажности может наступить перегрев. Если температура воздуха понижается, то относительная влажность увеличивается. Так как уменьшение температуры приводит к уменьшению количества влаги, необходимой для насыщения водяных паров при этой температуре, по сравнению с исходной, то для данного значения абсолютной влажности существует такая температура, ниже которой часть паров воды должна сконденсироваться. В атмосфере при этом образуется туман или выпадает роса.

Температура, при которой воздух насыщается водяными парами, называется *точкой росы*.

Гигрометр и психрометр. Для измерения относительной влажности применяется специальный прибор *гигрометр*. В волосяном гигрометре используется свойство человеческого волоса удлиняться во влажном воздухе и сокращаться в сухом. Изменение длины волоса обратимо и может служить индикатором влажности, если про-

градуировать шкалу, на которой с помощью стрелки фиксировать это изменение.

Влажность определяют также *психрометром*, принцип действия которого основан на сравнении температуры влажного и сухого тела. Температура влажного тела ввиду охлаждения при испарении уменьшается по сравнению с сухим телом. Психрометр состоит из двух одинаковых термометров, нижняя часть одного из которых обернута кусочком батиста, частично опущенного в резервуар с водой. Разность показаний термометров тем больше, чем меньше влажность воздуха. Зная температуру сухого и влажного тела, значение относительной влажности получают с помощью специальной психрометрической таблицы. Существует пращевый психрометр, также состоящий из сухого и увлажненного термометров. Батист погружают в воду, затем психрометр вращают в воздухе, подобно праще, обеспечивая интенсивное испарение. Относительную влажность определяют с помощью психрометрической таблицы.

Задачи

58. В запаянной трубке объемом $V = 0,4$ л находится водяной пар под давлением $P_1 = 8,0$ кПа при температуре $t_1 = 150°$ С. Какое количество росы m_x выпадает на стенках трубки при охлаждении ее до $t_2 = 22°$ С. Давление насыщающих паров воды при $t_2 = 22°$ С равно: $P_2 = 25,32$ кПа.

Решение. Из уравнения газового состояния находим массу водяного пара, создающего давление P_1: $m_1 = \frac{\mu P_1 V}{RT_1}$ и массу m_2 водяного пара, насыщающего при температуре $t_2 : m_2 = \frac{\mu P_2 V}{RT_2}$. Количество выпавшей росы $m_x = m_1 - m_2 = \frac{\mu V}{R}\left[\frac{P_1}{273 + t_1} - \frac{P_2}{273 + t_2}\right]$. Подставляя численные значения, получим $m_x = 8,9 \cdot 10^{-3}$ г.

59. Давление насыщающего водяного пара при температуре $t_1 = 36°$ С равно $P_1 = 5,945$ кПа. Сколько весит при этой температуре $V_1 = 1$ м^3 влажного воздуха при относительной влажности $B = 80\%$ и нормальном давлении $P_2 = 101,3$ кПа?

Решение. Вес воздуха состоит из веса водяных паров и веса газов, входящих в состав воздуха. Давление водяных паров P_3 при относительной влажности B и значении давления паров при насыщении P_1 равно: $P_3 = \frac{B}{100} P_1$, так как $\frac{B}{100} = \frac{m_3}{m_1}$ и $m_1 = \frac{\mu P_1 V}{RT}$; $m_3 = \frac{\mu P_3 V}{RT}$. Парциальное давление остальной части воздуха $P = P_2 - P_3 = P_2 - \frac{BP_1}{100}$. Из уравнения газового состояния массу водяных паров m_1 и остального воздуха m_2 найдем по формулам $m_1 = \frac{\mu_1 BP_1 V_1}{100R\,(273 + t_1)}$ и $m_2 = \frac{\mu_2\left(P_2 - \frac{BP_1}{100}\right)V_1}{R\,(273 + t_1)}$, где $\mu_1 = 18$ и $\mu_2 = 29$ — значения молекулярных весов водяного пара и воздуха. Искомый вес $P_x = (m_1 + m_2)\,g$.

или $P_x = \frac{V_1 g}{R(273 + t_1)} \left[\frac{\mu_1 B P_1}{100} + \mu_2 \left(P_2 + \frac{BP_1}{100} \right) \right]$. Откуда $P_x =$ $= 11{,}017$ Н.

60. Почему в холодную погоду запотевают только те стороны оконных стекол, которые обращены внутрь комнаты?

Ответ. Абсолютная влажность воздуха в комнате, особенно если в ней находится много людей, больше абсолютной влажности воздуха снаружи. На холодной поверхности стекла конденсируется избыток влаги, по сравнению с количеством насыщающего пара при температуре этой поверхности.

61. При каком условии относительная влажность может увеличиваться, несмотря на уменьшение абсолютной влажности?

Ответ. При условии сильного понижения температуры.

62. На сколько изменится подъемная сила F воздушного шара объемом V, если относительная влажность воздуха увеличится на 20%? Давление и температуру при этом считать неизменными, плотность насыщающих паров воды при данной температуре считать равной $P(T)$. Молекулярные веса воздуха и паров соответственно равны: $\mu_1 = 29$, $\mu_2 = 18$.

Ответ. $\Delta F = -0{,}2V \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right) \rho g$.

Глава 6

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

§ 1. Электрические заряды

Электрические заряды и их взаимодействие. В результате соприкосновения (трения) двух разнородных тел происходит явление *электризации*. Состояние электризации может передаваться от одного тела к другому, что связано с переносом *электрического заряда*. Телу можно передать больший или меньший заряд, т. е. заряд имеет величину. Электрические заряды способны перемещаться по телу. Тела, по которым электрические заряды перемещаются легко, называются *проводниками*. Тела, по которым электрические заряды не перемещаются, называются *изоляторами* или *диэлектриками*. Разделение на проводники и изоляторы является условным.

Существует два рода электрических зарядов: положительные и отрицательные. Заряды, которые возникают при трении стекла о кожу, условились называть положительными, при трении эбонита о шерсть — отрицательными. В незаряженном теле всегда имеется одинаковое количество положительных и отрицательных зарядов, которые компенсируют друг друга. При электризации заряды разделяются. Процесс электризации состоит в перенесении на тело или отделении от тела зарядов без изменения их общего числа. Электрон — это самая маленькая устойчивая частица с отрицательным элементарным (единичным) зарядом, равным $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ кулона. Электрические заряды называются точечными, если линейные размеры тел, на которых эти заряды находятся, много меньше расстояния между этими телами.

Французский ученый Ш. О. Кулон (1736—1806) установил, что *два точечных заряда q_1 и q_2, расположенные на расстоянии r друг от друга, взаимодействуют с силой F, которая прямо пропорциональна величинам зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль линии, соединяющей эти заряды (закон Кулона)*:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}, \tag{6.1}$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств среды, в которой происходит взаимодействие. В системе СИ $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon'}$. Величина $\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0}$, показывающая, во сколько раз взаимодействие зарядов в среде меньше, чем в вакууме (пустоте), называется относительной диэлектрической проницаемостью. ε' и ε_0 — абсолютные диэлектрические проницаемости соответственно среды и вакуума.

Одноименные заряды отталкиваются ($F > 0$), разноименные — притягиваются ($F < 0$). В системе СИ единицей заряда является *кулон*, Кл.

Алгебраическая сумма зарядов в электрически изолированной системе всегда остается неизменной (закон сохранения электрического заряда).

Электростатическая индукция. Если приблизить к незаряженному изолированному проводнику заряженное тело, то на проводнике происходит разделение зарядов: на ближнем конце появляется разноименный заряд, на дальнем — одноименный. Это явление называется *электростатической индукцией.* Электризация в этом случае происходит в результате разделения имеющихся в проводнике в равном количестве положительных и отрицательных зарядов. Заряды располагаются на наружной поверхности проводника. При удалении проводника из поля тело оказывается незаряженным. Распределение зарядов на поверхности проводника характеризуется поверхностной *плотностью* электрических зарядов $\sigma = \frac{q}{S}$, где q — величина заряда, распределенного на площади поверхности S.

Задачи

1. Три точечных заряда размещены на расстоянии $r = 10$ см друг от друга и взаимодействуют с силами 49 мН, 78,4 мН и 117,6 мН. Определить величину зарядов.

Решение. Согласно закону Кулона, между каждой парой зарядов действуют силы:

$$F_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}; \quad F_2 = \frac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon_0 r^2}; \quad F_3 = \frac{q_2 q_3}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — диэлектрическая проницаемость вакуума (сделано допущение, что заряды расположены в вакууме или в среде с проницаемостью, близкой к ε_0). Тогда величины взаимодействующих зарядов

$$q_1 = r\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 F_1 F_2}{F_3}}; \quad q_2 = r\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 F_1 F_3}{F_2}}; \quad q_3 = r\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 F_2 F_3}{F_1}}.$$

Подставив численные значения, находим:

$$q_1 \approx 1{,}9 \cdot 10^{-7}\ \text{Кл}; \quad q_2 \approx 2{,}9 \cdot 10^{-7}\ \text{Кл}; \quad q_3 \approx 4{,}6 \cdot 10^{-7}\ \text{Кл}.$$

2. Два одинаковых шарика массой m каждый подвешены в одной точке на нитях длиной l. После того как их одинаково зарядили, шарики разошлись на угол α. Определить заряды шариков.

Решение. На каждый шарик (рис. 22) действуют две силы: вес шарика $P = mg$ и сила отталкивания $F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$, где $\frac{r}{2} = l \sin\frac{\alpha}{2}$.

Из рис. 22 видно, что $F = mg\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$. Приравняем правые части уравнений:

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\left(4l^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}\right)} = mg\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2},$$

отсюда

$$q=\sqrt{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\cdot 4l^2\sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot mg\cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}=4l\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\pi\varepsilon_0\varepsilon mg\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}.$$

3. Расстояние между двумя одинаковыми шарами, заряженными разноименно, равно: $l = 2$ см. Радиусы шаров намного меньше l. Шары притягиваются с силой $F_1 = 4\cdot 10^{-5}$ Н. После кратковременного соединения шары оттолкнулись с силой $F_2 = 2{,}25\cdot 10^{-5}$ Н. Определить величину первоначальных зарядов шаров (в вакууме ε_0).

Решение. До соединения шары взаимодействуют с силой

$$F_1=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}. \qquad (1)$$

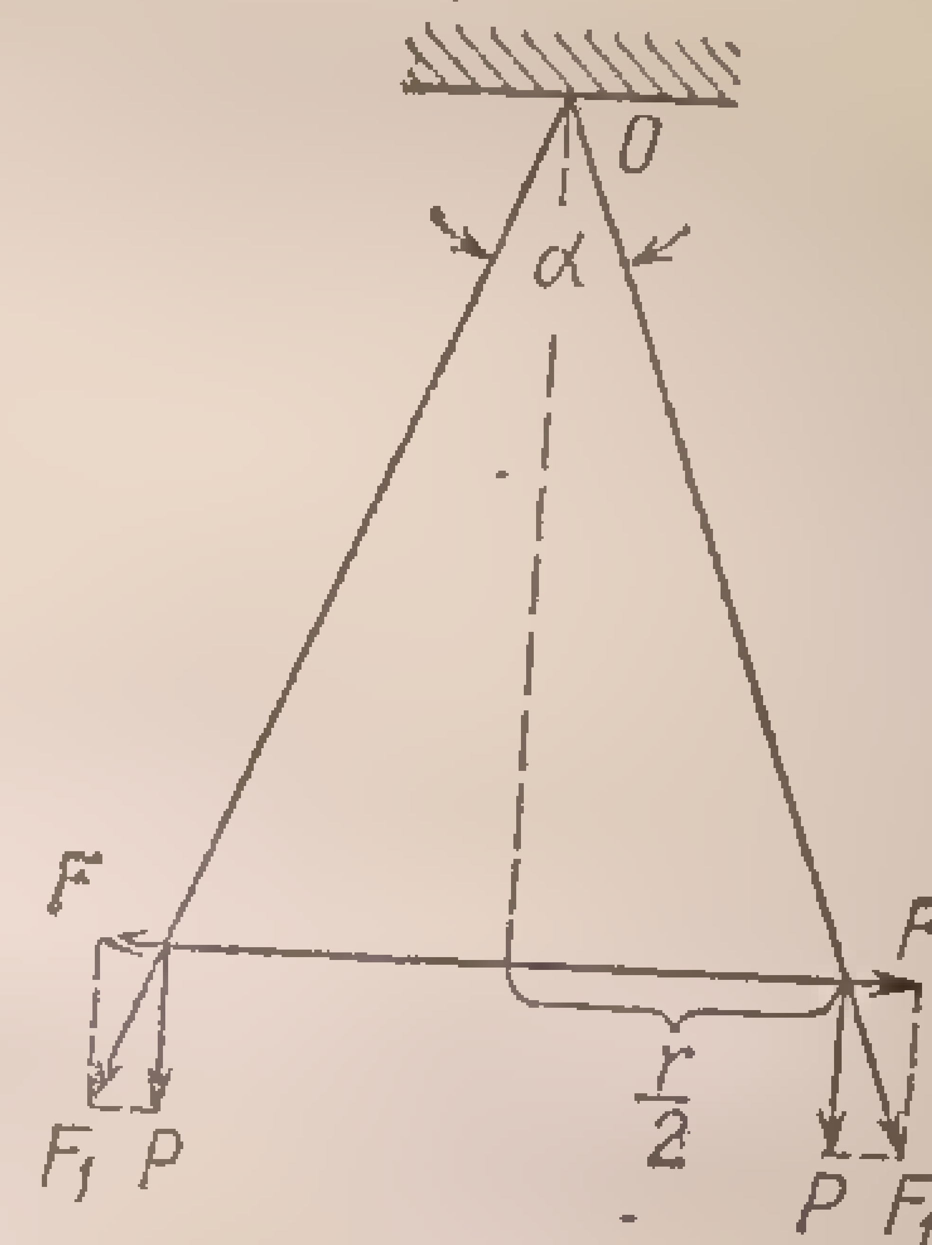


Рис. 22.

После соединения заряд каждого шара станет равным: $q=\frac{q_1+q_2}{2}$; а сила взаимодействия

$$F_2=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}=\frac{(q_1+q_2)^2}{4\pi\varepsilon_0 4l^2}. \qquad (2)$$

Из (1) $q_1q_2=F_1l^2\cdot 4\pi\varepsilon_0$, из (2) $q_1+q_2=2l\sqrt{F_2}\cdot\sqrt{4\pi\varepsilon_0}$. Решив систему уравнений, получим

$$q_1=l\left(\sqrt{F_2}+\sqrt{F_2-F_1}\right)\sqrt{4\pi\varepsilon_0}=2{,}67\cdot 10^{-9}\ \text{Кл};$$

$$q_2=l\left(\sqrt{F_2}-\sqrt{F_2-F_1}\right)\sqrt{4\pi\varepsilon_0}=-0{,}67\cdot 10^{-9}\ \text{Кл}.$$

Примечание. *При подстановке числовых данных необходимо учесть, что силы притяжения и отталкивания имеют разные знаки.*

4. Два одинаковых металлических шарика имеют положительные заряды $1{,}67\cdot 10^{-9}$ и $6{,}67\cdot 10^{-9}$ Кл и расположены на расстоянии 10 см друг от друга. Изменится ли сила взаимодействия шаров после того, как их на короткое время соединить? Какой заряд будет на каждом шаре после соединения?

Ответ. Сила взаимодействия увеличится. На каждом шаре после соединения будет заряд $4{,}17\cdot 10^{-9}$ Кл.

5. Отрицательный точечный заряд $-5q$ и положительный $+2q$ закреплены на расстоянии r друг от друга. Где (на линии, соединяющей эти заряды) следует поместить положительный заряд q_1, чтобы он находился в равновесии?

Ответ. На расстоянии $r_1\approx 1{,}72\,r$ от положительного заряда.

§ 2. Электрическое поле

Напряженность электрического поля. В пространстве, где действуют электрические силы, существует *электрическое поле.* Поле характеризуется напряженностью E, измеряемой силой F,

действующей в данной точке поля на единичный пробный положительный заряд q:

$$E = \frac{F}{q}. \tag{6.2}$$

Напряженность поля точечного заряда q в точке, расположенной на расстоянии r, определяется выражением

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}. \tag{6.3}$$

Поскольку электрическое поле является силовым, оно характеризуется *направлением* $\vec{F} = q\vec{E}$. За направление напряженности поля принимают направление силы, действующей на положительный заряд.

Векторное поле E в пространстве представляют *силовыми линиями*. Касательная к силовой линии в каждой точке дает направление поля, а число силовых линий, проходящих перпендикулярно к данной площадке через единицу площади, характеризует величину напряженности поля E.

Силовые линии непрерывны, нигде не пересекаются. Они начинаются и кончаются только на зарядах. В случае действия двух и более зарядов напряженность в любой точке может быть определена по правилу параллелограмма. Если заряды на проводнике находятся в равновесии, то поле внутри проводника отсутствует. Поле, напряженность которого во всех точках имеет одинаковое направление и величину, называется однородным.

Под влиянием электрического поля происходит поляризация диэлектрика, заключающаяся в том, что центры положительных и отрицательных зарядов атома или молекулы, совпадающие в отсутствие поля, под его действием расходятся и образуют диполь (атомная или молекулярная поляризация). Существуют вещества, молекулы которых являются диполями даже при отсутствии внешнего поля. Степень поляризуемости определяется диэлектрической проницаемостью вещества, которая показывает, во сколько раз уменьшается напряженность поля данных зарядов в однородном диэлектрике по сравнению с вакуумом.

При перемещении заряда q на расстояние s в электростатическом поле с напряженностью E под действием силы F совершается работа

$$A = Fs\cos\alpha = qEs\cos\alpha, \tag{6.4}$$

где α — угол между направлениями векторов E и s. Работа по перемещению заряда в электростатическом поле не зависит от формы пути. Она определяется только исходным и конечным положениями движущегося заряда. При перемещении заряда по замкнутому контуру выполненная работа всегда равна нулю.

Разность потенциалов. Любая точка пространства, в котором действуют силы, характеризуется определенным значением потенциала. *Потенциал электростатического поля в данной точке численно равен работе, выполняемой силами поля при перемещении*

единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность:

$$\varphi = \frac{A}{q}. \tag{6.5}$$

Потенциал является скалярной величиной. Часто за нулевое значение принимается потенциал Земли.

Потенциал поля в данной точке считается положительным, если перемещение положительного единичного заряда из данной точки в бесконечность выполняется силами поля, и отрицательным если силы поля препятствуют такому перемещению.

При некотором заданном положении точек A и B работа, совершаемая при перенесении единичного заряда, зависит только от электрического поля и поэтому может быть его характеристикой. Эта величина называется *разностью потенциалов* между точками A и B или *электрическим напряжением* (не путать с напряженностью поля). Таким образом, разность потенциалов между любыми двумя точками A и B равна отношению работы, совершаемой на этом участке электрическими силами, к величине перемещаемого заряда:

$$U = \varphi_A - \varphi_B = \frac{A}{q}. \tag{6.6}$$

В системе СИ за единицу напряжения выбран *вольт*, В, такая разность потенциалов между двумя точками, при которой затрачивается работа в 1 джоуль для перемещения положительного заряда в 1 кулон между этими двумя точками.

Физический смысл имеет только разность потенциалов (напряжение) между двумя любыми точками в электрическом поле, так как работу, выполняемую при переносе заряда, можно определить только в том случае, если заданы начало и конец пути. Разность потенциалов не зависит от выбора нулевой точки отсчета. Потенциал же какой-либо точки поля есть условная величина. Она зависит не только от свойств поля, но и от выбора нулевой точки отсчета. Потенциалы различных точек на одной силовой линии различаются между собой.

Эквипотенциальной поверхностью или поверхностью равного потенциала называется поверхность, для любых точек которой разность потенциалов равна нулю. Линия пересечения этой поверхности с плоскостью образует эквипотенциальную линию. При перемещении заряда по эквипотенциальной поверхности (или линии) работа равна нулю. Это бывает в тех случаях, когда направление перемещения перпендикулярно к действующей силе, т. е. эквипотенциальная поверхность в любой точке перпендикулярна к силовым линиям.

В однородном электрическом поле напряженность E во всех точках одинакова, и на заряд q, перемещенный в это поле, действует сила $F = qE$. При перемещении заряда из точки 1 в точку 2, расстояние между которыми d и разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, выполняется работа:

$$A = Fd = qEd = q(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{6.7}$$

Отсюда

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}. \tag{6.8}$$

В системе СИ за единицу напряженности электрического поля принимается *вольт на метр*, В/м.

Из формулы (6.8) следует, что если разность потенциалов положительна, то и напряженность поля положительна. Ранее было принято за положительное то направление E, вдоль которого сила поля действует на положительный заряд; поэтому положительный заряд стремится двигаться в направлении уменьшения потенциала, а отрицательный заряд под действием сил поля будет перемещаться в сторону возрастания потенциала.

Электрическое поле Земли. С помощью электрометра (прибора для измерения разности потенциалов) можно показать, что между точками, расположенными на различной высоте над поверхностью Земли, существует разность потенциалов, т. е. у поверхности Земли имеется электрическое поле. В среднем напряженность поля вблизи поверхности Земли составляет примерно 130 В/м. С удалением от Земли это поле быстро ослабевает и уже на высоте 1000 м составляет всего 40 В/м, а на расстоянии в 10 км оно почти незаметно.

Земля в целом (без атмосферы) обладает отрицательным зарядом, величина которого составляет около 500 000 кулонов. Этот заряд сохраняется почти без изменений за счет процессов, протекающих в атмосфере Земли и в мировом пространстве. Положительный заряд, равный по величине отрицательному заряду Земли, как показали исследования последних лет, расположен на высоте нескольких десятков километров над поверхностью Земли. Этот заряд создается слоем положительно заряженных молекул (ионов).

Простейшие электрические поля. а. *Заряженный шар*, удаленный от других предметов, создает вокруг себя такое же поле, как если бы его заряд был сосредоточен в центре шара.

б. *Плоские параллельные пластины.* Если размеры пластин намного больше расстояния между ними, то между пластинами (за исключением краев) создается однородное поле: $E = \frac{U}{d}$, где U — разность потенциалов между пластинами, d — расстояние между ними.

в. *Коаксиальные цилиндры* создают электрическое поле, которое в радиальном направлении неоднородно. Наибольшая напряженность возникает у поверхности внутреннего цилиндра.

Самая большая плотность зарядов образуется в местах наибольшей выпуклости поверхности проводника: на ребрах, остриях и т. д. Заряд, сообщенный изнутри полому проводнику (шару), всегда переходит на наружную поверхность проводника. Это явление использовано в электростатическом генераторе Ван-дер-Граафа, шары которого ($R = 4{,}5$ м) могут быть заряжены до потенциала $+5 \cdot 10^6$ В и $-5 \cdot 10^6$ В с помощью какого-либо источника электрических зарядов с постоянной разностью потенциалов всего в несколько тысяч вольт. Заряды от этого источника передаются шарам движущейся шелковой лентой. Бóльшую разность потенциалов (свыше 10^7 В) получить нельзя, вследствие утечки зарядов с наружной поверхности шаров.

Электроемкость. Конденсаторы. *Электроемкостью проводника С называют численную величину заряда, которую нужно сооб-*

щить проводнику, чтобы изменить его потенциал на единицу,

$$C = \frac{q}{\varphi}. \tag{6.9}$$

Емкость проводника зависит от его формы, линейных размеров и диэлектрической проницаемости среды, окружающей проводник, и не зависит от величины расположенного на нем заряда. Единицей емкости в системе СИ является *фарада*, Ф,— емкость проводника, в котором изменение заряда на 1 кулон меняет его потенциал на 1 вольт.

Конденсатором называется система двух (или нескольких) разноименно заряженных проводников с равными по величине зарядами. Если проводники являются параллельными пластинами, то такой конденсатор называется плоским. Его поле практически сосредоточено между пластинами. Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \tag{6.10}$$

где $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между его пластинами. Емкость характеризует систему обеих пластин в их взаимном расположении, а не одну отдельную пластину. Емкость плоского конденсатора можно также записать в следующем виде:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \tag{6.11}$$

где S — площадь одной из пластин, d — расстояние между пластинами (толщина диэлектрика). Значение C получаем в фарадах.

Емкость конденсатора, состоящего из n пластин,

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S (n-1)}{d}. \tag{6.12}$$

Емкость шара радиусом r

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r. \tag{6.13}$$

Емкость шарового конденсатора, состоящего из двух концентрических металлических сфер радиусами r_1 и r_2,

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad (r_2 > r_1). \tag{6.14}$$

Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln r_2/r_1} \quad (r_2 > r_1), \tag{6.15}$$

где r_2 и r_1 — радиусы внешнего и внутреннего цилиндров соответственно; l — длина конденсатора.

Емкость двух цилиндрических параллельных проводников длиной l, имеющих радиусы r и расположенных на расстоянии a между их осями,

$$C = \frac{\pi \varepsilon \varepsilon_0 l}{\ln \frac{a}{r}}. \qquad (6.16)$$

Для конденсаторов всех типов существует пробивное напряжение — та разность потенциалов между обкладками, при которой происходит электрический разряд через слой диэлектрика. Это напряжение зависит от свойств и толщины диэлектрика, а также от формы обкладок.

Емкость конденсатора зависит не только от размера, формы и взаимного расположения пластин (проводников), но также и от вещества диэлектрика, заполняющего промежуток между пластинами. Емкость конденсатора C, в котором все пространство заполнено диэлектриком, в ε раз больше емкости конденсатора C_0, между пластинами которого создан вакуум:

$$C = \varepsilon C_0,$$

где ε — диэлектрическая проницаемость среды, зависящая лишь от природы диэлектрика. Эта формула справедлива для конденсатора любой формы. Так как емкость конденсатора с диэлектриком увеличилась в ε раз, то соответственно при тех же самых зарядах на обкладках (пластинах) разность потенциалов между ними уменьшилась в ε раз, т. е. уменьшилась и напряженность поля в конденсаторе в ε раз. Понижение напряженности поля обусловлено поляризацией диэлектрика (упорядоченным расположением диполей по силовым линиям поля). Возникающее при поляризации поле всегда противоположно по направлению полю, создаваемому зарядами на обкладках. Это приводит к ослаблению последнего.

Понятие электрической емкости используют для определения единицы измерения *абсолютной диэлектрической проницаемости* вакуума ε_0. Из выражения $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ находим: $\varepsilon_0 = \frac{Cd}{S}$. За единицу измерения ε_0 в системе СИ принята *фарада на метр* (Ф/м).

Емкость батареи конденсаторов:

а) при последовательном соединении

$$\frac{1}{C_{посл}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}; \qquad (6.17)$$

б) при параллельном соединении

$$C_{пар} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n. \qquad (6.18)$$

Энергия заряженных тел (энергия электрического поля). Электрическую энергию поля заряженного проводника W_e можно определить из соотношения:

$$W_e = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}, \qquad (6.19)$$

где C — электроемкость проводника; q — его заряд и φ — потенциал проводника. Для конденсатора φ — разность потенциалов между его пластинами, а C — его емкость.

Объемная плотность энергии электрического поля (энергия поля в единице объема) с напряженностью E выразится формулой:

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \qquad (6.20)$$

Задачи

6. P одинаковых капелек трансформаторного масла заряжены одновременно до одного и того же потенциала φ_i. Определить потенциал φ большой капли, получившейся в результате слияния всех маленьких капель (считать капли сферическими).

Решение. Пусть r — радиус маленькой капли, а R — радиус большой капли. При слиянии P маленьких капель в одну большую объем не меняется, поэтому сумма объемов маленьких капель равна объему большой капли:

$$P \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \text{и} \quad R = r\sqrt[3]{P}.$$

Заряд каждой маленькой капли $q = C\varphi_i = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r\varphi_i$, так как шар имеет электрическую емкость $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r$. Общий заряд капелек при их слиянии в одну сохраняется. Поэтому $P \cdot 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r\varphi_i = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R\varphi$. Подставив значение R, получим $P \cdot r\varphi_i = r\sqrt[3]{P} \cdot \varphi$. Отсюда $\varphi = \sqrt[3]{P^2} \cdot \varphi_i$.

7. Точечные заряды $q_1 = 9 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -10^{-9}$ Кл находятся в пустоте на расстоянии 1 м друг от друга. Найти точку, где напряженность созданного ими электрического поля равна нулю.

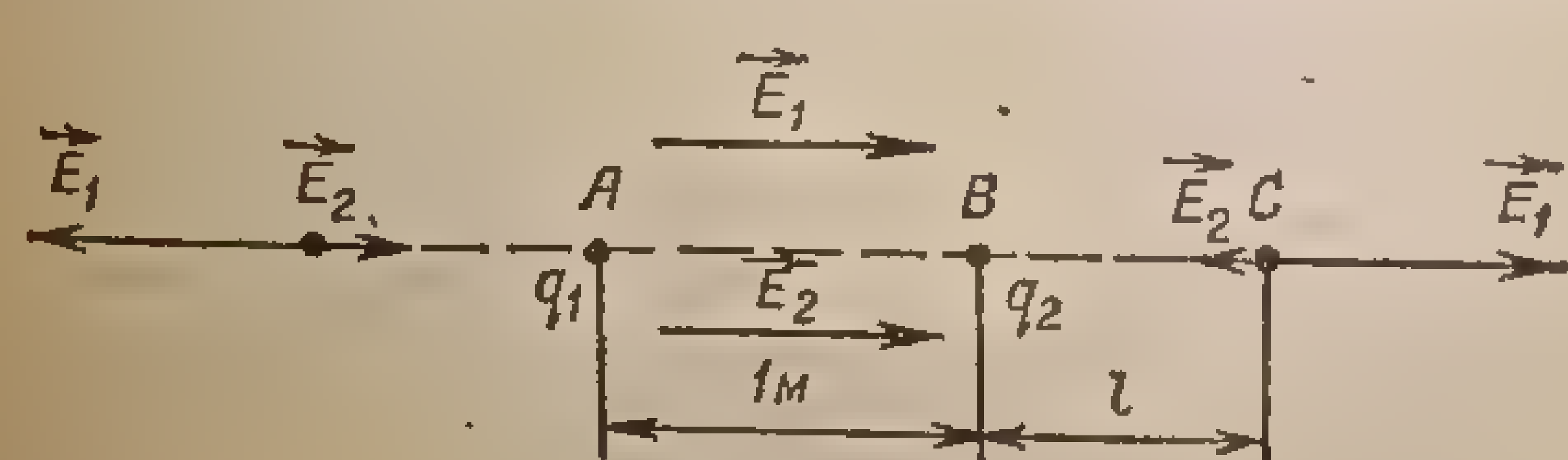


Рис. 23.

Решение. Пусть E_1 — напряженность поля, создаваемого зарядом q_1, а E_2 — зарядом q_2. На участке AB прямой, проходящей через заряды q_1 и q_2, векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ направлены в одну и ту же сторону (рис. 23), поэтому их сумма не может равняться нулю. Слева от точки A на прямой AB напряженность E_1 в любой точке по величине всегда больше, чем напряженность E_2 в этой же точке, так как $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$, а заряд q_1 по абсолютной величине больше q_2 и расстояние $r_1 < r_2$. На участке справа от точки B напряженности E_1 и E_2 могут быть численно равны ($|q_1| > |(q_2)|$ и $r_1 > r_2$), а вследствие того, что они направлены в разные стороны, в какой-то

точке C суммарная напряженность будет равна нулю. Существует только одна такая точка, так как в любых других точках пространства, не находящихся на прямой AB, векторы E_1 и E_2 направлены не по одной прямой и поэтому их сумма не может быть равной нулю. Обозначим расстояние BC через l. Так как в точке C векторы E_1 и E_2 по абсолютной величине равны, можно записать:

$$\frac{9 \cdot 10^{-9}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\,(1+l)^2} = \frac{1 \cdot 10^{-9}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon l^2}.$$

Отсюда $l_1 = \frac{1}{2}$ м и $l_2 = -\frac{1}{4}$ м. Второй отрицательный корень не подходит. Точка, в которой $E = 0$, единственная.

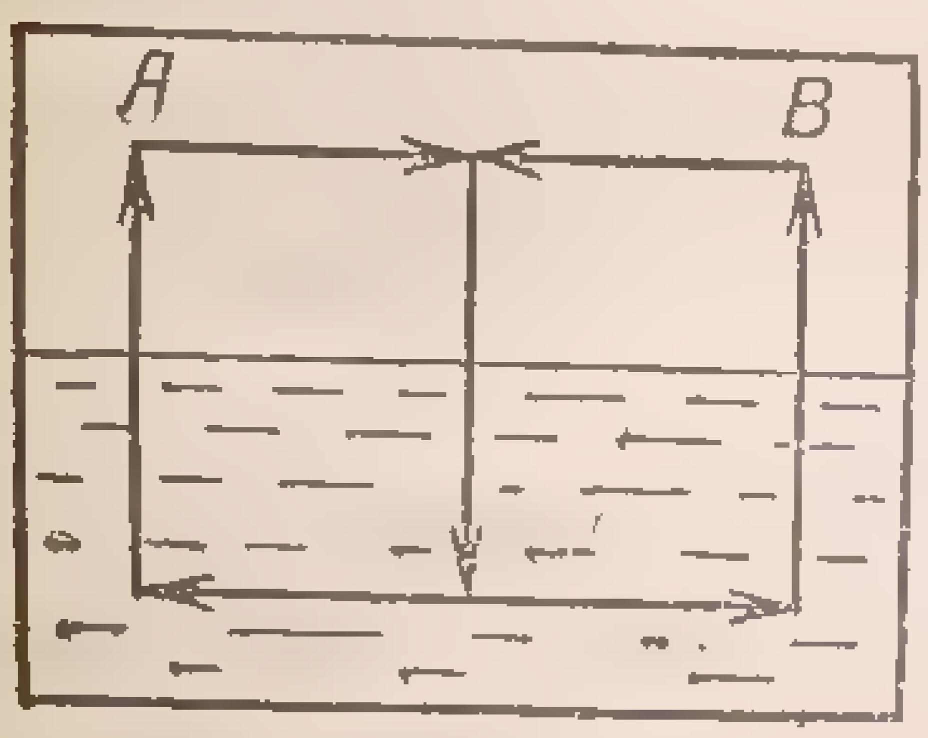


Рис. 24.

8. Сила взаимодействия двух электрических зарядов в воде меньше, чем в воздухе. Можно ли этим воспользоваться для создания «вечного двигателя», работающего следующим образом: взяв два разноименных заряда в точках A и B (рис. 24), сблизить их в воздухе, затем одновременно опустить в воду, раздвинуть под водой, потом одновременно поднять в воздух в исходное положение и затем повторить все снова. При этом работа, полученная при сближении зарядов, больше той, которая затрачивается при их раздвижении, так как силы электрического взаимодействия в воздухе больше, чем в воде. В чем состоит ошибка рассуждений?

Ответ. Ошибка состоит в том, что не учитывается работа, выполняемая при погружении зарядов в воду и подъеме их из воды. При приближении зарядов к границе раздела воздух—вода на поверхности воды возникают поляризационные заряды. Поэтому перемещение зарядов в вертикальном направлении (при неизменном расстоянии между ними) связано с выполнением работы, которой нельзя пренебречь. Работа, затраченная при вертикальном перемещении раздвинутых зарядов, будет больше, чем при перемещении сдвинутых (так как поле на границе диэлектрика сильнее в случае раздвинутых зарядов) и полная работа за один цикл будет равна нулю.

9. Плоский конденсатор с расстоянием между пластинами $d = 4$ мм погружен до половины в керосин. Диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon_к = 2$. Насколько необходимо раздвинуть пластины конденсатора, чтобы его емкость осталась прежней?

Решение. Емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме их емкостей. До погружения в керосин емкость конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$. После погружения конденсатора в керосин и раздвижения пластин до некоторой величины d_1 образовались два параллельно соединенных конденсатора с площадью пластин $\frac{S}{2}$ каждая. Емкость образовавшегося сложного конденсатора $C' = C_1 + C_2 = \frac{q_1}{U} + \frac{q_2}{U}$.

Согласно условию $C = C'$ $C' = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d_1} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_к S}{2d_1} = C$;

$\frac{\varepsilon_0 \cdot 1 \cdot S}{2d_1} + \frac{\varepsilon_0 \cdot 2 \cdot S}{2d_1} = \frac{\varepsilon_0 \cdot 1 \cdot S}{d}$; $d_1 = \frac{3}{2} d = 6$ мм.

10. На проволочное металлическое кольцо радиусом R помещен заряд величиной q. Определить напряженность поля, создаваемого этим зарядом: а) в центре кольца O; б) в точке A, лежащей на оси кольца, на расстоянии R от центра O.

Решение. Так как заряд равномерно распределится по всему кольцу, то на каждую единицу длины кольца будет приходиться заряд $\sigma = \frac{q}{2\pi R}$. Напряженность поля, создаваемого заряженным кольцом, в каждой точке пространства равна геометрической сумме напряженностей, создаваемых отдельными участками кольца. На каждом участке кольца длиной l_1 будет расположен заряд σl_1, создающий в точке O напряженность $E_0 = \frac{\sigma l_1}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$. Симметрично расположенный на кольце участок l_2 создает напряженность E_2 такой же величины, как и E_1, но противоположного направления. Поэтому при суммировании напряженностей по всем участкам кольца, они взаимно скомпенсируют друг друга, и полная напряженность поля в центре кольца будет равна 0. Участок l_1 в точке A будет создавать напряженность $E_1 = \frac{\sigma l_1}{4\pi\varepsilon_0 2R^2}$, направленную под углом $\alpha = 45°$ к оси кольца. Участок l_2 в этой же точке создает напряженность $E_2 = \frac{\sigma l_2}{4\pi\varepsilon_0 2R^2}$. При сложении напряженностей этих участков в сумму войдут только проекции векторов E_1 и E_2 на ось кольца. Точно так же попарно войдут проекции векторов напряженности, создаваемой другими участками кольца. Поэтому вектор напряженности в точке A будет равен: $E_A = \frac{\sigma 2\pi R}{4\pi\varepsilon_0 2R^2} \cos\alpha = \frac{q\sqrt{2}}{16\pi\varepsilon_0 R^2}$.

11. Две металлические концентрические сферы имеют радиусы a и b. На внутренней сфере находится заряд q, на внешней Q. Найти напряженность и потенциал поля вне сфер, внутри первой и внутри второй сфер.

Решение. При решении задачи следует учесть, что заряд, распределенный по поверхности сферы, создает вне ее поле, подобное полю точечного заряда, расположенного в центре сферы.

Вне обеих сфер заряд Q создает напряженность $E_Q = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ и потенциал $V_Q = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Заряд q создает напряженность $E_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ и потенциал $V_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$. На основании принципа независимости действия электрических полей напряженность и потенциал поля вне сфер будут равны:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}; \quad V = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Внутри большой сферы напряженность поля, создаваемого зарядом Q, равна нулю, потенциал поля этого заряда будет одинаков для всех точек и равен $V_Q = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}$. Заряд q создает в этих же точках напряженность $E_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ и потенциал $V_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Поэтому в пространстве между сферами полная напряженность $E = E_q + E_Q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ и потенциал $V = V_Q + V_g = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Соответственно внутри малой сферы напряженности полей обоих зарядов будут равны нулю, а потенциалы постоянны, т. е. $E_Q = E_q = 0$; $E = 0$; $V_Q = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}$; $V_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$; $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$.

12. Уменьшение напряженности электрического поля при погружении заряженного тела в диэлектрик можно объяснить появлением поляризационных зарядов, выступающих в диэлектрике у поверхности заряженного тела и экранирующих своим полем действие зарядов тела. Определить величину и знак такого поляризационного заряда, плотность его распределения, если известно, что металлический шар радиусом R, имеющий заряд q, находится внутри диэлектрика с диэлектрической постоянной ε.

Решение. Если бы вокруг сферы не было диэлектрика, то она создавала бы в окружающем пространстве поле с напряженностью $E_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. В присутствии диэлектрика возникает поле с напряженностью $E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$. Разность $E = E_1 - E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$ и равна той напряженности, которую создают поляризационные заряды q', возникающие около заряженного тела. Так как эти заряды расположены также равномерно по поверхности сферы, то $E = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.

Сравнивая полученные выражения для E, найдем: $q' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q$.

Поверхностная плотность поляризационных зарядов $\sigma' = \frac{q'}{4\pi R^2}$. Подставив значение q', получим: $\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{4\pi R^2} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma$, где $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$ — плотность распределения заряда q на шаре.

13. Три конденсатора емкостью 1 мкФ, 2 мкФ и 3 мкФ соединены последовательно и присоединены к источнику напряжения с разностью потенциалов 220 В. Определить величину заряда и напряжение на каждом конденсаторе.

Решение. Обозначим потенциал первой пластины φ_1, второй и третьей φ_2 (они одинаковы, так как пластины соединены), четвертой и пятой φ_3, шестой φ_4. Первая пластина получит от источника заряд $+Q$. На второй пластине наведется по индукции заряд $-Q$, а на третьей — заряд $+Q$. Аналогично на четвертой пластине возникнет заряд (по индукции) $-Q$, на пятой — $+Q$, на шестой — $-Q$.

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов заряды на любом из них одинаковы. Обозначим: $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$. По определению:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{C_1} = U_1;$$

$$\varphi_2 - \varphi_3 = \frac{Q}{C_2} = U_2;$$

$$\varphi_3 - \varphi_4 = \frac{Q}{C_3} = U_3.$$

Сложим все равенства:

$$\varphi_1 - \varphi_4 = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right),$$

но $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ — напряжение источника. Тогда $Q = \dfrac{U}{\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3}}$.

Зная Q, можно определить напряжения на конденсаторах. Подставив численные значения, найдем: $Q = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$ Кл; $U_1 = \dfrac{Q}{C_1} = 120$ В; $U_2 = \dfrac{Q}{C_2} = 60$ В; $U_3 = \dfrac{Q}{C_3} = 40$ В.

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторы разной емкости находятся под разным напряжением. Чем меньше емкость, тем больше напряжение на обкладках конденсатора.

16. Доказать, что отклонение заряженных частиц, которые влетают в электрическое поле конденсатора, параллельно его пластинам, не зависит от массы и заряда частиц, если они предварительно ускорились электрическим полем с одинаковой разностью потенциалов.

Решение. Отклонение частиц будет зависеть от ускорения, полученного под влиянием электростатической силы взаимодействия, и времени движения частиц в поле конденсатора: $s = \dfrac{at^2}{2}$; $a_1 = \dfrac{q_1E}{m_1}$ и $a_2 = \dfrac{q_2E}{m_2}$, где q_1 и q_2 — заряды частиц, m_1 и m_2 — их массы. Время движения частиц в поле $t = \dfrac{l}{v}$, где l — длина пластин конденсатора, а v — скорость частицы, приобретенная в ускоряющем поле с разностью потенциалов U. Скорость частиц определим из условия, что выполненная при ускорении частиц работа поля равна кинетической энергии, которую получила частица: $qU = \dfrac{mv^2}{2}$. Отсюда $v = \sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$ и $t = \dfrac{l}{\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}}$. Отклонение первой частицы $s_1 = \dfrac{a_1t^2}{2} = \dfrac{El^2}{4U}$, отклонение второй частицы $s_2 = \dfrac{El^2}{4U}$ и $\dfrac{s_1}{s_2} = 1$, т. е. при данных условиях величина отклонения частицы не зависит от ее заряда и массы.

15. Чтобы заряженная пылинка находилась в равновесии в однородном электрическом поле между двумя разноименно заряженными пластинами, напряженность поля должна равняться $3 \cdot 10^5$ В/м. Масса пылинки 10^{-8} г. Определить заряд пылинки.

Ответ. Заряд $\approx 3{,}27 \cdot 10^{-16}$ Кл.

16. Стационарный пучок электронов, движущихся со скоростью 10^6 м/с, падает на металлический полированный шарик радиусом 1 см. Какое максимальное число электронов может накопиться на шарике?

Ответ. $1{,}98 \cdot 10^7$ электронов.

17. Две металлические пластины расположены параллельно на расстоянии 0,6 см одна от другой в воздухе. До какой разности потенциалов необходимо их зарядить, чтобы напряженность поля между ними составляла $7{,}0 \cdot 10^2$ В/см? Какая энергия запасена в конденсаторе, если заряд на пластинах равен $8{,}0 \cdot 10^{-4}$ Кл? Будет ли поле однородным у краев пластины?

Ответ. Необходимо зарядить до 420 В. Запасенная энергия равна 0,17 Дж. Поле однородным не будет.

18. Маленький металлический шарик массой $m = 1$ г, на котором расположен заряд $q = \frac{5}{3} \cdot 10^{-7}$ Кл, брошен издалека со скоростью $v = 1$ м/с в металлическую сферу, заряд которой $Q = \frac{1}{3} \cdot 10^{-8}$ Кл. При каком наименьшем значении радиуса сферы шарик достигнет ее поверхности?

Ответ. $R \cong 1$ м.

19. Электрон, двигаясь в вакууме по силовой линии электрического поля, полностью теряет свою скорость между точками с разностью потенциалов 400 В. Определить, какой была скорость электрона, когда он попал в электрическое поле.

Ответ. $11{,}9 \cdot 10^6$ м/с.

20. Однородное электрическое поле напряженностью $1{,}0 \times 10^4$ В/м образовано двумя наэлектризованными пластинами, расположенными на расстоянии 2,0 см друг от друга в воздухе. Какова разность потенциалов на пластинах? Чему будет равна разность потенциалов, если между пластинами параллельно поместить металлический лист толщиной 0,5 см?

Ответ. 200 В; 150 В.

§ 3. Постоянный электрический ток

Законы постоянного тока. *Электрическим током называют направленное (упорядоченное) перемещение электрических зарядов.* Если такое упорядоченное движение зарядов происходит в проводнике, то электрический ток называют током проводимости. Для поддержания в цепи проводников непрерывного тока необходим источник (или генератор) электрического тока. Носителями зарядов при прохождении тока через различные вещества являются либо свободные электроны (электронная проводимость), либо ионы вещества (ионная проводимость). Возможна также смешанная проводимость.

Направление перемещения положительных зарядов под действием сил электрического поля условно принимается за направление тока. В действительности же электрический ток в металлах создается движением электронов в направлении, противоположном току. Линии, вдоль которых перемещаются заряженные частицы, называют линиями тока.

Наличие тока можно определить по тепловому, магнитному или химическому действию, причем магнитное действие тока проявляется всегда.

Все проводники делят на проводники первого рода и проводники второго рода. К первым относят все те проводники, в которых не наблюдается химическое действие тока (металлы, уголь, многие химические соединения). Ко вторым относят те проводники, в которых при прохождении тока происходит электролиз (большинство водных растворов кислот и солей и некоторые химические соединения).

Силой (величиной) тока называется количество электричества, проходящее через любое поперечное сечение проводника за единицу времени

$$I = \frac{q}{t}. \quad (6.21)$$

Плотность тока определяют как количество электричества, проходящего в единицу времени через единицу поверхности, расположенную перпендикулярно к линиям тока:

$$i = \frac{q}{tS} = \frac{I}{S}. \quad (6.22)$$

Ток называется *постоянным*, если его величина и направление не изменяются со временем. За единицу силы тока в системе СИ принимается *ампер*, А. Наименование дано по имени французского ученого А. Ампера (1775—1836). Необходимо различать скорость тока (скорость распространения вдоль проводника изменений электрического поля, составляющую около 300 000 км/с) и скорость движения в проводнике носителей заряда, составляющую всего несколько миллиметров в 1 с.

Ток, проходящий через проводник, определяется числом n свободных заряженных частиц в 1 см^3 проводника (концентрацией частиц), площадью поперечного сечения S и скоростью направленного движения частиц v:

$$I = envS, \quad (6.23)$$

где e — заряд частицы. В металлах электрический ток представляет собой направленное движение свободных электронов. Как показывают расчеты, средняя скорость упорядоченного движения электронов проводимости в металлах составляет ≈ 6 мм/с.

Закон Ома для однородного участка цепи. *Величина тока пропорциональна разности потенциалов на концах проводника и обратно пропорциональна сопротивлению проводника:*

$$I = \frac{U_1 - U_2}{R}. \quad (6.24)$$

Величина $\frac{1}{R}$ называется электропроводностью или проводимостью проводника. Сопротивление R зависит от длины проводника l, площади поперечного сечения S и материала, из которого он изготовлен,

$$R = \rho \frac{l}{S}, \tag{6.25}$$

где ρ — удельное сопротивление проводника. Величина, обратная ρ, называется удельной проводимостью σ:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \tag{6.26}$$

За практическую единицу сопротивления берется *ом* — сопротивление такого проводника, по которому при разности потенциалов на его концах в 1 вольт течет ток в 1 ампер. Наименование дано по имени немецкого ученого Г. Ома (1787—1854).

Сопротивление измеряют путем сравнения данного сопротивления с эталонным. Набор эталонных сопротивлений, с помощью которого можно получить все значения сопротивления в некоторых пределах с интервалами 0,01, 0,1 и 1 Ом, называется магазином сопротивлений.

С повышением температуры сопротивление металлов растет. Однако имеются сплавы, сопротивление которых почти не меняется при повышении температуры, например константан, манганин и др. Сопротивление же электролитов с повышением температуры уменьшается.

Температурным коэффициентом сопротивления называется отношение величины изменения сопротивления проводника при нагревании на 1° к величине его сопротивления при 0° С:

$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0 t}. \tag{6.27}$$

В общем случае α зависит от температуры. Зависимость сопротивления проводника от температуры используется в термометрах сопротивления.

Электродвижущая сила. Для поддержания постоянной разности потенциалов на концах проводника, а значит и тока, необходимо наличие посторонних сил неэлектрической природы, с помощью которых происходит разделение электрических зарядов. В генераторах электрического тока это разделение происходит с помощью сил магнитного поля, в аккумуляторах — за счет химических сил и т. д. *Величина, измеряемая работой, необходимой для перемещения по цепи тока единицы заряда, называется электродвижущей силой (э. д. с.).* Э. д. с., действующая в замкнутой проводящей цепи, равна сумме падений напряжений во внешней части цепи и внутри источника тока: $Э = IR_e + IR_i$, где R_e — сопротивление внешней части цепи, а R_i — сопротивление внутренней части цепи. Закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{Э}{R_e + R_i}. \tag{6.28}$$

Э.д.с. источника тока численно равна напряжению на его зажимах при разомкнутой внешней цепи. При протекании тока по цепи напряжение представляет собой часть электродвижущей силы и определяет работу, которую можно получить при перемещении единицы положительного электричества по внешней части цепи от одного полюса источника тока к другому.

Законы Кирхгофа. Основными соотношениями при расчетах токов и напряжений в разветвленной цепи являются законы, установленные немецким ученым Г. Р. Кирхгофом (1824—1887).

Первый закон Кирхгофа (правило узлов): в каждой точке разветвления (узле) сумма всех втекающих токов равна сумме всех вытекающих токов:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n. \qquad (6.29)$$

Токи, входящие в узел, считаются положительными, выходящие из узла — отрицательными.

Второй закон Кирхгофа (правило петель): для каждого замкнутого контура цепи (петли) алгебраическая сумма падений напряжений равна алгебраической сумме электродвижущих сил источников, включенных в этот замкнутый участок

$$IR_1 + IR_2 + \cdots + IR_n = Э_1 + Э_2 + \cdots + Э_m. \qquad (6.30)$$

Направление обхода контура выбирается произвольно. Токи, совпадающие с выбранным направлением, берут со знаком +; токи, направление которых противоположно направлению обхода,— со знаком —.

Следствия законов Кирхгофа в случае последовательного и параллельного соединения сопротивлений.

Пусть имеется замкнутая цепь, состоящая из гальванического элемента с э.д.с. $Э$, внутренним сопротивлением R_i и нескольких сопротивлений R_1, R_2, R_3. На основании второго закона Кирхгофа, учитывая, что величина тока внутри элемента и во внешней цепи одна и та же, можно записать закон Ома для замкнутой цепи:

$$Э = IR_i + IR_1 + IR_2 + IR_3,$$

или

$$I = \frac{Э}{R_i + R_1 + R_2 + R_3} = \frac{Э}{R_{посл}}. \qquad (6.31)$$

Следовательно, общее сопротивление цепи, состоящей из ряда последовательно соединенных сопротивлений, равно сумме этих сопротивлений:

$$R_{посл} = R_i + R_1 + R_2 + R_3. \qquad (6.32)$$

Если источник с э.д.с. $Э$ замкнут, например, на три параллельно соединенных сопротивления R_1, R_2, R_3, в которых протекают токи I_1, I_2, I_3 соответственно, то согласно первому закону Кирхгофа ток до разветвления равен сумме токов после разветвления: $I = I_1 + I_2 + I_3$. В каждом сопротивлении протекают токи, определяемые законом Ома: $I_1 = \frac{U_1 - U_2}{R_1}$; $I_2 = \frac{U_1 - U_2}{R_2}$; $I_3 =$

$= \frac{U_1 - U_2}{R_3}$; $I = \frac{U_1 - U_2}{R_{пар}}$, где $R_{пар}$ — общее сопротивление разветвления. Тогда

$$\frac{1}{R_{пар}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \tag{6.33}$$

т. е. общая проводимость разветвления равна сумме проводимостей ветвей.

При n последовательно включенных источниках тока результирующая э.д.с. равна алгебраической сумме э.д.с. всех действующих источников тока: $Э = Э_1 \pm Э_2 \pm \ldots \pm Э_n$, а ток

$$I = \frac{nЭ}{R_e + nR_i}. \tag{6.34}$$

При последовательном включении внутренние сопротивления источников складываются. Последовательное включение источников выгодно, когда внешнее сопротивление цепи значительно больше внутреннего сопротивления источников. Тогда

$$I \cong n\frac{Э}{R}. \tag{6.35}$$

При параллельном включении n источников тока $I = nI_i$, $Э = IR_e + I_iR_i$, где I_i — ток, проходящий через один из источников

$$I = \frac{Э}{R_e + \frac{R_i}{n}}. \tag{6.36}$$

Параллельное включение выгодно в тех случаях, когда внешнее сопротивление в цепи мало по сравнению с внутренним (тогда внутреннее сопротивление уменьшается в n раз):

$$I = \frac{Э}{\frac{R_i}{n}}. \tag{6.37}$$

Часто необходимо ответвлять ток так, чтобы через проводник с сопротивлением R_0 проходила, например, $\frac{1}{n}$ часть тока I основной цепи. Сопротивление R_x, которое необходимо подключить для этого к проводнику R_0, можно определить следующим образом: $\frac{R_x}{R_0} = \frac{I_0}{I_x}$ и $I = I_x + I_0$. По условию $I_0 = \frac{1}{n}I$. Таким образом,

$$I_x = \frac{n-1}{n} I; \tag{6.38}$$

$$R_x = \frac{R_0}{n-1}. \tag{6.39}$$

Поэтому, если через проводник R_0 необходимо пропустить 0,1; 0,01 или 0,001 часть тока основной цепи, то к проводнику R_0 нужно параллельно подсоединить добавочное сопротивление (шунт) R_x, равное $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ или $\frac{1}{999}$ R_0. Приборы для измерения малых токов (*гальванометры*) часто используют для измерения больших токов путем подключения к ним шунтов. Если к гальванометру последовательно подсоединить большое сопротивление, то получим прибор, пригодный для измерения напряжения — *вольтметр*.

Задачи

21. Если вольтметр соединить последовательно с сопротивлением 1000 Ом, то при напряжении в цепи 120 В он покажет 50 В. Если соединить его последовательно с неизвестным сопротивлением, то при том же напряжении в цепи он покажет 10 В. Определить неизвестное сопротивление. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

Решение. При последовательном соединении сумма падения напряжений на вольтметре и сопротивлении равна $U = 120$ В. Если падение напряжения на вольтметре U_2, то падение напряжения на сопротивлении $U_1 = U - U_2$, а сила тока в цепи $I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U - U_2}{R_1}$. Сопротивление вольтметра $R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{U_2}{U - U_1} R_1$. При замене сопротивления падение напряжения на неизвестном сопротивлении $U_1' = U - U_2'$, ток в цепи $I' = \frac{U_2'}{R_2}$, а величина неизвестного сопротивления $R_1' = \frac{U_1'}{U_2'} R_2 = \frac{U - U_2'}{U_2'} \cdot \frac{U_2}{U - U_2} R_1$. Подставив численные значения, получим: $R_1' \approx 78\,571$ Ом.

22. На лампочке для карманного фонаря обозначено: 3,5 В, 0,28 А. Температура накала нити равна 425° С, ее сопротивление в холодном состоянии 4 Ом. Определить температурный коэффициент сопротивления материала, из которого сделана нить.

Решение. Зависимость сопротивления от температуры $R_t = R_0 \times (1 + \alpha t)$, отсюда $\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0 t}$. Так как $R_t = \frac{U}{I}$, то $\alpha = \frac{\frac{U}{I} - R_0}{R_0 t}$.

Подставив численные значения, получим: $\alpha = \frac{1}{200}$ К$^{-1}$.

23. К аккумулятору с э.д.с., равной 6 В, подключено некоторое сопротивление. В цепь включают два параллельно соединенных амперметра, которые показывают соответственно 2А и 3А. При включении их в цепь последовательно они показывают ток 4А. Определить ток в цепи без амперметров.

Решение. Пусть R — неизвестное внешнее сопротивление, R_i — внутреннее сопротивление аккумулятора, r_1 и r_2 — сопротивления амперметров, I_1 и I_2 — токи через амперметры при их парал-

лельном соединении. Закон Ома в первом случае можно записать:

$$I' = I_1 + I_2 = \frac{Э}{R + R_i + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}}. \qquad (1)$$

Падение напряжения на амперметрах одинаково. Поэтому $r_1 I_1 = r_2 I_2$. Во втором случае

$$I'' = \frac{Э}{R + r_1 + r_2 + R_i}. \qquad (2)$$

Из (1) и (2)

$$R + R_i = \frac{Э\,(I''I' - I_1 I_2)}{I''\,(I_1^2 + I_1 I_2 + I_2^2)}. \qquad (3)$$

В цепи без амперметра проходит ток $I = \frac{Э}{R + R_i}$. После подстановки $R + R_i$:

$$I = \frac{I''\,(I_1^2 + I_1 I_2 + I_2^2)}{I''\,(I_1 + I_2) - I_1 I_2}.$$

Подставив численные значения, получим:

$$I \approx 5{,}43\ \text{А}.$$

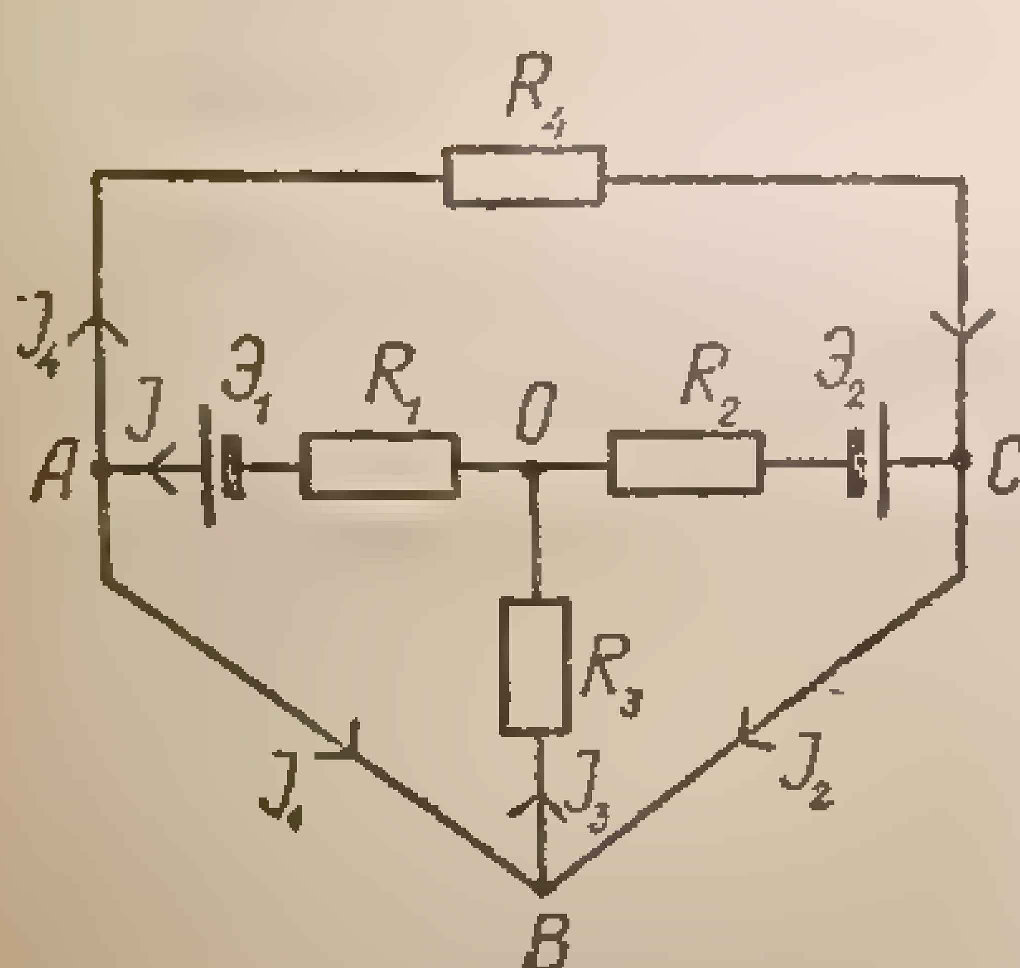


Рис. 25.

24. На схеме (рис. 25) даны сопротивления всех участков $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10^3$ Ом и э. д. с. $Э_1 = 1{,}5$ В; $Э_2 = 1{,}8$ В. Определить токи через все сопротивления.

Решение. Из рисунка видно, что сопротивление R_4 закорочено проводником ABC, следовательно, ток через R_4 не пойдет, т. е. $I_4 = 0$. Для нахождения токов I_1, I_2, I_3 составим уравнение Кирхгофа: для узла B $I_3 = I_1 + I_2$; для контура OAB (против часовой стрелки) $I_3 R + I_1 R = Э_1$; для контура COB (против часовой стрелки) $I_3 R + I_2 R = Э_2$. Решим полученную систему уравнений: $I_3 = \frac{Э_1 + Э_2}{3R}$; $I_2 = \frac{Э_2 - Э_1 + I_3 R}{2R}$; $I_1 = I_3 - I_2$. Подставив численные значения, получим:

$$I_3 = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\ \text{А};$$
$$I_2 = 0{,}7 \cdot 10^{-3}\ \text{А};$$
$$I_1 = 0{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{А}.$$

25. Имеется n элементов с э.д.с. $Э$ и внутренним сопротивлением r. Как необходимо соединить между собой элементы, чтобы через потребитель с сопротивлением R проходил максимальный ток? Решить задачу при $n = 24$, $Э = 1$ В, $r = 2$ Ом, $R = 3$ Ом.

Решение. Составим батарею из p одинаковых групп, каждая из которых состоит из m последовательно соединенных аккумуляторов

В соответствии с законом Ома для полной цепи: $I = \dfrac{m\mathcal{Э}}{R + \dfrac{rm}{p}} =$ $= \dfrac{mp\mathcal{Э}}{Rp + rm}$. Из условия задачи: $pm = n$. Поэтому $I = \dfrac{n\mathcal{Э}}{Rp + rm}$. Из этого уравнения видно, что I достигает максимального значения, когда $Rp + rm$ приближается к нулю. Предположим, что $rm + rp = 0$. Тогда $|rm| = Rp$ или $\dfrac{rm}{p} = R$. $\dfrac{rm}{p}$ является внутренним сопротивлением батареи. Таким образом, сила тока в цепи достигает максимального значения тогда, когда сопротивление потребителя, включенного в цепь, равняется внутреннему сопротивлению батареи.

Подставив в уравнение $\dfrac{rm}{p} = R$ значение $p = \dfrac{n}{m}$, получим: $\dfrac{m^2 r}{n} = R$. Отсюда $m = \sqrt{\dfrac{nR}{r}}$. Если подставить численные значения R, n и r, можно вычислить количество аккумуляторов, соединенных последовательно: $m = 6$. Таким образом, в группе соединено 6 аккумуляторов и таких групп 4. Максимальное значение тока $I = 1$ А.

26. В помещении, удаленном от генератора на расстояние $l = 100$ м, включены параллельно $n = 44$ лампы накаливания с сопротивлением $R_1 = 440$ Ом каждая. Напряжение на лампах $U_1 = 220$ В. Проводка выполнена медным проводом с сечением $S = 17{,}0$ мм². Определить падение напряжения в подводящих проводах и напряжение на зажимах генератора.

Решение. Напряжение на зажимах генератора больше напряжения на лампах на величину падения напряжения в подводящих проводах: $U = U_1 + U_{пр}$, где $U_{пр} = IR_{пр}$. Ток в подводящих проводах равен сумме токов, проходящих через все лампы: $I = \dfrac{U_1}{R_1} n$. Сопротивление проводов $R_{пр} = \rho \dfrac{2l}{S}$. Подставив значения тока и сопротивления проводов в $U_{пр} = IR_{пр}$, получим $U_{пр} = \dfrac{U_1}{R_1} n\rho \dfrac{2l}{S}$. После вычислений находим: $U_{пр} = 4{,}4$ В; $U = 224{,}4$ В.

27. На телеграфной однопроводной линии произошло повреждение с сопротивлением заземления r. В каком месте произошло повреждение, если ток на приемном пункте был минимальным? Сопротивлением приемного амперметра пренебречь.

Решение. Введем такие обозначения: L — длина всей линии, l — длина первого отрезка линии от источника э.д.с. до места заземления, ρ — сопротивление единицы длины линии, r — сопротивление заземления, i — сила тока через первый участок линии, I — сила тока через приемный амперметр, i_r — сила тока через сопротивление заземления, $\mathcal{Э}$ — э.д.с. в начале линии.

В соответствии с условием задачи можно записать три таких равенства: $i = I + i_r$; $E = il\rho + i_r r$; $i_r r = (L - l)\rho I$. Определим из этих уравнений ток через приемный амперметр:

$$I = \frac{\mathcal{Э} r}{L\rho r + \rho^2 l (L - l)}.$$

Сила тока на приемном пункте будет минимальной тогда, когда $l(L-l)$ имеет максимальное значение. Преобразуем это выражение:

$$l(L-l)=\frac{1}{4}L^2-\left(\frac{1}{4}L^2-lL+l^2\right)=\frac{1}{4}L^2-\left(\frac{1}{2}L-l\right)^2.$$

Выражение будет иметь максимальное значение, когда $\frac{1}{2}L-l=0$. Отсюда $l=\frac{1}{2}L$, т. е. когда повреждение произойдет посредине линии.

28. Определить э.д.с. источника электроэнергии с внутренним сопротивлением 0,25 Ом, если при замыкании его железным проводником длиной 5 м и сечением 0,2 мм² в цепи появляется ток 0,5 А.

Ответ. $Э=1{,}36$ В.

29. Пусть два последовательно соединенных элемента с э.д.с. $Э_1$ и $Э_2$ и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 замкнуты на внешнее сопротивление R. Определить условие, при котором ток в этой цепи будет меньше, чем в том случае, когда один из элементов замкнут на это же сопротивление.

Ответ. Это случится, когда $\frac{Э_2}{Э_1}<\frac{r_2}{r_1+R}$, т. е. сопротивление второго элемента должно быть достаточно большим.

30. Необходимо измерить сопротивление сети, работающей под напряжением 120 В. Имеется только один гальванометр с чувствительностью 10^{-5} А на деление. Как следует включить гальванометр, чтобы он работал как омметр? Какое наименьшее сопротивление сети можно измерить таким гальванометром, если его полная шкала составляет 40 делений? Построить всю шкалу такого омметра в омах на деление. Внутренним сопротивлением прибора пренебречь.

Ответ. Гальванометр нужно включить в цепь последовательно. Шкала прибора будет: ∞; $1{,}2\cdot10^7$; $6{,}0\cdot10^6$; $4{,}0\cdot10^6$; ...; $\frac{120}{n}\times10^5$ Ом, где n — номер деления. Наименьшее сопротивление, которое может быть измерено, будет равно $3\cdot10^5$ Ом.

Указание. Значения сопротивлений R_n, соответствующих отдельным делениям шкалы гальванометра, определяют по формуле: $R_n=\frac{U}{ni_0}$, где U — напряжение сети, n — номер деления шкалы, i_0 — сила тока, соответствующая одному делению шкалы гальванометра.

31. На сколько равных частей требуется разрезать проводник сопротивлением 64 Ом, чтобы, соединив эти части параллельно, получить 1 Ом?

Ответ. На 8 частей.

32. Батарея из двенадцати аккумуляторов с э.д.с. 44,4 В заряжается от источника постоянного напряжения. Ток в начале зарядки 6 А, в конце 4 А, э.д.с. в конце зарядки 48 В. Определить внутреннее сопротивление батареи и одного аккумулятора, а также напряжение, при котором производилась зарядка, считая его неизменным.

Ответ. 1,8 Ом; 0,15 Ом; 55,2 В.

33. Генератор, создающий напряжение 140 В, рассчитан на ток 50 А. Определить количество соединенных параллельно ламп, которые может питать генератор, если сопротивление одной лампы 140 Ом, а подводящих проводов — 0,3 Ом. Под каким напряжением находятся лампы?

Ответ. Количество ламп равно 56. Напряжение 125 В.

§ 4. Энергия электрического тока и ее превращение в другие виды энергии

Работа и мощность тока. При переносе количества электричества q между двумя точками с разностью потенциалов U совершается работа

$$A = qU. \tag{6.40}$$

В электрическом токе происходит непрерывное перемещение электрических зарядов от высшего потенциала к низшему, при этом ток совершает работу, которая частично или полностью превращается в теплоту, нагревающую провода. Если ток I проходил в течение t секунд, то за это время прошло количество электричества $q = It$ и ток совершил работу

$$A = IUt. \tag{6.41}$$

При измерении тока в амперах, напряжения в вольтах и времени в секундах работа будет выражена в джоулях, Дж.

Работа, совершаемая током в единицу времени, называется мощностью тока:

$$P = \frac{A}{t} = IU. \tag{6.42}$$

Мощность измеряется в ваттах, 1 Вт = 1 Дж/с.

Если вся работа переходит в теплоту ($A = Q$), то, согласно закону Джоуля—Ленца (установленного независимо английским физиком Дж. Джоулем (1818—1889) и русским физиком Э. Х. Ленцем (1804—1865), при прохождении тока I через участок цепи с сопротивлением R в течение времени t выделяется теплота

$$Q = I^2Rt. \tag{6.43}$$

Закон Джоуля—Ленца гласит: количество теплоты, выделяющейся в проводнике, прямо пропорционально квадрату тока, сопротивлению и времени его прохождения:

$$Q = IUt = \frac{U^2}{R}t. \tag{6.44}$$

Работа тока полностью переходит в теплоту только в случае неподвижных проводников первого рода.

При прохождении электрического тока через цепь, кроме нагревания проводников, могут происходить химические изменения (в проводниках второго рода) или совершаться механическая ра-

бота. Тепловое действие тока широко используется в лампах накаливания, нагревательных приборах, при электросварке и пр. Для выделения теплоты в определенном участке цепи необходимо, чтобы сопротивление этого участка было значительно выше сопротивления всех остальных участков цепи. Ток, проходящий через все последовательно включенные проводники, одинаков, и количество выделяемого в каждом проводнике тепла прямо пропорционально его сопротивлению. Такое соединение применяют при распылении металла током. Температура при этом достигает 20000° С, что в три раза выше температуры поверхности Солнца.

При параллельном соединении токи будут разные, но все проводники будут находиться под одинаковым напряжением. В этом случае количество выделяемого тепла обратно пропорционально сопротивлению. Поэтому при параллельном соединении лампочка с меньшим сопротивлением будет расходовать больше энергии, чем лампочка с большим сопротивлением.

Закон сохранения энергии является общим законом природы, поэтому он применим и к электрическим явлениям. При изучении преобразования энергии в электрическом поле обычно рассматривают два случая:

1) заряды проводников не изменяются, т. е. проводники изолированы и 2) потенциалы проводников не изменяются, т. е. проводники присоединены к источнику тока.

В первом случае на любое тело, помещенное в электрическое поле, действуют механические силы (пондеромоторные силы поля). Эти силы действуют на тело, в отличие от электродвижущих сил, действующих внутри тела. Если проводники с током перемещаются друг относительно друга, то электрическое поле между ними изменяется, поэтому их энергия также изменяется. Согласно закону сохранения энергии механическая работа сил электрического поля равна уменьшению энергии этого поля.

Во втором случае, при взаимном изменении положения проводников изменяется их общая емкость. Поэтому, чтобы их потенциалы были постоянными, к проводникам необходимо или подводить, или забирать от них некоторое количество зарядов. При этом каждый источник тока будет выполнять некоторую работу. Кроме того, при перемещении проводников в соединительных проводах и внутри источника проходит ток и выделяется теплота. В дополнение, источником тока будет выполнена некоторая механическая работа и энергия поля изменится. В соответствии с законом сохранения энергии работа всех источников тока равна механической работе сил электрического поля, увеличению энергии электрического поля и количеству теплоты в соответствии с законом Джоуля—Ленца. Если проводники неподвижны, вся работа источника тока полностью переходит в теплоту.

Задачи.

34. Нагреватель кипятильника состоит из четырех секций, сопротивление каждой секции 1 Ом. Нагреватель питается от аккумуляторной батареи с э.д.с. 8 В и внутренним сопротивлением 1 Ом. Как нужно подключить элементы нагревателя, чтобы вода в кипятильнике нагревалась быстрее? Определить мощность, которую тратит аккумулятор.

Решение. На нагрузке с сопротивлением R выделяется мощность $P = I^2R = \frac{Э^2}{(R+R_i)^2} R$, где R_i — внутреннее сопротивление батареи. Используя соотношение

$$Э = I(R + R_i),$$

можно преобразовать первое выражение: $P = ЭI - I^2R_i$. Чтобы найти максимум P, необходимо записать последнее выражение в виде $P = \frac{Э^2}{4R_i} - \left(I\sqrt{R_i} - \frac{Э}{2\sqrt{R_i}}\right)^2$. Максимум P будет тогда, когда выражение в скобках равняется нулю, т. е. когда $I = \frac{Э}{2R_i}$. Из уравнения $Э = I(R + R_i)$ вытекает, что при этом сопротивление нагрузки R должно равняться внутреннему сопротивлению источника $R = R_i = 1$ Ом. Такое сопротивление кипятильника можно получить, если включить лишь одну секцию или включить секции в две параллельные ветви по две секции в каждой. Мощность, которую тратит аккумулятор при $R = R_i$, будет равна: $P_0 = \frac{Э^2}{2R} = 32$ Вт. На нагрузке выделяется мощность $P = \frac{Э^2}{4R} = 16$ Вт.

35. К генератору постоянного тока с напряжением на зажимах 127 В подключена нагрузка, по которой протекает ток 40 А. К зажимам генератора подключен вольтметр с сопротивлением 12 000 Ом. Вычислить полную мощность, отдаваемую генератором в сеть, и мощность, которую потребляет вольтметр.

Решение. Вольтметр потребляет мощность $W = \frac{U^2}{R_в} = 1{,}34$ Вт. Полная мощность, отдаваемая генератором $P = IU$, где $I = (I_1 + I_2)$ — ток в неразветвленной части цепи. Сила тока, проходящего через вольтметр, $I_1 = \frac{U}{R_в}$, поэтому $P = \left(\frac{U}{R_в} + I_2\right)U = \frac{U^2}{R_в} + I_2U$. Подставив численные значения, получим $P \approx 5{,}1$ кВт.

36. Обмотка индукционной нагревательной печи изготовлена из медной трубки длиной 30 м с наружным диаметром 12 мм и внутренним 10 мм. Обмотку охлаждают проточной водой, протекающей по трубке. Определить потребление воды за час работы печи, если сила тока в обмотке 1000 А; температура воды, входящей в трубку, 10° С; температура воды, выходящей из трубки, 30° С.

Решение. Пусть через трубку за 1 ч проходит масса воды m. На нагревание этой массы воды от температуры t_1^0 до температуры t_2^0 необходимо количество теплоты $Q = cm(t_2^0 - t_1^0)$. За это же время t в обмотке выделится количество теплоты $Q = I^2Rt$. Если все выделенное количество теплоты идет на нагревание воды, то

$$cm(t_2^0 - t_1^0) = I^2Rt. \qquad (1)$$

Сопротивление обмотки определяется по формуле $R = \frac{\rho l}{S_1 - S_2} =$

$= \frac{4\rho l}{\pi (d_1^2 - d_2^2)}$. Подставив R в (1), определим необходимое количество воды:

$$m = \frac{4l^2 \rho t l}{kc\,(t_2^0 - t_1^0)\,(d_1^2 - d_2^2)}.$$

37. Два потребителя с сопротивлениями R_1 и R_2 подключаются к сети с напряжением U один раз параллельно, а второй — последовательно. В каком случае потребляется большая мощность от сети. Отдельно рассмотреть случай: $R_1 = R_2$.

Решение. При параллельном включении общее сопротивление потребителей $R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ и потребляемая от сети мощность $P_1 = \frac{U^2}{R'} = \frac{U^2}{R_1 R_2}(R_1 + R_2)$. При последовательном включении общее сопротивление потребителей $R'' = R_1 + R_2$ и потребляемая от сети мощность $P_2 = \frac{U^2}{R''} = \frac{U^2}{R_1 + R_2}$. Найдем отношение мощностей, потребляемых в первом и втором случае:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1 R_2} = \frac{R_1^2 + 2R_1R_2 + R_2^2}{R_1 R_2} > 1.$$

Таким образом, при параллельном подключении потребителей потребляется бóльшая мощность, чем при последовательном.

Если $R_1 = R_2 = R$, то $\frac{P_1}{P_2} = \frac{4R^2}{R^2} = 4$, т. е. параллельно соединенные одинаковые нагрузки потребляют от сети в четыре раза бóльшую мощность, чем нагрузки, соединенные последовательно.

38. Сопротивление потребителя электроэнергии R, сопротивление источника напряжения r. Если пренебречь сопротивлением соединительных проводов, коэффициент полезного действия источника напряжения $\eta = \frac{R}{R + r}$. Эту формулу можно записать и так: $\eta = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}}$.

Таким образом, чем больше R по сравнению с r, тем выше к. п. д. Почему же на практике подбирают потребитель и источник напряжения такими, чтобы их сопротивления были примерно одинаковыми, хотя при этом η достигает всего 50%?

Решение. Действительно, коэффициент использования электроэнергии тем больше, чем больше R, и достигает единицы при $R \gg r$. Но выбирать потребитель с очень большим сопротивлением нецелесообразно, так как напряжение на потребителе не может превысить э.д.с. источника, а сила тока при неограниченном увеличении сопротивления уменьшается также неограниченно. Поэтому в формуле мощности $P = IU$ первый множитель при неограниченном повышении сопротивления потребителя стремится к нулю, а второй — не превышает некоторого конечного значения. Поэтому потребляемая мощность также будет стремиться к нулю.

Если потребитель будет иметь очень маленькое сопротивление, то сила тока увеличится, но не сможет превысить $\frac{Э}{r}$, а напряжение на потребителе при неограниченном уменьшении его сопротивления будет стремиться к нулю. В результате, как и в первом случае, потребляемая мощность также будет стремиться к нулю. Можно показать, что максимальное значение потребляемой мощности достигается при равенстве сопротивлений источника напряжения r и потребителя R. Потребляемая во внешней части цепи мощность $P = \frac{Э^2}{(r+R)^2} R$. Умножим числитель и знаменатель на $4r$: $P = \frac{Э^2 \cdot 4Rr}{4r(R+r)^2}$, но $4Rr = (R+r)^2 - (R-r)^2$. Тогда $P = \frac{Э^2}{4r} \times \left[1 - \frac{(R-r)^2}{(R+r)^2}\right]$. Из этой формулы видно, что при $R = 0$ и $R = \infty$ $P = 0$, а при $R = r$ мощность достигает максимального значения.

39. Аккумулятор поставлен на зарядку. Напряжение на клеммах зарядной станции во время зарядки 13 В, сила тока 10 А, сопротивление аккумулятора 0,1 Ом. Определить, какое количество теплоты будет ежесекундно выделяться в аккумуляторе и какая часть работы, выполняемой зарядной станцией, будет полезно тратиться на зарядку аккумулятора?

Один ученик вычислил количество выделяющейся теплоты по формуле $Q = I^2Rt$ и нашел: $Q = 10$ Дж. Второй — по формуле $Q = IUt$ и получил: $Q = 130$ Дж. Третий применил формулу $Q = \frac{U^2}{R} t$ и нашел: $Q = 1690$ Дж.

По второму вопросу ученики пришли к выводу, что ответить на него нельзя, так как не дано внутреннего сопротивления самой зарядной станции. Поэтому нельзя определить всю работу, выполняемую станцией, а также ту ее часть, которая тратится полезно.

Объяснить, почему ученики получили разные результаты? Какой из результатов правильный и можно ли ответить на второй вопрос?

Решение. Использованные учениками три записи закона Джоуля—Ленца имеют различный физический смысл и сохраняют свою равноценность только в некоторых отдельных случаях. Всегда и без всяких ограничений количество теплоты, выделяемой при прохождении тока, определяет лишь формула $Q = I^2Rt$. С помощью формулы $Q = IUt$ можно вычислить полную работу электрических сил, а формула $Q = \frac{U^2}{R} t$ не имеет самостоятельного физического значения, является вспомогательной и справедлива лишь в тех случаях, когда $A = Q$.

Когда электрический ток течет по металлическому проводнику, то упорядоченное движение электронов происходит лишь под действием электрических сил. Если напряжение на проводнике U, а сила проходящего тока I, то за время t через проводник переносится заряд $q = It$ и электрические силы выполняют работу $A = qU = IUt$. В это же время за счет хаотических соударений с ионами кристаллической решетки кинетическая энергия электронов превращается в теплоту. Количество выделяющейся теплоты

равно $Q = I^2Rt$. Так как, кроме работы электрических сил и потери энергии при соударении, никаких других процессов в проводнике не совершается, то на основе закона сохранения энергии можно записать: $Q = A$.

В отличие от обычного проводника электрические заряды перемещаются внутри аккумулятора при одновременном действии сил электрического поля, создаваемых зарядной станцией, и химических сил, которые имеют противоположное направление. Поскольку направление зарядного тока совпадает с направлением электрических сил, то эти силы выполняют положительную работу, которая равна $A = IUt$. Это и будет полная работа, выполняемая зарядной станцией при зарядке данного аккумулятора. Но теперь эта работа уже не полностью превращается в теплоту. Часть ее затрачивается на преодоление химических сил и будет превращаться в запасенную энергию аккумулятора. Поэтому уже нельзя писать $Q = A$ и закон Джоуля—Ленца можно применять лишь в виде $Q = I^2Rt$.

Отсюда вытекает полное решение задачи. При зарядке аккумулятора станция выполняет работу $A = IUt = 130$ Дж ($t = 1$ с).

За время $t = 1$ с в аккумуляторе выделится количество теплоты $Q = I^2Rt = 10$ Дж.

В запасенную химическую энергию аккумулятора превратится количество энергии $E = A - Q = 120$ Дж, т. е. полезно затраченная энергия составляет $\eta = \frac{E}{A} \approx 92\%$.

40. Батарея состоит из пяти последовательно соединенных элементов с э.д.с. 1,5 В и внутренним сопротивлением 0,3 Ом каждый. Определить силу тока, при которой мощность, отдаваемая во внешнюю цепь, будет максимальной.

Ответ. 2,5 А.

41. Элемент один раз замыкается проводником с сопротивлением 0,64 Ом, в другой раз — с сопротивлением 2,25 Ом. В обоих случаях мощность тока в проводнике оказалась одинаковой. Определить внутреннее сопротивление элемента.

Ответ. 1,2 Ом.

42. Определить внутреннее сопротивление аккумуляторов, если при включении восьми аккумуляторов в две параллельные группы по четыре на сопротивлении 3 Ом выделяется такая же мощность, как и в случае последовательного соединения всех аккумуляторов?

Ответ. $r = 0{,}75$ Ом.

§ 5. Электрический ток в твердых телах

Измерение величины элементарного заряда. Заряды изменяются не непрерывно, а скачками, причем каждый скачок (порция) равняется наименьшему возможному электрическому заряду. Таким элементарным зарядом обладает электрон. На основании многочисленных экспериментов сейчас установлено, что заряд электрона составляет $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Природа носителей зарядов в металлах. Экспериментально показано, что в металлах ионы не принимают участия в перенесении электрических зарядов, так как в противном случае электриче-

ский ток обязательно сопровождался бы переносом материала, что не наблюдалось. В опытах с инерцией электронов было установлено, что *электрический ток в металлах обусловлен упорядоченным движением свободных электронов (электронов проводимости).*

Если внутри металла нет электрического поля, то электроны проводимости совершают беспорядочное (тепловое) движение: в каждый момент времени они имеют неодинаковые скорости и различные направления движения. В этом смысле электроны не отличаются от обычного газа и часто их называют «электронным газом». Свойства электронного газа не отличаются от свойств обычного идеального газа. Модель электронного газа позволяет качественно объяснить основные законы электрического тока в металлах.

Суммарный заряд, проходящий через любую площадку внутри металла, в отсутствие внешнего поля равен нулю. Если к концам проводника приложить разность потенциалов, т. е. создать внутри проводника поле напряженностью $Э$, то на каждый электрон будет действовать сила $eЭ$, направленная противоположно полю. В результате появится преимущественное направление движения электронов — возникнет электрический ток («электрический ветер»), обусловленный внешним полем.

На основании представлений об электронном газе легко объясняется большая теплопроводность металлов. В самом деле, свободные электроны, участвуя в тепловом движении и обладая большой подвижностью, будут способствовать выравниванию различий в температуре тела.

Причина электрического сопротивления. Кроме свободных электронов в металлах имеются положительные заряды (ионы), которые не участвуют в образовании тока. Ионы находятся в определенных положениях равновесия и образуют кристаллическую решетку металла. В результате столкновений с ионами (или атомами) электроны отскакивают в произвольных направлениях и упорядоченное движение электронов (электрический ток) становится беспорядочным (тепловым). Поэтому для поддержания тока необходимо, чтобы на электроны, в промежутке между соударениями, действовала сила, т. е. чтобы внутри металла существовало электрическое поле. Чем бóльшая разность потенциалов прикладывается к концам проводника, тем большее поле возникает внутри него и тем больший ток течет в проводнике. При этом разность потенциалов строго пропорциональна величине тока (закон Ома).

Двигаясь под действием электрического поля, электроны соударяются с ионами и атомами решетки и передают им часть своей кинетической энергии. Это приводит к усилению теплового (хаотического) движения ионов и атомов, а также самих электронов, т. е. к повышению внутренней энергии тела. Этим объясняется выделение тепла при протекании тока.

Число свободных электронов в 1 $см^3$, а также условия их движения (средняя длина свободного пробега) в разных металлах неодинаковы. Этим обусловлено различие в электропроводности металлов.

Представления об электронном газе не позволили объяснить фактическое значение теплоемкости металлов и одновременно их бóльшую электропроводность. Оказалось, что полное объяснение возможно лишь на основе *квантовой теории электропроводности*

металлов. Советский ученый Я. И. Френкель (1894—1952) первый показал, что в металле наиболее удаленные от ядра электроны (валентные) являются общими для всех атомов тела (т. е. они коллективизированы). Их движение подчиняется таким же квантовым законам (см. главу X), как и движение внутренних электронов атомов. Коллективизированные электроны «странствуют» по кристаллу с очень высокой скоростью (скоростью орбитального движения), не зависящей от температуры. Под влиянием приложенного электрического поля они перемещаются в направлении поля, вызывая высокую электропроводность металлов. Наблюдающееся увеличение электропроводности полупроводников с повышением температуры объясняется ростом количества коллективизированных электронов. Этот фактор более значителен, чем другие изменения, возникающие при повышении температуры.

У металлов даже при абсолютном нуле все валентные электроны обобществлены и повышение температуры не изменяет их числа. Поэтому температурная зависимость электропроводности металлов определяется процессами столкновений (длиной свободного пробега электронов и их скоростью). Для металлов длина свободного пробега и, соответственно, электропроводность обратно пропорциональны абсолютной температуре.

Сверхпроводимость. Нидерландский ученый Г. Каммерлинг-Оннес в 1911 г., исследуя электропроводность ртути при очень низких температурах, обнаружил явление сверхпроводимости. Оно состоит в том, что вблизи абсолютного нуля температур сопротивление ртути, свинца, цинка, алюминия и некоторых других чистых металлов и сплавов скачком уменьшается до нуля. Ток, возникший в замкнутом сверхпроводящем кольце, не исчезает в течение многих часов. Однако в сильных магнитных полях сверхпроводимость разрушается.

При переходе в сверхпроводящее состояние основные механические и оптические свойства, а также коэффициент теплового расширения не изменяются. Как показали опыты, в совершенно чистом металле, находящемся в состоянии сверхпроводимости, весь ток идет по поверхности проводника.

Полупроводники и изоляторы. Электрические свойства полупроводников. В металлах (проводниках) концентрация электронов проводимости (т. е. свободных электронов, не связанных с каким-либо отдельным атомом) почти не зависит от температуры. Существует группа материалов, в которых электрический ток также обусловлен перемещением свободных электронов, однако концентрация этих электронов зависит от температуры: удельное сопротивление таких материалов при понижении температуры сильно возрастает (они становятся изоляторами), а при повышении температуры—значительно уменьшается. Такие материалы являются электронными полупроводниками. К полупроводникам относятся: кремний, германий, селен, многие соединения металлов с серой, селеном, теллуром, а также некоторые органические соединения. В полупроводниках (электронных), как и в металлах, при прохождении тока не происходит никаких химических изменений. Это свидетельствует о том, что ионы не принимают участия в перенесении зарядов. Концентрация свободных электронов n у некоторых полупроводников при комнатной температуре равна 10^{10} $см^{-3}$, при 700° С увеличивается до 10^{18} $см^{-3}$; у металлов — $10^{22} \div 10^{23}$ $см^{-3}$. Удельное

электрическое сопротивление также различно: для металлов $\rho = 10^{-8} \div 10^{-6}$ Ом · м, для полупроводников $\rho = 10^{-6} \div 10^{9}$ Ом · м, для диэлектриков $\rho = 10^{9} \div 10^{16}$ Ом · м.

Для того чтобы увеличить концентрацию свободных электронов в полупроводниках, необходимо затратить некоторую энергию W для отрыва связанных электронов. Ее называют *энергией ионизации*. При повышении температуры увеличивается количество электронов с тепловой энергией, превышающей W, т. е. растет доля свободных электронов. Для изоляторов значения энергии W большие и электроны проводимости почти не образуются.

Примеси в полупроводниках значительно изменяют их электропроводность. Так, например, всего 0,001 атомного процента фосфора понижает удельное электросопротивление кремния в 100000 раз по сравнению с совершенно чистым кристаллом.

Электронная и «дырочная» проводимость в полупроводниках. При повышении температуры в результате отрыва электронов от нейтральных атомов образуются свободные электроны и появляются вакантные места — «дырки», что равнозначно возникновению положительных зарядов. Величина каждого из них равна заряду электрона. На освободившееся место может перейти электрон соседнего атома, т. е. положение дырки меняется, что можно представить как ее перемещение.

При наложении электрического поля хаотическое движение электронов и дырок заменяется направленным: свободные электроны перемещаются против поля, а дырки — по полю. Полный ток $I_п$ в полупроводниках равен сумме токов $I_э$ и $I_д$, обусловленных электронной и дырочной проводимостью: $I_п = I_э + I_д$. Подвижности электронов и дырок различаются примерно в 2 раза. Однако необходимо всегда иметь в виду, что на самом деле движутся только электроны.

В полупроводниках без примесей число свободных электронов и дырок одинаково. Такие полупроводники обладают так называемой *собственной проводимостью*.

Микроскопические примеси сильно меняют свойства полупроводников. В одних случаях наличие примесей приводит к тому, что ток обусловлен движением одних лишь свободных электронов, а перемещение дырок отсутствует. Такой тип полупроводников называют *«электронными» полупроводниками* или *полупроводниками n-типа*. Электронная проводимость является результатом появления лишнего, не связанного с ионом, электрона при введении примеси с бо́льшей валентностью, чем валентность полупроводника. Проводимость n-типа наблюдается, например, в германии с примесью сурьмы.

В других случаях ток обусловлен перемещением дырок, а движение свободных электронов отсутствует. Такие полупроводники называют *«дырочными» полупроводниками* или *полупроводниками p-типа*. Дырочная проводимость связана с присоединением атомом примеси одного из электронов атома полупроводника, обладающего большей валентностью, чем примесные атомы, и образованием дырки. В результате переходов электронов дырка перемещается по кристаллу. Дырочной проводимостью обладает, например, германий с примесью индия. Кроме полупроводников n- и p-типа существуют полупроводники со *смешанной* проводимостью.

Применение полупроводников. Полупроводники широко применяются в различных областях техники. С помощью *термисторов* (приборов, использующих сильную зависимость электросопротивления полупроводников от температуры) измеряют температуру, стабилизируют напряжение при не очень больших колебаниях и малых токах (например, в телеграфных линиях), создают приборы выдержки времени и т. д.

Фотосопротивления (полупроводниковые приборы, у которых сопротивление зависит от освещенности) широко применяют в автоматике.

Большое распространение получили *полупроводниковые выпрямители*, а также *диоды* и *триоды*, характеризующиеся большим сроком работы, малыми размерами, лучшими по сравнению с радиолампами характеристиками.

Контактные и термоэлектрические явления. При соприкосновении двух разнородных (с различной химической природой) проводников происходит непрерывный обмен электронами через поверхность раздела. Так как концентрация свободных электронов и работа выхода в каждом металле неодинаковы, то в одном из проводников возникнет недостаток электронов (появится положительный заряд), в другом — их избыток (отрицательный заряд). Между проводниками возникнет разность потенциалов, которая будет расти до тех пор, пока число электронов, переходящих из одного проводника в другой и наоборот, не сравняется. Таким образом, при соприкосновении двух разнородных проводников на границе контакта появляется характерная для каждой пары проводников разность потенциалов — так называемая *контактная разность потенциалов*. Она равна работе A, которую необходимо затратить для перемещения небольшого пробного заряда q из одного проводника (B) в другой (C):

$$\varphi_C - \varphi_B = \frac{A}{q}. \tag{6.45}$$

Контактная разность потенциалов определяется химической природой соприкасающихся проводников, их температурой и не зависит от размеров проводников и площади контакта. Появление контактной разности потенциалов обусловлено *контактной электродвижущей силой*. Для некоторых металлов величина контактной э.д.с. достигает 1—2 В. С повышением температуры контактная э.д.с. растет.

В соответствии с законом Вольты, в замкнутой цепи, состоящей из проводников первого рода, полная сумма контактных скачков потенциала равна нулю, если все контакты находятся при одной температуре. При неодинаковой температуре контактов разнородных проводников сумма всех действующих э.д.с. отлична от нуля. Результирующую э.д.с. назвали *термоэлектродвижущей силой* (термо- э.д.с.). Ее величина определяется разностью температур контактов:

$$\mathcal{E}_t = \alpha (T_2 - T_1), \tag{6.46}$$

где α — коэффициент термо- э.д.с., зависящий от природы соприкасающихся материалов, а T_2 и T_1 — температуры горячего и холодного контактов. Величина термо- э.д.с. невелика и

достигает всего нескольких милливольт при разности температур 100° С.

В соответствии с величиной термо-э.д.с. при данной температуре металлы можно расположить в ряд таким образом, чтобы каждый из них был термоэлектрически положительным по отношению к последующему. Положительным является тот металл, от которого ток идет через горячий спай (электроны перемещаются в противоположном направлении) и он является отрицательным по отношению к предыдущему.

Для спаев при комнатной температуре металлы располагаются следующим образом: (+) натрий, калий, висмут, никель, кобальт, ртуть, платина, золото, медь, олово, алюминий, свинец, цинк, серебро, кадмий, железо, мышьяк, сурьма (—).

При пропускании электрического тока через кольцо, состоящее из двух разнородных металлов, между контактами возникает некоторая разность температур. Это явление получило название *эффекта Пельтье*.

Явление термоэлектричества широко используется для измерения температуры. Для этих целей применяют термоэлементы (термопары). Термопара состоит из двух разнородных проводников первого рода. Один спай поддерживают при постоянной температуре, а второй помещают в среду, температуру которой нужно измерить. В цепь включают чувствительный гальванометр. Термопары позволяют измерить очень высокие и очень низкие температуры, что невозможно сделать обычными термометрами.

Термоэлементы можно последовательно соединять друг с другом, поддерживая все четные контакты при одной температуре, а все нечетные — при другой. Термо-э.д.с. такой батареи равна сумме э.д.с. отдельных элементов.

Миниатюрные термобатареи (термостолбики) часто применяют для точного измерения мощности теплового излучения. С помощью термостолбика можно, например, зафиксировать излучение, в результате которого температура изменяется всего лишь на несколько миллионных долей градуса.

Термобатареи используют и как генераторы электрического тока. Они просты по устройству. Однако термобатареи широкого применения не получили, так как имеют очень низкий к.п.д. (~ 0,1%). В последние годы в термобатареях начали использовать полупроводники, термо-э.д.с. которых в десятки и сотни раз выше, чем металлов. К.п.д. таких термогенераторов на полупроводниках достигает 6—8%.

Задачи

43. Металлический незаряженный диск приводится в быстрое вращение и становится как бы центрифугой для электронов. Между центром и периферией диска возникает разность потенциалов. Определить знак этой разности.

Ответ. В результате действия центробежной силы концентрация электронов на периферии диска повысится, а в центре — понизится. Это приведет к появлению отрицательного заряда на краях диска и положительного — в центре. Однако эти заряды очень малы и поэтому не могут играть практической роли.

44. Через медную проволоку сечением 1 мм² течет ток $I = 10$ А. Определить среднюю скорость упорядоченного движения электронов в этой проволоке, полагая, что на каждый атом приходится один электрон проводимости.

Решение. Сила тока равна величине электрического заряда, проходящего через поперечное сечение S проводника за единицу времени: $I = \frac{q}{t} = neSv$ (1), где q — электрический заряд; n — число электронов в 1 см³ проводника; e — заряд электрона, а v — его скорость. Из (1) следует: $v = \frac{I}{nSe}$. Число электронов в 1 см³ меди равно количеству атомов меди. Число атомов меди можно определить следующим образом: $n = \frac{\rho}{m}$ (2), где плотность меди $\rho = 8{,}6 \cdot 10^3$ кг/м³, а m — масса одного атома $m = \frac{\mu}{N}$ (3). Здесь μ — атомный вес меди, а $N = 6{,}025 \cdot 10^{26}$ 1/кмоль — число Авогадро. Из (2) и (3) определим $n = \frac{\rho N}{\mu}$; $v = \frac{I\mu}{\rho S N e}$. Подставив численные значения, получим $v \approx 0{,}77 \cdot 10^{-3}$ м/с.

45. Электрический ток в металлических проводниках обусловлен перемещением свободных электронов. При движении электроны сталкиваются с ионами, образующими кристаллическую решетку металла, и отдают им то количество движения, которое они приобрели до столкновения. Почему металлический проводник, в котором течет ток, не испытывает никаких механических воздействий в направлении движения электронов?

Ответ. Средняя сила, с которой электроны действуют на ионы кристаллической решетки, равна и противоположно направлена силе, с которой электрическое поле действует на ионы. Поэтому проводник не испытывает никаких механических воздействий в направлении движения электронов.

46. Тонкая металлическая лента, свернутая в кольцо радиусом R, вращается с угловой скоростью ω относительно оси кольца. Определить напряженность электрического поля внутри металла. Объяснить механизм возникновения электрического поля. Отношение заряда электрона к его массе $\frac{e}{m}$ считать известным.

Решение. При вращении металлической ленты свободные электроны перемещаются вместе с металлом с центростремительным ускорением $a = \omega^2 R$. Это ускорение может возникнуть лишь в результате действия электрического поля, направленного вдоль радиуса к центру кольца. Механизм возникновения этого поля следующий. Вследствие инерции свободные электроны в металле переходят на кольцо большего радиуса. Поэтому внешняя поверхность кольца заряжается отрицательно, а внутренняя — положительно. Электрон прекратит перемещение от оси вращения к периферии в том случае, когда действующая на него вдоль радиуса электрическая сила $F = eE$ будет достаточной, чтобы удержать его на кольце с радиусом R. Поскольку электрическая сила в этом

случае играет роль центростремительной, то $eE = m\omega^2 R$. Отсюда

$$E = \frac{m}{e}\,\omega^2 R.$$

47. В цепь гальванометра включена термопара, состоящая из медной и константановой проволок длиной по 1 м и диаметром 0,2 мм. Чувствительность гальванометра $i = 10^{-6}$ А на одно деление шкалы, его внутреннее сопротивление 50 Ом. На сколько делений отклонится стрелка гальванометра, если спай термопары перегреть на 50° С по отношению к температуре окружающей среды. Э.д.с. термопары 40 мкВ на градус. Удельное сопротивление меди: $\rho_1 = 0{,}017$ мк Ом · м, константана: $\rho_2 = 0{,}50$ мк Ом · м.

Решение. Для того чтобы определить, на сколько делений отклонится стрелка гальванометра, необходимо вычислить силу тока в цепи, а для этого нужно найти э. д. с. и сопротивление цепи. Э. д. с. термопары $Э = 40 \times 50 = 2000$ мкВ $= 0{,}002$ В. Полное сопротивление цепи: $R = r + \rho_1 \dfrac{l}{S} + \rho_2 \dfrac{l}{S}$; $R \approx 66{,}4$ Ом. Сила тока в цепи: $I = \dfrac{Э}{R} \simeq \simeq 30 \cdot 10^{-6}$ А. Таким образом, стрелка гальванометра отклонится на $n = \dfrac{I}{i} = 30$ делений

48. Какое количество электронов должно проходить в единицу времени через поперечное сечение проводника, чтобы ток равнялся 1 мА?

Ответ. $6{,}25 \cdot 10^{15}$.

49. Определить плотность тока, если за 0,4 с через проводник сечением 1,2 мм² прошло $6 \cdot 10^{18}$ электронов.

Ответ. $2 \cdot 10^{6}$ А/м².

50. Тонкий металлический диск перемещается с постоянным ускорением a, направленным перпендикулярно к его поверхности. Определить напряженность электрического поля внутри диска и объяснить причины возникновения поля. Отношение $\dfrac{e}{m}$ для электрона считать известным.

Ответ. $E = \dfrac{m}{e}\,a$.

51. Для измерения небольших разностей температур применили схему, состоящую из n одинаковых термопар с постоянной α В/К и сопротивлением r каждая. Ток через термопары измерялся гальванометром, сопротивление которого R. При каком соотношении между сопротивлением термопар и сопротивлением гальванометра выгоднее включать термопары не последовательно, а разбить их на две группы, включенные параллельно? На сколько делений отклонится стрелка гальванометра в обоих случаях, если $n = 12$, $r = 3{,}5$ Ом, $R = 14{,}7$ Ом, $\alpha = 120$ мкВ/К? Чувствительность гальванометра $2 \cdot 10^{-9}$ А на одно деление, измеряемая разность температур 10^{-3} К.

Ответ. $r > \dfrac{2R}{n}$. В первом случае стрелка гальванометра отклонится на $p_1 \simeq 12{,}7$ делений, во втором — на $p_2 \simeq 14{,}3$ делений.

8*

§ 6. Электрический ток в электролитах

Электролиз. Проводниками второго рода или *электролитами* называют вещества, в которых прохождение электрического тока сопровождается *электролизом* — выделением на электродах составных частей растворенных веществ или продуктов вторичных реакций. Электролитами являются *растворы кислот, щелочей и солей* в воде и других растворителях. Электролитическую проводимость имеют также расплавленные соли. Однако расплавленные металлы являются проводниками первого рода, так как при прохождении тока они химически не изменяются. В то же время некоторые соли в твердом состоянии проявляют электролитическую проводимость.

Заряды в электролитах переносятся ионами. Согласно теории электролитической диссоциации, каждая молекула солей, щелочей и кислот состоит из двух ионов с противоположными по знаку и равными по величине зарядами. В растворе связи между ионами ослабевают и молекула распадается, диссоциирует. Сталкиваясь, ионы вновь могут объединиться в нейтральные молекулы. Этот процесс называется *рекомбинацией*. Обычно процессы диссоциации и рекомбинации протекают одновременно, в растворе устанавливается подвижное равновесие и число ионов в единице объема электролита будет сохраняться постоянным. Ионы металлов и водорода всегда имеют положительный заряд, а ионы неметаллов (кислотные остатки и группы OH) — отрицательный.

Электрическое поле вызывает направленное движение ионов в электролите. Ионы с отрицательным зарядом (анионы) перемещаются к *аноду* (положительному электроду), а с положительным зарядом (катионы) — к *катоду* (отрицательному электроду). Таким образом, *электрический ток в электролитах обусловлен направленным движением ионов и связан с переносом вещества*. Величина тока зависит от количества ионов обоих знаков в единице объема и скорости их движения. Поэтому плотность тока

$$i = qn\,(v_+ + v_-), \qquad (6.47)$$

где q — заряд иона, n — концентрация ионов, v_+ и v_- — скорости катионов и анионов соответственно. Скорость движения ионов, в свою очередь, зависит от природы ионов, вязкости электролита и приложенного напряжения.

Закон Ома для электролитов:

$$i = qn\,(b_+ + b_-)\,E = \gamma E, \qquad (6.48)$$

где b_+ и b_- — подвижности соответственно катионов и анионов (подвижность равна средней скорости, с которой ионы движутся в поле с напряженностью, равной единице: $v_+ = b_+E$; $v_- = b_-E$). В системе СИ подвижность измеряется в единицах $м^2 \cdot с^{-1} \cdot В^{-1}$. Величину $\gamma = qn(b_+ + b_-)$ называют *электропроводностью* электролита. Она во много раз меньше электропроводности металлов. Электропроводность электролитов значительно повышается при росте температуры, что обусловлено увеличением степени диссоциации и понижением вязкости раствора. Достигнув анода, анионы отдают ему избыточные заряды (электроны), которые переходят во внешнюю электрическую цепь и движутся к катоду. Катионы на катоде приобретают недостающие им заряды. В результате этих про-

цессов анионы и катионы становятся нейтральными молекулами (атомами). Вследствие нейтрализации ионов вблизи электродов не образуются большие заряды, которые могли бы препятствовать протеканию тока. В результате электролиза происходит накопление у электродов продуктов химического распада электролита.

Законы Фарадея. Изучая явления, происходящие при протекании тока через электролиты, английский физик М. Фарадей (1791—1867 гг.) установил два основных закона электролиза.

Первый закон Фарадея. Масса вещества m, *выделившегося при электролизе на любом из электродов, прямо пропорциональна количеству электричества* q, *прошедшего через электролит:*

$$m = Kq. \tag{6.49}$$

Коэффициент K называется *электрохимическим эквивалентом* вещества и численно равен массе вещества, выделившейся на электроде при прохождении через электролит одного кулона. Если при электролизе ток постоянный, то

$$m = KIt, \tag{6.50}$$

так как $q = It$.

Второй закон Фарадея. Электрохимические эквиваленты различных веществ отличаются друг от друга. Второй закон Фарадея определяет, от каких свойств вещества зависит величина K. *Электрохимические эквиваленты веществ пропорциональны атомным весам* A *и обратно пропорциональны их валентностям* Z:

$$K = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z}, \tag{6.51}$$

где $\frac{1}{F}$ — коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех веществ,

$\frac{1}{F} = 1{,}037 \cdot 10^{-8}$ кг-экв/Кл, а число $F = 9{,}65 \cdot 10^{7}$ Кл/кг-экв.

Отношение атомного веса вещества к его валентности $\left(\frac{A}{Z}\right)$ называют химическим эквивалентом вещества (x). Второй закон Фарадея можно также выразить следующим образом: *электрохимические эквиваленты различных веществ пропорциональны их химическим эквивалентам:*

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{x_1}{x_2}$$

или

$$\frac{K_1}{x_1} = \frac{K_2}{x_2} = \ldots = \frac{K_n}{x_n} = C. \tag{6.52}$$

Величина C показывает, сколько грамм-эквивалентов* вещества выделяется на электродах при прохождении через электролит одного кулона.

* Грамм-эквивалентом простого вещества называют количество этого вещества в граммах, равное по величине его химическому эквиваленту. У одновалентных веществ химический эквивалент равен грамм-атому.

Оба закона Фарадея можно объединить, если значение K из (6.51) подставить в (6.49):

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} \cdot q = \frac{Aq}{FZ}. \qquad (6.53)$$

Элементарный электрический заряд. Из (6.53) следует, что при прохождении через электролит заряда $q = F$ выделяется $\frac{A}{z}$ граммов любого вещества, т. е. $\frac{1}{z}$ грамм-атома этого вещества. Для выделения одного грамм-атома вещества (A граммов) через электролит необходимо пропустить заряд $q = ZF$. Этот заряд переносится всеми содержащимися в грамм-атоме ионами. Известно, что в одном грамм-атоме любого вещества всегда содержится одинаковое число атомов $N = 6{,}023 \cdot 10^{26}$ кмоль$^{-1}$ (число Авогадро). Поэтому заряд иона одновалентного вещества

$$e = \frac{F}{N} = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

При выделении на электроде одного атома Z валентного вещества через электролит проходит заряд $\frac{ZF}{N} = Ze$ кулонов. Таким образом, при электролизе каждый ион переносит заряд, кратный некоторому минимальному количеству электричества e. Никогда ион не переносит заряд, являющийся долей e. Этот минимальный заряд назвали *элементарным зарядом* или *атомом электричества*. Было установлено, что носителями элементарных зарядов являются электроны и позитроны.

Применение электролиза. Явление электролиза широко используется в технике для: получения чистых металлов из расплавов и рафинирования; гальваностегии — покрытия металлических изделий слоем другого металла (например, никелирование, хромирование); гальванопластики — изготовления рельефных металлических копий; электролитической полировки поверхности.

Задачи

52. Две электролитические ванны с растворами азотнокислого серебра и медного купороса соединены последовательно. Какое количество меди выделится за время, в течение которого выделилось 0,36 г серебра?

Решение. Так как ванны соединены последовательно, через них проходит одинаковое количество электричества q. Масса выделившегося серебра $m_1 = \frac{1}{F}\frac{A_1}{Z_1}q$, а масса выделившейся меди $m_2 = \frac{1}{F}\frac{A_2}{Z_2}q$. Из первого уравнения находим $\frac{q}{F} = \frac{m_1 Z_1}{A_1}$ и подставим во второе уравнение: $m_2 = \frac{m_1 Z_1}{A_1} \cdot \frac{A_2}{Z_2} \approx 0{,}106$ г.

53. Определить отношение заряда иона меди к его массе в водном растворе медного купороса $CuSO_4$.

Решение. Массу меди m_0, которая выделится на катоде, можно определить с помощью закона Фарадея: $m_0 = \frac{Aq}{ZF}$. Пусть m — масса каждого иона, e — его заряд и N — число выделившихся на катоде ионов. Тогда $m_0 = Nm$ и $q = eN$. Подставив эти значения в первое уравнение, получим: $Nm = \frac{AeN}{ZF}$ и $\frac{e}{m} = \frac{ZF}{A} \approx 3036 \cdot 10^3$ Кл/кг.

54. Сколько атомов двухвалентного металла выделится на 0,1 дм² поверхности электрода за 5 мин при плотности тока 0,1 А/дм²?

Решение. Согласно закону Фарадея $m = Kq$ или $m = KiSt = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} iSt$, так как $q = iSt$, где i — плотность тока. Разделим полученное уравнение на A: $\frac{m}{A} = \frac{iSt}{FZ}$. Здесь $\frac{m}{A}$ — число килограмм-атомов. Умножив его на число Авогадро, получим число атомов n_1, выделившихся на поверхности: $n_1 = \frac{m}{A} N = \frac{iStN}{FZ} = 9,4 \cdot 10^{18}$.

55. Батарея гальванических элементов состоит из $C = 30$ элементов, соединенных в три одинаковые параллельные группы. Какое количество меди выделится на катоде ванны за $t = 5$ мин работы батареи, включенной на нагрузку с сопротивлением $R = 205$ Ом? Э.д.с. элемента $Э = 0,9$ В, внутреннее сопротивление $r = 0,6$ Ом, атомный вес меди $A = 63,6$.

Решение. Количество меди, выделившееся на катоде, можно определить с помощью закона Фарадея: $m = \frac{Aq}{FZ} = \frac{AIt}{FZ}$. Ток, который проходит через электролит, найдем следующим образом. Если в каждой группе последовательно соединено p элементов и таких групп k, то $I = \frac{pЭ}{R + \frac{pr}{k}} = \frac{kpЭ}{kR + pr}$, так как $kp = C$; $I = \frac{CЭ}{kR + pr}$ и $m = \frac{ACЭt}{(kR + pr) ZF} \approx 4,3$ мг.

56. Реакция соединения водорода с кислородом совершается в соответствии с уравнением: $2H_2 + O_2 = 2H_2O + 575$ кДж. При каком наименьшем напряжении на электродах вольтметра может начаться электролиз воды?

Решение. При электролизе для выделения m килограмм любого вещества расходуется энергия $E = Uq$, где q — прошедшее через электролит количество электричества, а U — приложенное напряжение. Из закона Фарадея $m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} q$. Найдем q и подставим в выражение для E: $E = U \frac{mFZ}{A}$. Из этого выражения можно определить минимальное напряжение на электродах вольтметра: $U = \frac{EA}{mFZ}$. Для разложения 2 кмоль воды и выделения из нее 4 кг водорода необходимо израсходовать $5,75 \cdot 10^8$ Дж энергии. Подставив численные значения, получим: $U \approx 1,49$ В.

57. Через сколько времени медный анод станет тоньше на 0,03 мм, если плотность тока при электролизе 2,0 А/дм²?

Ответ. 67 мин.

58. К зажимам генератора, дающего напряжение 120 В, последовательно подключаются 25 ванн для серебрения и реостат. В каждой ванне за 2 ч должно выделиться 4 г серебра. Напряжение на зажимах ванны равно 4,2 В. Определить силу тока, проходящего через ванны, и толщину слоя серебра, если общая покрываемая серебром поверхность составляет 23,8 дм². Определить к.п.д. установки. Плотность серебра $1{,}05 \cdot 10^4$ кг/м³.

Ответ. 0,5 А; 0,04 мм; 88%.

59. Сколько атомов цинка выделится на катоде гальванической ванны при пропускании через раствор азотнокислого цинка тока в 5 А в течение 30 мин.

Ответ. $2{,}8 \cdot 10^{22}$.

60. Сталь электрополируют при анодной плотности тока 5 кА/м² и в течение 10 мин снимают слой толщиной 0,1 мм. Вычислить электрохимический эквивалент стали, если к.п.д. 87%.

Ответ. $0{,}3 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл.

61. На что нужно больше ампер-часов: на выделение 1 килограмм-атома меди из раствора $CuSO_4$ или на выделение 1 килограмм-атома железа из раствора $FeCl_2$?

Ответ. It в обоих случаях одинаково.

§ 7. Электрический ток в газах и вакууме

Электрический ток в газах. Газы в естественном состоянии не проводят электрический ток, т. е. являются изоляторами. Это связано с тем, что обычно газ состоит из нейтральных атомов и молекул, и для того, чтобы он стал проводящим, необходимо каким-либо способом создать в нем заряженные частицы. Существует две возможности:

1. Заряженные частицы возникают в результате нагрева до высокой температуры, облучения, например рентгеновскими лучами или α-частицами, — *несамостоятельная проводимость газов*. Процесс образования ионов в газах называют *ионизацией* газов.

Процесс ионизации заключается в отрыве электрона от нейтрального атома и превращении его в *положительный ион*. Часть электронов может присоединяться к нейтральным атомам и тогда появятся *отрицательные ионы*.

Коэффициентом ионизации γ называют отношение числа ионов одного знака N к общему числу молекул N_0:

$$\gamma = \frac{N}{N_0}. \tag{6.54}$$

При несамостоятельной проводимости $\gamma = 10^{-12} - 10^{-10}$.

Отрыв электрона от атома требует затраты определенной энергии — *энергии ионизации*, величина которой зависит от строения атома. Поэтому она различна для разных газов.

Если устранить причины, вызывающие ионизацию, то очень скоро количество ионов уменьшится и газ снова станет изолятором.

Исчезновение ионов обусловлено их *рекомбинацией*, т. е. воссоединением ионов и электронов в нейтральные атомы. При рекомбинации энергия, затраченная на ионизацию, освобождается и очень часто излучается в виде света. Ионизация почти всегда сопровождается рекомбинацией.

2. Заряженные частицы создаются в газе под влиянием электрического поля, существующего между электродами (*самостоятельная проводимость*). Ионизация в этом случае происходит следующим образом. Электроны, почти всегда имеющиеся в небольшом количестве в газе, под действием электрического поля высокой напряженности начинают двигаться с большой скоростью и при соударении с атомами или молекулами ионизируют их. Освободившиеся электроны, а также ионы под влиянием поля сами могут приобрести высокую скорость, достаточную для ионизации. Это приводит к росту концентрации ионов и значительному увеличению электропроводности газов.

В случае ионной проводимости закон Ома не соблюдается. Зависимость величины тока I, проходящего через газовый промежуток от величины напряжения U на электродах (*вольтамперная характеристика*), имеет сложный характер, определяемый видом разряда.

В случае несамостоятельной электропроводности, только при небольших значениях U выполняется закон Ома (сохраняется пропорциональность между напряжением и током). С увеличением напряжения ток достигает насыщения. Ток насыщения зависит от степени ионизации газа, происходящей под действием внешних причин. Обычно эти токи составляют несколько микроампер.

При достижении достаточно высокой разности потенциалов ток сильно возрастает. Скачок обусловлен резким увеличением количества ионов: при большой разности потенциалов между электродами ионы и электроны приобретают столь высокие скорости, что при столкновении с ними молекулы газа ионизируются. Образовавшиеся новые ионы и электроны также разгоняются полем и вызывают ионизацию встречных молекул. Этот процесс нарастает и через некоторое время происходит электрический пробой газового промежутка.

В зависимости от вида и причин, вызвавших появление ионов, различают следующие *виды разрядов*: искровой, коронный, дуговой, тлеющий.

Искровой разряд возникает при некоторой разности потенциалов между электродами. При этом появляется электрическая искра, имеющая вид ярко светящегося извилистого тонкого канала сложной формы. Искра длится всего стотысячные доли секунды. Вокруг искры газ нагревается до высокой температуры и резко расширяется, что приводит к появлению звуковой волны (слышится характерный треск). Напряженность поля, при которой происходит искровой пробой, зависит от вида газа, давления и температуры. Пробой обусловлен лавинообразным процессом ионизации атомов. Принцип искрового пробоя между электродами использован в *искровом вольтметре* — приборе для измерения высоких напряжений (от нескольких киловольт и выше).

Молния является искровым пробоем в атмосфере. Она обусловлена образованием во время грозы электрических зарядов на облаках, причем наиболее часто отрицательные заряды появляются

на близлежащей к земле части облака, а положительные — на противоположной. Молнии возникают между облаками или между облаком и землей. Перед появлением молнии напряжение между облаком и землей достигает 10^8— 10^9 В. Величина тока в молнии составляет 10000—500000 А. Однако переносимый ею заряд равен 0,1—200 Кл, так как молния длится всего лишь несколько микросекунд.

Коронный разряд происходит при таком напряжении между электродами, которое недостаточно для пробоя. Разряд этого типа обычно возникает вокруг проволоки или других предметов, вблизи которых существует сильное неоднородное поле. Появление коронного разряда связано с образованием возле поверхности проволоки электронных лавин, распространяющихся ко второму электроду. На некотором расстоянии от проволоки электрическое поле ослабевает, электронные лавины прекращаются и корона гаснет. Коронный разряд иногда возникает вокруг проводов высоковольтных линий.

В технике коронный разряд используется для электрической очистки газов от твердых и жидких примесей, а также в счетчиках заряженных частиц.

Дуговой разряд возникает в тех случаях, когда при пробое сопротивление межэлектродного промежутка становится малым. Это приводит к резкому увеличению силы тока (до десятков и сотен ампер) и падению напряжения до нескольких десятков вольт. Дуговой разряд можно получить, если постепенно раздвигать соприкасающиеся вначале два электрода из углей, подключенных к мощной электрической батарее. Так как через участок соприкосновения электродов идет большой ток, они разогреваются до очень высокой температуры. Особенно раскаляется анод, температура которого может достигать 4000° С. Затем электроды постепенно разводят и, поскольку между ними находится хорошо проводящий раскаленный газ, ток продолжает идти. Хорошая электропроводность газа в межэлектродном промежутке обеспечивается за счет термоэлектронной эмиссии катода.

Дуговой разряд имеет падающую вольтамперную характеристику: увеличение тока приводит к падению напряжения на электродах, т. е. к уменьшению сопротивления межэлектродного промежутка. Поэтому для устойчивого разряда последовательно с дугой необходимо включать балластное сопротивление.

Электрическую дугу широко используют при сварке металлических конструкций, для освещения, в дуговых электрических печах и т. д.

Тлеющий разряд появляется при понижении давления в вакуум-трубке, электроды которой присоединены к источнику высокого напряжения. Он возникает в результате ударной ионизации газа в объеме трубки и выбивания электронов с катода положительными ионами. При давлениях газа 13,3—1,3 Па непосредственно около катода расположен тонкий светящийся слой — *первое катодное свечение*. За ним идет темный участок — *темное катодное пространство*, область тлеющего свечения и второе темное пространство, после которого до анода тянется светящаяся область — *положительный столб*. Электроны, выбитые из катода положительными ионами, в темном катодном пространстве приобретают очень высокие скорости и, сталкиваясь с атомами газа, ионизируют их. Вновь возникшие положительные ионы опять ускоряются и выбивают

из катода новые электроны. Таким образом, происходит непрерывное образование ионов. Поэтому разряд продолжается до тех пор, пока на электродах поддерживается высокое напряжение.

В тлеющем разряде устанавливается характерное распределение потенциала. В области положительного столба, второго темного пространства и тлеющего свечения потенциал меняется мало. Основное падение потенциала происходит в области темного катодного пространства. Это резкое падение потенциала называется *катодным падением потенциала*, что является главным признаком тлеющего разряда. Величина падения зависит от природы газа и материала катода.

Тлеющий разряд широко применяют в газосветных трубках (с инертным газом), в качестве источника света, для катодного распыления металлов и т. д.

Электрический ток в вакууме. Электронные пучки. При понижении давления в трубке примерно до 0,1 Па, к электродам которой приложено напряжение, свечение газа прекращается, но начинает светиться участок стекла, расположенный против катода. Это свечение вызывается *катодными лучами*. Рядом опытов было показано, что катодные лучи всегда распространяются перпендикулярно к поверхности катода. Они несут отрицательный заряд, при бомбардировке вызывают нагревание тел (т. е. обладают некоторой кинетической энергией), отклоняются электрическим и магнитным полем, имеют определенную массу. Опыты привели к заключению, что катодные лучи представляют собой поток электронов. Они возникают в результате выбивания электронов из катода положительными ионами. Поэтому для получения катодных лучей в трубке должно находиться небольшое количество газа. При сильном разрежении не могут возникнуть ни положительные ионы, ни катодные лучи. *Очень разреженный газ является хорошим изолятором*. Под действием катодных лучей почти все твердые тела флуоресцируют. Эту способность катодных лучей используют в катодном осциллографе.

Ток в вакууме между разогретым катодом и анодом не подчиняется закону Ома и при больших напряжениях достигает насыщения.

Если в катоде разрядной трубки проделать отверстия, то часть положительных ионов, разогнанных электрическим полем, пролетит через них, и в закатодной части можно наблюдать слабо светящиеся лучи. Эти лучи назвали анодными или каналовыми. *Анодные лучи* могут служить источником положительных ионов того газа, которым заполнена трубка. Такие источники используют в масс-спектрометрах и ускорителях.

Газоразрядная плазма. МГД-генераторы. При нагревании газа до очень высокой температуры происходит отрыв внешних электронов от атомов, что приводит к образованию электропроводящего, ионизированного газа — *плазмы*. Суммарный пространственный заряд плазмы почти равен нулю. Свойства плазмы сильно отличаются от трех известных состояний вещества: твердого, жидкого, газообразного. Поэтому плазму иногда называют четвертым состоянием.

Под влиянием электрического поля электроны приобретают очень высокие скорости и, значит, кинетическую энергию, что соответствует температурам в сотни тысяч и миллионы градусов.

В случае плазмы часто можно говорить об электронной, ионной и атомной температуре, так как энергия движения электронов значительно выше энергии движения ионов и атомов. В газоразрядной плазме происходит неполная ионизация, поэтому электронная, ионная и атомная температуры отличаются между собой. В недрах звезд ионизация достигает 100%, а ионная и электронная температуры примерно одинаковы.

Газоразрядную плазму используют в магнитогидродинамическом генераторе (МГД-генераторе) электроэнергии. В генераторе происходит прямое преобразование тепла в электроэнергию. Принцип действия МГД-генератора следующий. При пропускании ионизированного газа с высокой скоростью v (например, со скоростью звука) через сильное магнитное поле появится электрический ток,

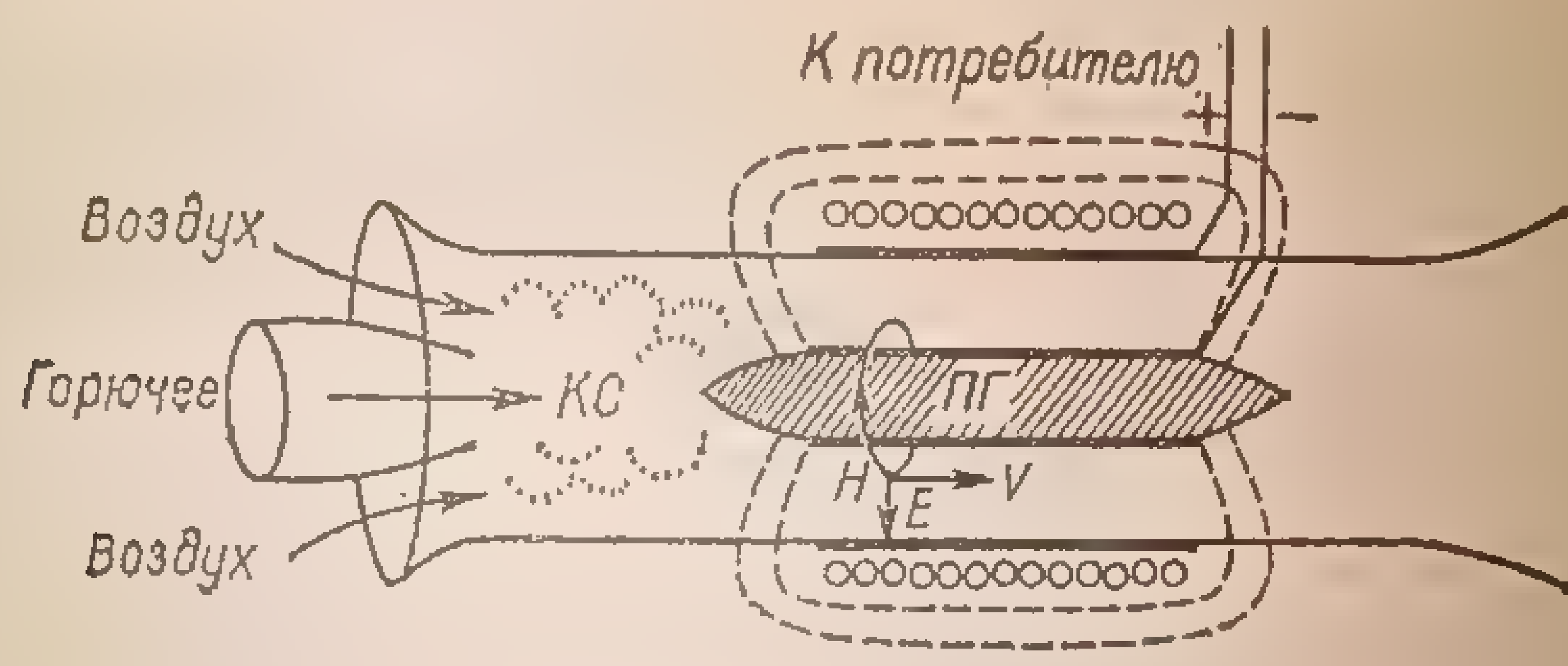


Рис. 26.

который будет протекать через электропроводную плазму. Схема МГД-генератора представлена на рис. 26. Горючее и подогретый воздух подаются в камеру сгорания (*КС*). Образующиеся здесь продукты сгорания с температурой 2500 °С поступают в плазменный генератор (ПГ). Он представляет собой канал с переменным сечением, вокруг которого расположены обмотки электромагнита, создающие сильное круговое магнитное поле H, и радиальное электрическое поле — E. Газ с добавками легко ионизирующегося вещества (пары цезия, кальция или натрия) пропускают через канал с очень высокой скоростью. Возникающий электрический ток направлен перпендикулярно движению газа и силовым линиям магнитного поля. Ток отводится с помощью специальных электродов, изготовленных из жаропрочных материалов.

МГД-генераторы имеют большое будущее, так как обладают достаточно высоким к.п.д. (при $T = 2000°$ К тепловой к.п.д. стремится к 0,9). Одним из основных препятствий для их промышленного внедрения сейчас является отсутствие надежных жаропрочных материалов, способных выдерживать длительные нагрузки при температурах 2000—2500° С.

Задачи

62. Через заполненную воздухом газоразрядную трубку идет ток насыщения 10^{-6} А. Какое количество ионов Δn создается ионизатором в единицу времени в пространстве между электродами?

Решение. Наличие тока насыщения обозначает, что количество ионов, образующихся в пространстве между электродами за единицу времени, равняется количеству ионов, которые нейтрализуются

за единицу времени на электродах. Так как заряд всех ионов, достигающих в единицу времени электродов, равняется I, число ионов Δn можно найти, разделив эту величину на заряд иона q: $\Delta n = \frac{I}{q}$. Подставив численные значения, получим: $\Delta n = 6{,}25 \times \times 10^{-12}$ $с^{-1}$.

63. Какую скорость приобрел электрон, который прошел разность потенциалов в 100 В?

Решение. Скорость, приобретенную электроном, можно определить с помощью формулы, определяющей работу ионизации: $eU = \frac{mv^2}{2}$. Отсюда $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. Подставив численные значения, получим $v \approx \approx 5{,}9 \cdot 10^6$ м/с.

64. Катодные лучи распространяются прямолинейно, перпендикулярно к катоду. Как распространялись бы катодные лучи, если бы масса электронов равнялась нулю?

Ответ. Катодные лучи двигались бы по силовым линиям электрического поля.

65. Почему разрежение газа улучшает его проводимость? При всех ли условиях это верно?

Ответ. Разрежение газа ведет к увеличению длины свободного пробега электронов и ионов под действием поля, т. е. к увеличению их кинетической энергии. Поэтому при увеличении разрежения газа ионизация его молекул наступает при более низком напряжении.

При высоком вакууме увеличение разрежения газа ведет к увеличению его сопротивления.

66. Когда в стенку счетчика Гейгера—Мюллера попадает гамма-квант, он вызывает электрический разряд в счетчике. За один разряд через счетчик проходит $5 \cdot 10^8$ электронов. Определить силу среднего тока, проходящего через счетчик, если за 5 мин он зафиксировал 1500 гамма-квантов.

Решение. Сила среднего тока $I_с = \frac{q}{t}$. Так как $q = nke$, где n — число зафиксированных гамма-квантов, k — число электронов, которое проходит через счетчик при одном разряде, e — заряд электрона, то $I_с = \frac{nke}{t}$. Подставив численные значения, получим $I_с = 4 \cdot 10^{-10}$ А.

67. Чем ионизация газа отличается от ионизации жидких растворов?

Ответ. При ионизации жидких растворов свободные электроны не возникают, а в газах, кроме ионов, возникают свободные электроны.

68. Для ионизации нейтральной молекулы воздуха электрон должен обладать энергией $2{,}4 \cdot 10^{-18}$ Дж. Определить, при какой напряженности электрического поля электрон приобретет такую энергию. Длину свободного пробега электрона принять равной 0,0005 см.

Ответ. $3 \cdot 10^6$ В/м.

69. Какой минимальной кинетической энергией должны обладать электроны в катодных лучах, чтобы ионизировать в трубке

атомы гелия, потенциал ионизации которых 24,5 В? Потенциал ионизации равен разности потенциалов электрического поля, которую должен пройти электрон для приобретения нужной для ионизации атомов энергии.

Ответ. 3,9 · 10^{-18} Дж.

70. Определить расстояние, на котором электрон, начавший движение со скоростью 3000 км/с в электрическом поле, утроит свою энергию, если напряженность поля равна 400 В/м.

Ответ. 0,13 м.

71. Будут ли атомы калия, попадающие в плоский конденсатор, ионизироваться при соударении с электронами, если напряжение на пластинах конденсатора 12 кВ, а расстояние между ними 1,2 см? Среднюю длину свободного пробега электронов в воздухе при нормальном давлении принять 50 мкм, а потенциал ионизация атомов калия равным 4,32 В.

Ответ. Атомы калия будут ионизироваться.

§ 8. Термоэлектронная эмиссия. Электронные лампы

Работа выхода. Электроны проводимости в металлах находятся в непрерывном тепловом движении. Однако все они остаются внутри металла и не вылетают из него наружу. Это свидетельствует о наличии вблизи поверхности некоторых сил (сил электрического поля), которые препятствуют вылету свободных электронов. Для того чтобы электрон мог покинуть металл, необходимо выполнить некоторую работу A против этих сил — работу выхода. Работа выхода связана с существованием между внутренней и наружной частью металла разности потенциалов φ, называемой *поверхностной разностью потенциалов:*

$$A = e\varphi \tag{6.55}$$

Работа выхода определяется химической природой металла и состоянием его поверхности. Она может быть обусловлена следующими причинами:

1. Электрон, вылетающий из металла, должен индуцировать на поверхности положительный заряд. Поэтому между электроном и металлом появляется сила притяжения, препятствующая удалению электрона. Работа выхода частично затрачивается на преодоление этой силы.

2. Вблизи поверхности металла существует электронное облако, возникшее за счет вылетевших из металла электронов. Плотность его быстро уменьшается с увеличением расстояния от поверхности. Вследствие появления этого облака вблизи поверхности металла возникает двойной электрический слой (слой положительных ионов и слой электронов).

Электрон, кинетическая энергия которого внутри металла меньше $e\varphi$, не сможет вылететь наружу. Для его вылета должно выполняться следующее условие:

$$\frac{1}{2} mv^2 \geqslant e\varphi, \tag{6.56}$$

где m — масса электрона, v — его скорость.

Работа выхода для металлов составляет несколько электрон-вольт (1 эВ = 1,6 · 10^{-19} Дж). При комнатной температуре средняя энергия теплового движения электронов в несколько десятков раз меньше работы выхода и лишь некоторые электроны могут вылетать из металла.

Термоэлектронная эмиссия. Энергию электронов можно увеличить различными способами, при этом некоторая их часть сможет вылететь из металла — произойдет явление электронной эмиссии. Различают:

1. Термоэлектронную эмиссию (энергия электронов увеличивается за счет нагрева тела — катода);
2. Фотоэлектронную эмиссию (электроны повышают свою энергию под действием световой волны — при освещении);
3. Вторичную электронную эмиссию (происходит при бомбардировке поверхности некоторых тел потоком электронов, ионов);
4. Автоэлектронную (холодную) эмиссию (возникает в результате наложения сильного электрического поля, напряженность которого достигает нескольких миллионов вольт на 1 см).

Из металла вылетают только те электроны, кинетическая энергия которых больше работы выхода. При повышении температуры количество покинувших металл электронов растет сначала медленно, а затем резко увеличивается.

Величина электронной эмиссии сильно зависит от примесей. Покрытие вольфрамовой нити тонкой пленкой тория, цезия, бария или окисями некоторых металлов позволяет получать высокие плотности тока эмиссии при сравнительно «низких» температурах. Так, например, ток эмиссии в 150 мА на 1 см² поверхности чистого вольфрама возникает при нагреве до 2300° К, а для оксидированного вольфрама — при температуре около 1300° К. Оксидированные и торированные вольфрамовые катоды применяют в электронно-вакуумных приборах, использующих явление электронной эмиссии.

Электронные лампы. Диод. Триод. Простейшая электронная лампа, *диод*, представляет собой стеклянный или металлический баллон, в который впаяны два электрода (катод и анод) и откачан воздух. Катодом служит нить из тугоплавкого металла (вольфрам, молибден), разогреваемая током. Анод изготовлен в виде цилиндра, по оси которого расположен катод. Между анодом и катодом создается напряжение с помощью источника (батареи, аккумулятора). Если составить цепь из диода, источника питания и миллиамперметра, ток в цепи будет идти только в том случае, когда катод разогрет до высокой температуры (1500—2000° С) и анод соединен с положительным полюсом. При отсутствии поля вылетевшие из катода электроны возвращаются обратно, а на их место вылетают новые. Поэтому над поверхностью раскаленного металла появляется *электронное облако*. Количество вылетевших электронов тем больше, чем выше температура катода.

Величина тока эмиссии в диоде зависит от величины анодного напряжения (потенциала анода относительно катода). Кривую зависимости тока от напряжения, приложенного между анодом и катодом, называют *вольтамперной характеристикой лампы* (рис. 27). При некотором значении напряжения ток достигает максимального

значения (i_s) и при дальнейшем повышении анодного напряжения не увеличивается. Такой ток называют *током насыщения.* Величина тока насыщения зависит от температуры катода. С повышением температуры от T_1 до T_2 или T_3 ток насыщения увеличивается. Этому соответствует и более высокое анодное напряжение.

Вольтамперная характеристика лампы является нелинейной и закон Ома в этом случае не выполняется. Зависимость величины тока диода от анодного напряжения определяется формулой Богуславского—Ленгмюра:

$$I_a = KU_a^{\frac{3}{2}}, \qquad (6.57)$$

где K — постоянная, определяемая размерами и формой электродов и не зависящая от температуры катода.

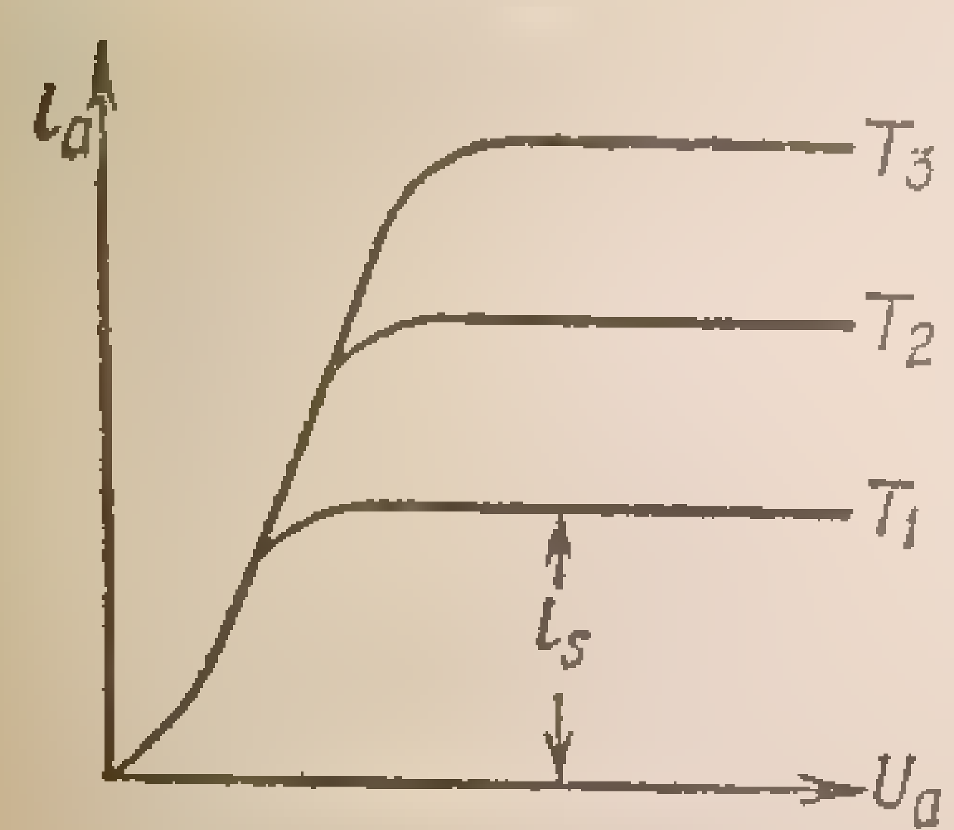


Рис. 27.

Ток через электронную лампу обусловлен электронами, вылетающими из раскаленного катода. Поэтому диод пропускает ток лишь в том случае, когда катод соединен с отрицательным полюсом батареи. Следовательно, электронная лампа обладает *односторонней проводимостью.* Это свойство лампы широко используют для выпрямления переменного тока.

Более сложное устройство по сравнению с диодом имеет *триод* — трехэлектродная лампа. В триодах имеется дополнительный электрод, расположенный между анодом и разогреваемым катодом — так называемая сетка или управляющий электрод. Обычно сетку выполняют с крупными ячейками или в виде спирали.

Отрицательный потенциал, сообщенный сетке, будет препятствовать движению электронов от катода к аноду. При некотором достаточно высоком отрицательном потенциале все электроны возвратятся назад к катоду, ток через лампу (анодный ток) прекратится — лампа «закроется». При положительном потенциале сетки почти все эмиттированные катодом электроны достигнут анода — ток через лампу увеличится. Таким образом, изменяя напряжение между сеткой и катодом, можно регулировать анодный ток через триод. Кривую зависимости анодного тока триода от напряжения на сетке называют *вольтамперной характеристикой триода.* Увеличение положительного потенциала сетки по отношению к катоду приводит к росту анодного тока. При некотором потенциале ток достигает насыщения. Триоды, так же как и диоды, обладают нелинейной характеристикой.

Вследствие того, что сетка расположена на меньшем расстоянии от катода, чем анод, небольшие изменения сеточного потенциала резко увеличивают или уменьшают объемный заряд вблизи катода и таким образом оказывают сильное влияние на величину анодного тока. Так как масса электрона очень мала, триоды практически мгновенно реагируют на быстрые изменения потенциала сетки, т. е. являются безынерционными приборами.

Коэффициентом усиления лампы K называют величину, равную отношению изменений выходного U_2 и входного U_1 напряжений: $K = \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1}$.

Крутизна лампы определяет прирост анодного тока, в мА, при повышении сеточного напряжения на 1 В. Ток насыщения i_s, коэффициент усиления K, крутизна S или внутреннее сопротивление R_i являются основными параметрами лампы.

Наиболее часто электронные лампы применяют для усиления слабых токов и напряжений. В этом случае в анодную цепь лампы включают большое сопротивление R_a (анодную нагрузку). В режиме усилителя на сопротивлениях электронная лампа увеличивает изменение сеточного напряжения в $\frac{K}{1 + \frac{R_i}{R_a}}$ раз. Используя

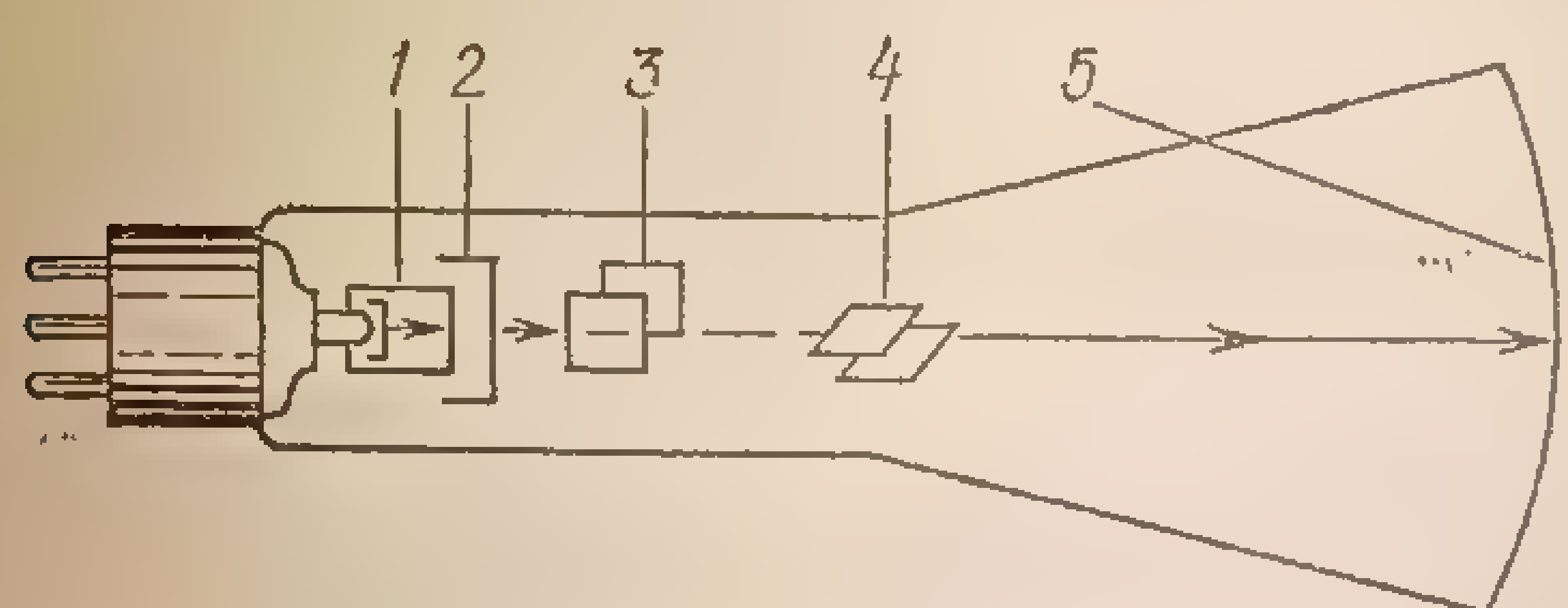


Рис. 28.

несколько электронных ламп, можно создавать усилительные каскады. В этом случае напряжение, усиленное первой лампой, подают на сетку второй; усиленное второй — на сетку третьей и т. д. Усиление происходит за счет работы анодной батареи.

Электроннолучевая трубка имеет вид удлиненной колбы (рис. 28). На дно колбы нанесен слой вещества, которое светится под ударами электронов. Трубка откачана до высокого вакуума. В ее узкой части расположена электронная пушка, состоящая из анода *2* и накаливаемого до 1500—2000° С катода *1*. Чтобы разогнать до высоких скоростей эмиттированные катодом электроны, между анодом и катодом создается сильное электрическое поле. Анод часто изготавливают в виде двух цилиндров с диафрагмами. Для лучшей фокусировки электронов катод помещается внутрь металлического цилиндра, на который подается отрицательное напряжение (—20)÷(—70) В. Сфокусированные этим электродом и анодом электроны образуют электронный луч. Между анодом и экраном трубки *5* расположены две пары отклоняющих пластин *3*, *4*. На них подается напряжение, отклоняющее электронный луч влево—вправо и вверх—вниз. Поскольку электроны обладают очень малой массой, электронный луч практически безынерционный. Поэтому с помощью электроннолучевой трубки можно изучать быстропротекающие процессы (например, изменение электрического тока и напряжения).

Электроннолучевая трубка является основной частью электроннолучевого осциллографа — прибора, позволяющего изучать

электрические процессы, связанные с периодическими колебаниями. Осциллограф широко применяют в радиотехнике. Электронно-лучевая трубка — неотъемлемая часть телевизора.

Задачи

72. Работа выхода вольфрама равна 4,53 эВ. Определить наименьшую скорость (направленную перпендикулярно к поверхности металла), при которой возможен вылет электрона наружу. Масса электрона равна $9{,}1 \cdot 10^{-28}$ г.

Решение. Электрон вылетит наружу, если его кинетическая энергия больше работы выхода: $\frac{1}{2}mv^2 > e\varphi$. Отсюда $v > \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}$. Подставив численные значения, получим: $v > 1{,}26 \cdot 10^8$ см/с.

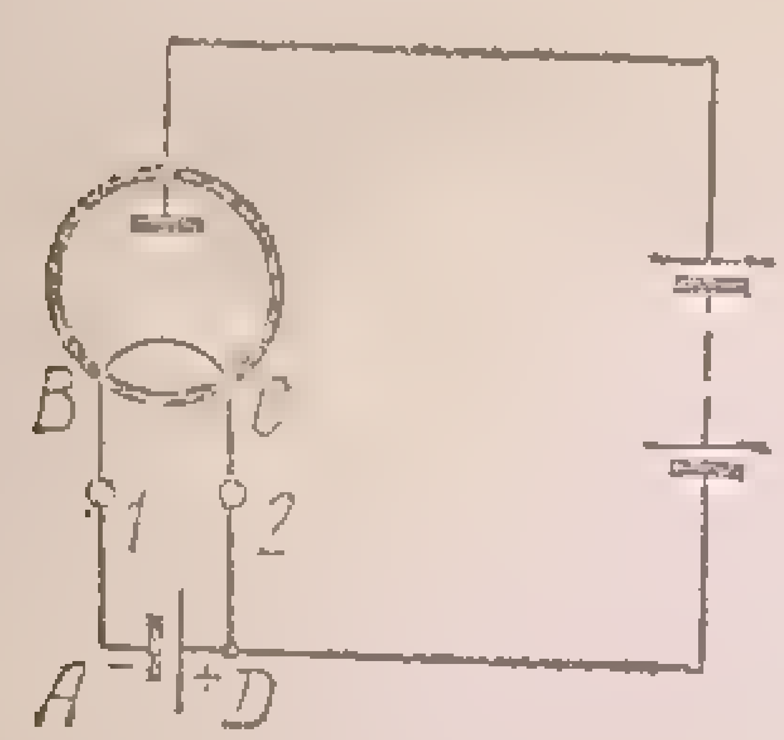


Рис. 29.

73. Электронная лампа, *диод*, включена так, как показано на рис. 29. Анодный ток лампы 0,1 А, напряжение батареи накала 5 В, сопротивление накаленной нити 5 Ом. Что покажут амперметры, подключенные в точках *1* и *2*? Сопротивлением подводящих проводов, батареи накала и амперметров пренебречь.

Решение. Батарея накала дает ток, идущий по цепи $ABCD$ от положительного полюса к отрицательному. Сила тока накала равна $I_н = \frac{U_н}{R_н} = 1$ А. Электроны движутся в лампе от катода к аноду. Следовательно, во внешней цепи электроны, образующие анодный ток, будут двигаться от точки D к катоду. При этом для электронов возможны два пути к катоду: DC и DAB. Но на пути DC они не встречают никакого сопротивления (сопротивлением проводов и амперметров пренебречь), а на пути DAB их движению препятствует э.д.с. батареи накала (направленная так, что она продвигает положительные заряды от D к A). Следовательно, весь анодный ток (0,1 А) пойдет по пути DC и амперметр *1* покажет силу тока 1 А, а амперметр *2* — силу тока 1,1 А.

74. Почему пространственный заряд в электронной лампе при разомкнутой анодной цепи и раскаленном катоде остается постоянным, хотя испарение электронов с катода происходит непрерывно?

Ответ. Это обусловлено тем, что в лампе наряду с испарением электронов происходит оседание на катоде электронов пространственного заряда.

75. Через двухэлектродную лампу, *диод*, с плоскими электродами проходит ток I. Напряжение на лампе равно U. С какой силой действуют падающие на анод лампы электроны, если их скорость вблизи катода равна нулю? Отношение заряда электрона к его массе равно λ.

Решение. За некоторый промежуток времени t на анод попадет n электронов: $n = \frac{It}{e}$. Каждый из этих электронов передаст аноду импульс $p = mv = m\sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{2emU}$ $\left(\text{так как } \frac{mv^2}{2} = eU\right)$. Можно

записать: $np = Ft$, где F — средняя сила давления электронов на анод. Отсюда $F = \frac{np}{t} = I\sqrt{\frac{2U}{\lambda}}$. Интересно сделать численную оценку этой величины. Для типичных значений $I = 10$ мА, $U = 100$ В, величина силы $F = 3{,}4 \cdot 10^{-7}$ Н.

76. В каких случаях электроны будут достигать анода с большей скоростью: при подключении сетки электронной лампы к катоду (рис. 30, *а*), или к аноду (рис. 30, *б*)? Рассмотреть два случая: 1) внутренним сопротивлением анодной батареи можно пренебречь; 2) анодная батарея имеет большое внутреннее сопротивление.

Решение. Скорость электрона у анода определяется разностью потенциалов на всем пути от катода к аноду и будет тем больше, чем больше эта разность. Если анодная батарея имеет очень маленькое внутреннее сопротивление, которым можно пренебречь, то в обеих схемах подключения разности потенциалов одинаковы и равны э.д.с. батареи. Поэтому скорости электронов, достигающих анода, в обеих схемах одинаковы.

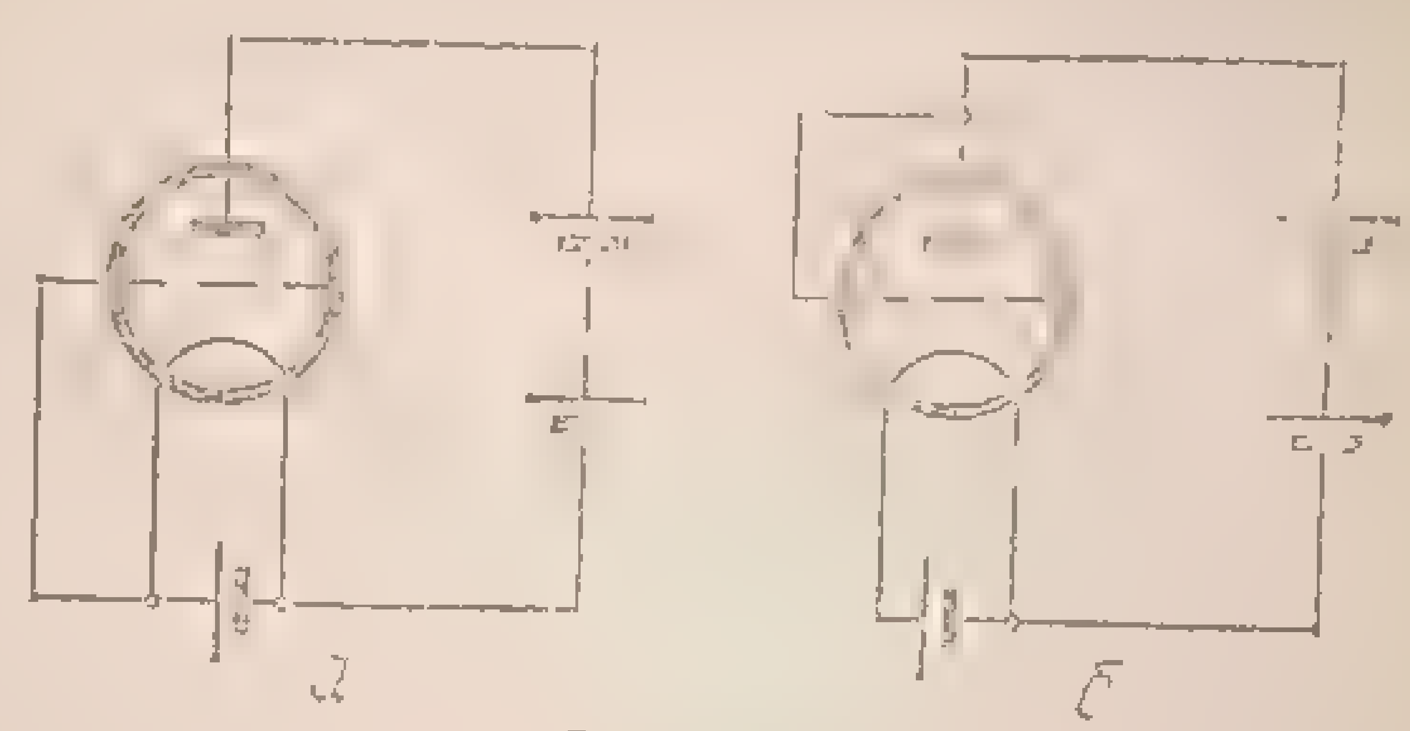


Рис. 30

Если внутреннее сопротивление батареи значительно, то $U = \mathcal{E} - Ir$, где I — сила тока, а r — сопротивление батареи. Следовательно, напряжение на аноде и, соответственно, скорость электронов у анода будут больше в том случае, когда анодный ток меньше. Но в схеме *а* электрическое поле у катода меньше, чем в схеме *б*, так как сетка в схеме *а* находится под меньшим напряжением по сравнению со схемой *б*. Поэтому анодный ток в схеме *а* меньше, а, значит, скорость электронов у анода больше, чем в схеме *б*.

77. Зачем в электроннолучевых трубках на пути электронного луча помещают два плоских конденсатора, пластины которых расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях? Чем можно заменить эти конденсаторы?

Ответ. Пластины необходимы для управления движением электронного луча в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Конденсаторы можно заменить двумя катушками, создающими магнитное поле в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

78. С какой скоростью достигнут анода в электронной лампе электроны, вылетевшие с накаленного катода и движущиеся к аноду под действием приложенного между анодом и катодом напряжения в 200 В.

Ответ. $v = 8{,}4 \cdot 10^{8}$ см/с.

79. Электронная пушка, применяемая в телевизионных трубках для получения электронного луча, состоит из накаленного катода и расположенного вблизи него анода с центральным отверстием, через которое пролетает поток электронов. Как изменится скорость электронов, если напряжение между катодом и анодом изменится от 700 до 1000 В? Чему будет равна эта скорость в обоих случаях?

Ответ. $1{,}6 \cdot 10^{9}$ см/с и $1{,}9 \cdot 10^{9}$ см/с.

80. В откачанной трубке летит поток электронов, вылетевших из электронной пушки, напряжение в которой между катодом и анодом равно 800 В. Непосредственно перед светящимся экраном, на который попадают электроны, расположен плоский конденсатор, вдоль оси которого, посредине между пластинами, пролетают электроны. Длина пластин конденсатора 8 см, расстояние между пластинами 2 см, напряжение на пластинах 50 В. На сколько сместится след электронов на экране и в какую сторону? Если в трубке присутствуют ионы (положительные и отрицательные) молекулярного водорода, однократно заряженные, как они будут вести себя в этих условиях? На сколько и в какую сторону сместятся их следы на экране?

Ответ. Отрицательный ион и электрон отклонятся одинаково на 0,5 см.

§ 9. Использование контактных, термоэлектрических и термоэмиссионных явлений в технике

Термобатареи. Энергия термоэлектрического тока возникает в результате расходования энергии источника тепла. Термобатареи, работающие на этом принципе, применяются редко, так как их к.п.д. очень низкий, всего 1—2%.

Если горячему спаю передается количество тепла Q_1 при абсолютной температуре T_1, то некоторая его часть Q_2 перейдет к холодному спаю, абсолютная температура которого T_2. В энергию электрического тока преобразуется лишь $Q_1 - Q_2$ количества тепла. К.п.д. термоэлемента:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \qquad (6.58)$$

Как и для тепловой машины, максимальный к. п. д.

$$\eta_{\text{макс}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (6.59)$$

Вследствие высокой теплопроводности металлов значительная доля подводимого к горячему спаю тепла переходит к холодному, а также излучается в окружающее пространство.

В последние годы для преобразования тепловой энергии в электрическую начали использовать термоэлектрогенераторы на полупроводниках. Полупроводниковый термоэлемент устроен следующим образом. Две пластинки из полупроводников разного типа («электронный» и «дырочный») соединены металлической пластиной. Область соединения полупроводников подогревают, а свободные концы пластин охлаждают воздухом. Эти концы образуют полюса термоэлемента, к которым подключается нагрузка. Несколько термоэлементов соединяют в термоэлектрическую батарею. Коэффициент полезного действия термобатареи на полупроводниках достигает 6—7%.

Термобатареи выгодно применять для преобразования тепловой энергии в электрическую при наличии дешевого источника тепловой энергии.

В настоящее время для этой цели используют лучистую энергию Солнца. В Средней Азии, где много солнечных дней, установлены такие термобатареи, электрическая энергия которых затрачивается для опреснения воды.

Применение термоэмиссионных и полупроводниковых приборов для выпрямления, инвертирования (преобразования) и усиления тока и напряжения. Одностороннюю проводимость электронных ламп (диодов) широко используют в технике для выпрямления переменного тока. При включении диода в сеть переменного напряжения ток будет проходить только в ту половину периода, когда разогретая нить накала является катодом. В следующую половину периода ток проходить не будет. В результате получим пульсирующее напряжение одного знака. Схема с применением одного диода называется однополупериодной.

Пульсацию напряжения можно сгладить, если между диодом и нагрузкой присоединить фильтр. Самым простым фильтром является конденсатор, включенный параллельно нагрузке. При увеличении входного напряжения конденсатор быстро заряжается, а при уменьшении — медленно разряжается на нагрузочное сопротивление. Пульсации в цепи будут тем меньше, чем больше постоянная RC, где C — емкость дополнительного конденсатора; R — сопротивление нагрузки. Для сглаживания пульсации применяют также схему двухполупериодного выпрямителя. В этом случае две выпрямительные лампы работают поочередно в тот полупериод, когда напряжение на лампе соответствует пропускному направлению. Через нагрузку ток всегда идет в одном направлении. При двухполупериодном выпрямлении также применяют фильтры: либо из конденсатора, либо из индуктивной катушки и двух конденсаторов. Катушку включают последовательно с нагрузкой, а конденсаторы параллельно, причем один конденсатор включают перед катушкой, а второй — после нее.

Двухэлектродные вакуумные выпрямительные лампы с подогреваемым катодом — *кенотроны* — широко используют в радиотехнике. Однако через кенотроны могут проходить лишь небольшие токи, до нескольких десятков миллиампер. Для выпрямления более сильных токов (до 50 А) применяют *газотрон* — двухэлектродную лампу с разогреваемым катодом, наполненную парами ртути или инертного газа. В этих лампах эмиссия с катода увеличивается за счет бомбардировки его ионами, возникшими при соударениях электронов с атомами газа или ртути.

Ртутные выпрямители (преобразователи) применяют для выпрямления переменного тока большой мощности (до 200 А при напряжении 50000 В). Они представляют собой большие металлические или стеклянные колбы с несколькими электродами: основной анод, сетки (1—4 шт.), дополнительные (так называемые дежурные) аноды. На дно колбы налита ртуть, являющаяся катодом. Эмиссия электронов происходит за счет электрической дуги, возникающей между дежурными анодами и ртутью катода. Высокая температура дуги приводит к интенсивному испарению ртути и насыщению электронами и катионами разреженного пространства между катодом и управляющей сеткой. Электроны, ускоренные высоковольтным полем анода, вызывают дополнительную ионизацию паров ртути. Высокая концентрация носителей зарядов (ионов и электронов) обеспечивает огромную плотность выпрямленного тока.

Ток через ртутный выпрямитель идет только в ту половину периода, когда анод положителен относительно катода.

Ртутные преобразователи используют также для преобразования высоковольтного постоянного тока в переменный. Для этого преобразователь включают как нагрузку в цепь с постоянным напряжением, а получаемый на сетке мощный переменный ток подают на трансформаторы местной сети переменного тока.

Полупроводниковые выпрямители. Действие полупроводниковых выпрямителей основано на свойстве контакта некоторых полупроводников пропускать ток лишь в одном направлении (*униполярная проводимость*). Наиболее часто такое свойство проявляется в тех случаях, когда один проводник имеет электронную проводимость, второй — дырочную. При определенном направлении электрического поля дырки и электроны смещаются в направлении поверхности контакта и электроны переходят в полупроводник с дырками, заполняя их. При обратном направлении поля электроны и дырки удаляются от поверхности контакта, что приводит к нарушению электропроводности.

Униполярная проводимость осуществляется в купроксных и селеновых выпрямителях. В купроксных выпрямителях в контакте находятся слой закиси меди на медной шайбе и пластина свинца, цинка или алюминия. Катодом здесь является медная пластина. Отдельный элемент купроксного выпрямителя выдерживает напряжение не более 10—15 В. Эти элементы можно соединять последовательно, собирая в блоки.

Элемент селенового выпрямителя устроен аналогичным образом. На железную пластину нанесен слой никеля и поверх него слой (0,05—0,01 мм) кристаллического селена. Вторым электродом (катодом) является пластинка из тройного сплава (кадмий—висмут—олово). Максимальное рабочее напряжение одного селенового элемента равно 20—25 В при плотности тока до 50 мА/см^2.

Односторонняя проводимость, возникающая при контакте двух полупроводников или полупроводника и металла, используется также в полупроводниковых диодах и триодах из германия и кремния. Полупроводниковые приборы имеют много преимуществ по сравнению с электронными лампами: бóльший срок службы, потребляют намного меньше энергии для питания, обладают бóльшим коэффициентом усиления. К недостаткам триодов относится то, что они могут нормально работать только в сравнительно узком интервале температур ($-50 \div +80^\circ$ C).

§ 10. Магнитное поле и электромагнитная индукция

Естественные магниты. Давно известно, что некоторые железные руды притягивают к себе расположенные вблизи них небольшие железные предметы: опилки, гвозди и т. д. Куски такой руды называют естественными магнитами. Бруски железа и стали могут приобретать магнитные свойства, если расположить их вблизи магнита или же натирать магнитом в одном направлении. Такие магниты называют искусственными.

Магнитные свойства неодинаковы в разных точках поверхности магнита. Различают северный и южный полюса (части поверхности магнита, в которых наиболее заметно проявляется притяжение)

в нейтральную область (участок, где притяжение почти незаметно). В полюсах постоянных магнитов наиболее сильно выражены магнитные свойства.

При проведении опытов с длинными тонкими магнитами Кулон установил, что разноименные магнитные полюса притягиваются, а одноименные отталкиваются.

Магнитное взаимодействие проводников с током. Магнитное поле. При протекании тока через проводник, расположенная под ним магнитная стрелка отклоняется, стремясь установиться под прямым углом к проводнику. Отклонение стрелки обусловлено *магнитными силами*, возникающими в пространстве вокруг проводника с током. Состояние пространства, при котором появляются (и проявляются) магнитные силы, называют *магнитным полем*. Таким образом, вокруг проводника, по которому течет электрический ток, всегда возникает магнитное поле. Оно появляется также при протекании тока в электролитах, при электрических разрядах, при движении наэлектризованных тел и электронов в атомах, при колебаниях атомных ядер в молекулах, переориентации диполей в диэлектриках и т. д., т. е. в тех областях, где изменяется электрическое поле, всегда возникает магнитное поле.

Магнитное поле, как и электрическое поле, является формой существования материи. Оно проявляется в пространстве посредством возникновения магнитных сил — сил, действующих только на движущиеся электрические заряды.

Происхождение магнитного поля постоянных магнитов. Изучая магнитные явления, Кулон пришел к выводу о существенном различии электрических явлений и магнитных. Электрические заряды можно разделить так, чтобы получить тело с избытком зарядов одного знака (положительных или отрицательных). При разделении магнита никогда нельзя получить магнит с одним полюсом. На основании своих опытов Кулон сделал заключение, что два вида магнитных зарядов взаимосвязаны в каждой элементарной частице намагничивающегося тела.

Ампер предположил, что каждый элементарный магнит представляет собой круговой ток, циркулирующий внутри частиц вещества (атомов, молекул и их групп). Магнитная ось такого тока всегда перпендикулярна плоскости тока. В ненамагниченном теле все элементарные токи располагаются хаотически. Под влиянием внешнего магнитного поля элементарные токи тела выстраиваются определенным образом, что приводит к появлению результирующего магнитного поля и намагничиванию тела. С точки зрения этой теории понятна невозможность разделения северного и южного полюсов магнита. Действительно, каждый элементарный магнит является круговым витком тока, одна сторона которого соответствует северному полюсу, а вторая — южному.

Напряженность магнитного поля. Если магнитное поле действует в различных своих точках на расположенный в нем тонкий магнит по-разному, то это свидетельствует о том, что напряженность поля в этих точках неодинакова. При внесении пробного магнита в поле так, чтобы второй его конец находился в области, где поле не очень интенсивно, можно измерить силу, действующую на расположенный в исследуемой области магнитный полюс.

Напряженность магнитного поля является векторной величиной. За направление поля принимают направление силы, действу-

ющей на северный полюс магнита. Напряженностью можно характеризовать не только поле длинного тонкого магнита, но и любое поле.

Поле, напряженность которого в разных точках одинакова по величине и направлению, называют однородным. Такое поле действует на оба полюса магнитной стрелки с одинаковыми и противоположно направленными силами, образующими пару сил. Поэтому однородное магнитное поле вызывает только вращение.

Напряженность магнитного поля можно вычислить, определив момент сил, ориентирующих маленькую магнитную стрелку в поле. Для измерения напряженности применяют статические и динамические магнитометры.

В случае действия двух и больше полей суммарная напряженность определяется по правилу параллелограмма, что свидетельствует о независимости действия магнитных полей.

Силовые линии магнитного поля. Магнитное поле очень удобно и наглядно можно изобразить графически с помощью силовых линий. Силовыми линиями магнитного поля называют воображаемые линии, касательные к которым в любой точке совпадают с направлением поля в этой точке. Так же, как и для электрического поля, силовые линии позволяют изображать направление магнитного поля и характеризовать величину его напряженности. Для этого количество силовых линий, проводимых через расположенную перпендикулярно к ним площадку в 1 см^2, должно равняться или быть пропорциональным напряженности магнитного поля в данном месте. Таким способом можно получать «магнитные карты», основное отличие которых от электрических карт состоит в том, что силовые линии магнитного поля всегда замкнуты. Это обусловлено тем, что в природе имеются только электрические заряды и не существует магнитных. Поэтому силовые линии электрического поля идут от заряда к заряду, а магнитные силовые линии при любой форме проводников (и магнитов) всегда замкнуты. Поле, силовые линии которого замкнуты, называется вихревым, т. е. магнитное поле является *вихревым полем*.

Магнитные поля электрических токов. Изменение направления тока вызывает изменение направления магнитного поля. Связь между ними можно легко определить, воспользовавшись *правилом буравчика* (предложенным Максвеллом): *если ввинчивать буравчик так, чтобы его поступательное движение совпадало с направлением тока в проводнике, то направление вращения его рукоятки укажет направление силовых линий магнитного поля.* Для кругового тока это правило необходимо применять к каждому его участку, поэтому удобнее использовать его в следующем виде: *если буравчик ввинчивать таким образом, чтобы он перемещался по направлению поля, то направление вращения его рукоятки определит направление тока.*

Напряженность магнитного поля в любой точке всегда пропорциональна току в проводнике. Однако данный ток приводит к появлению магнитного поля с различной напряженностью в разных точках.

Напряженность поля сильно зависит от размеров и формы проводника. Так, внутри соленоида (длинной цилиндрической катушки, на которую по спирали намотана проволока) напряженность маг-

нитного поля параллельна оси соленоида, вне его магнитное поле не отличается от поля прямого магнита (как по форме силовых линий, так и по их распределению). Лишь возле концов соленоида силовые линии искривляются. У соленоида также существует нейтральная область и полюса — северный и южный. Вне соленоида силовые линии направлены от северного полюса к южному.

Внутри длинного соленоида с равномерно намотанными витками магнитное поле однородно (концы соленоида не рассматриваются). Напряженность поля внутри такого соленоида прямо пропорциональна силе тока и не зависит от диаметра соленоида, однако увеличивается с ростом плотности его витков:

$$H = kI\frac{n}{l}, \tag{6.60}$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц, n — количество витков соленоида и l — его длина. Формулу (6.60) можно использовать для выбора единицы напряженности магнитного поля, если взять $k = 1$, силу тока измерять в амперах, а длину — в сантиметрах. Такую единицу называют $\frac{\text{ампервиток}}{\text{см}}$ и часто применяют в электротехнике (особенно при расчетах). В системе СИ единицей напряженности является $\frac{\text{А}}{\text{м}}$ — напряженность магнитного поля на расстоянии 1 м от прямолинейного бесконечно длинного проводника, по которому течет ток в 2π А; $1\,\frac{\text{А}}{\text{м}} = 1\,\frac{\text{ампервиток}}{\text{м}}$.

Напряженность простейших магнитных полей. Напряженность магнитного поля H на расстоянии r от очень длинного прямолинейного проводника, по которому течет ток I, равна:

$$H = \frac{I}{2\pi r}. \tag{6.61}$$

Напряженность магнитного поля на оси кругового витка радиуса r с током I на расстоянии l от центра (по оси)

$$H = \frac{Ir^2}{2(r^2 + l^2)^{\frac{3}{2}}}. \tag{6.62}$$

Напряженность магнитного поля в центре витка

$$H = \frac{I}{2r}. \tag{6.63}$$

Напряженность магнитного поля в центре плоской катушки, состоящей из n витков:

$$H = \frac{In}{2r}. \tag{6.64}$$

Вокруг движущегося заряженного тела возникает такое же магнитное поле, как и вокруг обычного электрического тока. Опыты подтверждают тот вывод, что любое магнитное поле тока является результатом суммирования магнитных полей, создаваемых каждой движущейся заряженной частицей (электроном или ионом).

Магнитное поле Земли. Известно, что подвешенная магнитная стрелка в каждой точке земной поверхности устанавливается вдоль определенного направления — примерно с севера на юг. Этот факт свидетельствует о наличии магнитного поля Земли. Напряженность этого поля меняется от 27,2 А/м на экваторе до 5280 А/м у полюсов. Магнитные полюса Земли не совпадают с ее географическими полюсами. Южный магнитный полюс расположен в северном полушарии и имеет координаты: 70° 50′ северной широты и 96° западной долготы. Северный магнитный полюс находится в южном полушарии в точке с координатами: 70°10′ южной широты и 150°45′ восточной долготы. Расстояние между полюсами равно 2300 км, в то время как диаметр Земли больше 2300 км. Это свидетельствует о том, что точки схождения силовых линий магнитного поля Земли (полюса) расположены «под поверхностью».

Вертикальная плоскость, в которой устанавливается продольная ось магнитной стрелки, называется *плоскостью магнитного меридиана* данной точки земной поверхности. Угол между географическим и магнитным меридианами данной точки Земли называется *магнитным склонением*. Если северный полюс магнитной стрелки отклоняется к западу от плоскости географического меридиана, магнитное склонение называют западным, если к востоку — восточным. Магнитное склонение в различных областях Земли имеет неодинаковое значение. Угол, который составляет магнитная стрелка на горизонтальной оси с горизонтальной плоскостью, называется *магнитным наклонением*. В средних широтах этот угол примерно равен 70°, если стрелка расположена в плоскости магнитного меридиана. На магнитных полюсах Земли угол наклонения равен 90°, а на магнитном экваторе — 0°. Некоторые участки земного шара по своим магнитным свойствам значительно отличаются от соседних. Это так называемые области магнитной аномалии. Чаще всего они обусловлены расположенными под поверхностью Земли большими массами магнитной железной руды. Поэтому исследование магнитного поля Земли является очень важным для обнаружения полезных ископаемых. С этой целью в настоящее время широко применяется магнитная разведка.

Силы, действующие на проводник с током в магнитном поле. На прямолинейный участок проводника с током, помещенном в магнитное поле, действует сила F, перпендикулярная направлению тока и напряженности магнитного поля H. Сила $F = 0$, если проводник с током расположен вдоль поля.

Направление силы F легко определяется по *правилу левой руки: если расположить левую руку так, чтобы силовые линии поля входили в ладонь, а вытянутые пальцы указывали направление тока, то отогнутый большой палец покажет направление действующей на проводник силы.* Если прямолинейный участок с током расположен под некоторым углом к направлению напряженности магнитного поля H, на проводник будет действовать лишь перпендикулярная составляющая напряженности $H_{\perp}$.

Согласно *закону Ампера* на прямолинейный проводник l, по которому течет ток I в поле напряженности H, действует сила

$$F = kHIl \sin \varphi, \tag{6.65}$$

где k — коэффициент пропорциональности, а φ — угол между H и l.

Сила притяжения или отталкивания двух расположенных на расстоянии r друг от друга параллельных проводников длиной l каждый, по которым текут токи I_1 и I_2, определяется выражением:

$$F = k\frac{I_1 I_2 l}{r}. \tag{6.66}$$

С помощью этой формулы определяется одна из основных единиц в системе СИ — *ампер*. Ампер является силой такого постоянного тока, который при прохождении по двум прямолинейным параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенных на расстоянии 1 м один от другого в пустоте, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Более сложно действие магнитного поля на виток или ряд последовательно соединенных витков (соленоид). В этом случае однородное поле приводит к появлению вращающего момента, который поворачивает виток или соленоид таким образом, чтобы их оси были направлены вдоль поля. В неоднородном поле, кроме вращающего момента, действует сила, под влиянием которой повернувшийся виток или соленоид перемещается в сторону увеличения напряженности поля.

Принцип взаимодействия тока с магнитным полем был использован для измерения величины тока, т. е. для создания электроизмерительных приборов — гальванометров. Наиболее часто встречаются гальванометры с вращающейся рамкой. Чувствительность гальванометров достигает 10^{-9}—10^{-10} А на одно деление шкалы.

Индукция магнитного поля. В магнитном поле на проводник с током действует сила. Опытным путем было установлено, что она пропорциональна току, протекающему по проводнику, а также длине участка проводника l, расположенному в поле. Изменение силы тока или длины отрезка проводника вызывает соответствующее изменение силы. Однако отношение силы F к произведению тока I на длину проводника l является постоянной величиной для данного участка магнитного поля. В разных участках поля это отношение принимает различные значения. Величина этого отношения может служить характеристикой магнитного поля. Определенное таким образом отношение называют *индукцией магнитного поля или магнитной индукцией* и обозначают через B:

$$B = \frac{F}{Il}. \tag{6.67}$$

В системе СИ единицей магнитной индукции является *тесла*, Т.

Между магнитной индукцией в вакууме B_0 и напряженностью магнитного поля H существует следующая взаимосвязь:

$$B_0 = \mu_0 H, \tag{6.68}$$

где μ_0 — магнитная постоянная; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м. Индукция магнитного поля в веществе

$$B = \mu\mu_0 H,$$

где μ — магнитная проницаемость вещества. Индукция магнитного поля является векторной величиной. Направление вектора магнитной индукции в каждой точке поля совпадает с направлением магнитной силовой линии, проходящей через данную точку. Индукцию магнитного поля можно определять и как плотность силовых линий, если через расположенную перпендикулярно к ним площадку в 1 см² проводить количество линий, равное (или пропорциональное) численному значению магнитной индукции.

На участок проводника с током действует сила, определяемая формулой Ампера:

$$F = BIl \sin\alpha, \tag{6.69}$$

где α — угол между вектором магнитной индукции и проводником с током. В частном случае, когда $\alpha = 90°$, $F = BIl$.

Индукция магнитного поля бесконечного прямолинейного проводника с током I на расстоянии r от проводника определяется выражением:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}. \tag{6.70}$$

Индукция поля внутри катушки, диаметр которой значительно меньше ее длины,

$$B = \mu\mu_0 n_0 I, \tag{6.71}$$

где n_0 — число витков на единице длины катушки.

Сила Лоренца. Если заряд q движется со скоростью v под некоторым углом α к вектору магнитной индукции B, на него действует сила Лоренца:

$$F = qvB \sin\alpha. \tag{6.72}$$

Направление силы Лоренца можно найти, воспользовавшись *правилом левой руки: расположим левую руку так, чтобы вектор B был направлен в ладонь, а вытянутые пальцы показывали направление вектора скорости, тогда отставленный большой палец укажет направление силы, действующей на положительный заряд.* Сила Лоренца направлена перпендикулярно к вектору магнитной индукции B и скорости v, поэтому она не совершает работу. Если заряд перемещается вдоль силовых линий, то магнитное поле не влияет на движение этого заряда.

Магнитный поток. Важной физической величиной, характеризующей контур, по которому течет ток, является *магнитный поток*. Такое название связано с представлением о количестве магнитных силовых линий, проходящих через рассматриваемую площадь.

Потоком магнитной индукции или просто магнитным потоком Φ называют произведение индукции магнитного поля B, пронизывающего данный контур, на площадь контура S:

$$\Phi = BS \cos\alpha, \tag{6.73}$$

где α — угол между направлением вектора индукции B и перпендикуляром к поверхности контура. Магнитный поток характеризуется как величиной, так и знаком (в зависимости от знака $\cos \alpha$), что определяется выбором положительного направления нормали к поверхности. При рассмотрении электромагнитных явлений принимается положительным то направление, которое совпадает с направлением перемещения винта с правой нарезкой при вращении его в направлении тока. Поэтому магнитный поток, создаваемый произвольным контуром с током через ограниченную им самим поверхность, всегда положителен. Магнитный поток — скалярная величина. Он равен полному числу магнитных силовых линий, проходящих через данный контур. При увеличении поля магнитный поток растет, при уменьшении — падает. Единицей магнитного потока в системе СИ является *вебер*, Вб.

При перемещении участка проводника с током под действием сил магнитного поля выполняется работа, равная произведению силы тока I на изменение магнитного потока:

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi. \tag{6.74}$$

Если выражать ток в амперах, а магнитный поток в веберах, работу получим в джоулях.

Электромагнитная индукция. Явление электромагнитной индукции было открыто английским ученым М. Фарадеем. Заключается оно в том, что изменение магнитного потока через замкнутый проводящий контур вызывает появление электрического тока в этом контуре. Явление электромагнитной индукции можно обнаружить при проведении некоторых опытов. Индуцированный ток возникает при: 1) относительном движении катушки и магнита; 2) изменении напряженности магнитного поля в контуре, расположенном перпендикулярно к линиям поля; 3) перемене положения контура, расположенного в постоянном магнитном поле.

При равномерном прямолинейном перемещении контура параллельно самому себе в любом направлении вдоль однородного поля (перпендикулярно или под некоторым углом) индуцированный ток не появляется. В неоднородном поле любое перемещение контура (за исключением случая, когда плоскость контура параллельна направлению поля) приводит к возникновению тока.

Закон Ленца. Направление индуцированного тока можно определить по правилу, установленному Э. Ленцем: *индуцированный ток всегда имеет такое направление, при котором создаваемое им магнитное поле препятствует изменениям магнитного поля, являющегося причиной появления этого тока.*

Если индукция возникает в результате движения магнита или всего контура, закон Ленца можно сформулировать следующим образом: *индуцированный ток всегда имеет такое направление, при котором его взаимодействие с первичным магнитным полем препятствует движению, в результате которого происходит индукция.* Закон Ленца является выражением закона сохранения энергии для электромагнитных явлений. Действительно, при движении замкнутого контура в магнитном поле за счет внешних сил необходимо выполнить некоторую работу против сил, возникающих в результате взаимодействия индуцированного тока с магнитным полем и направленных в сторону, противоположную движению.

Электродвижущая сила индукции. Величина индуцированного тока зависит от скорости изменения магнитного потока в катушке, числа витков, а также от материала проводника. Возникающий ток тем больше, чем меньше электрическое сопротивление катушки (при прочих равных условиях). Появление индуцированного тока свидетельствует о том, что при наличии электромагнитной индукции в проводнике возникает электродвижущая сила.

Величина тока I определяется законом Ома: $I = \frac{Э}{R}$, где R — полное сопротивление цепи, равное сумме сопротивлений катушки и остальных частей цепи, а $Э$ — электродвижущая сила индукции.

При электромагнитной индукции именно э.д.с. индукции, а не индуцированный ток является основной характеристикой, поскольку величина тока зависит от сопротивления проводника. Так, например, в двух равных по размерам и одинаковых по форме контурах э.д.с. будет одинакова, а величина появляющегося тока больше в том контуре, сопротивление которого меньше. Необходимо отметить, что э.д.с. индукции возникает во всей индукционной цепи, т. е. во всех точках цепи, где происходит изменение потока магнитной индукции.

Величина э.д.с. индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, проходящего через контур:

$$Э = -k\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \qquad (6.75)$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц. В системе СИ $k = 1$, поэтому

$$Э = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}. \qquad (6.76)$$

Знак «минус» в формуле (6.76) означает, что при увеличении магнитного потока, пронизывающего проводящий контур $\left(\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} > 0\right)$, э. д. с. индукции будет отрицательна и возникающий индукционный ток будет противодействовать магнитному потоку; при уменьшении магнитного потока $\left(\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} < 0\right)$ э. д. с. будет положительна и индукционный ток поддерживает убывающий магнитный поток. В том случае, когда величина магнитного потока со временем меняется неравномерно, уравнение (6.76) дает среднее значение э. д. с.

В катушке с n витками э. д. с. в n раз больше, чем в одном витке:

$$Э = -n\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}. \qquad (6.77)$$

Направление э.д.с. индукции определяется правилом Ленца. Уравнение (6.76) используется в системе СИ для установления единицы магнитного потока. Взяв $Э = 1$ В, $\Delta t = 1$ с, получим $\Delta \Phi = 1$. Эту единицу назвали вольт-секундой или вебером. Таким образом, *вебер* является таким магнитным потоком, уменьшение которого до нуля за 1 с вызывает появление в индукционном контуре э.д.с. индукции, равной 1 В.

Для определения направления индуцированного тока в проводнике удобно использовать *правило правой руки*, вытекающее из закона Ленца: *если расположить ладонь правой руки так, чтобы в нее входили магнитные силовые линии, а отставленный на 90° большой палец указывал направление движения проводника, то вытянутые пальцы укажут направление тока (и э.д.с.).*

Токи Фуко. В сплошных металлических телах при изменении магнитного потока также возникают индуцированные токи. Их называют *вихревыми токами* или *токами Фуко*. Величина и направление вихревых токов зависят от формы тела, свойств материала, направления и скорости изменения магнитного потока. Распределение этих токов часто бывает очень сложным. Так как сопротивление массивного проводника мало, то возникающие вихревые токи могут быть очень большими, что вызывает сильный нагрев. Во многих случаях принимаются меры для ослабления токов Фуко. Например, разделяют куски железа на отдельные, тонкие, изолированные пластинки. Это приводит к увеличению сопротивления для вихревых токов и уменьшению нагрева. Такой прием используют во всех электрических машинах. В индукционных печах токи Фуко применяют для нагрева или плавления металла.

Магнитные свойства тел. При введении железного сердечника внутрь соленоида значительно увеличивается начальное значение магнитного потока. Это увеличение неодинаково для различных материалов. Отношение магнитных потоков в соленоиде с сердечником, Φ, и без сердечника, Φ_0, характеризует магнитные свойства материала сердечника. Это отношение называют магнитной проницаемостью μ. Согласно определению,

$$\mu = \frac{\Phi}{\Phi_0}. \qquad (6.78)$$

Величина μ зависит от атомного строения вещества. Для вакуума $\mu = 1$.

Материалы, у которых магнитная проницаемость больше единицы, называют *парамагнитными*. В парамагнитной среде начальный магнитный поток усиливается. К парамагнитным материалам принадлежат марганец, хром, платина алюминий.

Материалы, у которых магнитная проницаемость меньше единицы, называют *диамагнитными*. В диамагнитной среде начальный магнитный поток уменьшается. К диамагнитным веществам принадлежат висмут, цинк, свинец, медь, серебро, золото, сера, воск.

Парамагнитные тела притягиваются к магниту, диамагнитные — отталкиваются.

Для большинства веществ магнитная проницаемость мало отличается от единицы. Только для железа, никеля, гадолиния и кобальта μ значительно больше единицы. Эти элементы называют *ферромагнитными*.

Влияние веществ на величину магнитного потока можно объяснить тем, что к магнитному потоку, возникающему при прохождении тока в соленоиде, присоединяется поток, создаваемый элементарными токами Ампера. В железе и других ферромагнитных материалах направление этих токов совпадает (или почти совпадает) с током во внешней обмотке, что приводит к увеличению магнитного потока через соленоид с сердечником. Направление токов Ампера

и тока во внешней обмотке для парамагнитных веществ также одинаково, но добавочный магнитный поток мал, что свидетельствует об их слабом намагничивании. В диамагнитных веществах магнитные потоки, вызываемые током в соленоиде и элементарными токами, направлены противоположно. Дополнительный поток этих элементарных токов также невелик, поэтому μ для диамагнитных веществ мало отличается от единицы.

Магнитная проницаемость ферромагнитных веществ сильно зависит от напряженности магнитного поля, в котором производят измерения. Так, в слабых полях μ железа достигает 5—6 тысяч, а в сильных — уменьшается до нескольких сотен.

Если поместить некоторые вещества в магнитное поле, они намагничиваются, т. е. приобретают магнитные свойства.

При намагничивании железа (или других ферромагнитных материалов) наблюдается магнитный *гистерезис* — явление, заключающееся в том, что кривые зависимости намагничивания (или индукции) от напряженности поля не совпадают при увеличении и уменьшении магнитного поля. Кривая размагничивания всегда отстает от кривой намагничивания. При уменьшении магнитного поля до нуля железо сохраняет некоторое остаточное намагничивание. Это явление используют при изготовлении из железа и стали постоянных магнитов.

Для полного размагничивания железа необходимо приложить противоположно направленное поле. Значение напряженности этого поля, при котором остаточная намагниченность равна нулю, называется *коэрцитивной силой*.

Нагрев до некоторой температуры приводит к резкому падению магнитной проницаемости ферромагнитных веществ до значения, близкого к единице. Эту температуру называют *точкой Кюри*. Она различна для разных ферромагнетиков. При температуре выше точки Кюри ферромагнитные вещества становятся парамагнитными.

В магнитном поле ферромагнитные тела меняют свои линейные размеры, т. е. деформируются. Это явление называется *магнитострикцией*. Величина магнитострикции зависит от напряженности магнитного поля и природы ферромагнитного тела.

Явление самоиндукции. Индуктивность. При любом изменении магнитного потока через контур наблюдается явление электромагнитной индукции. Магнитный поток может также возникать в результате прохождения тока в данном контуре, что приведет к появлению э.д.с. индукции и дополнительного тока. Это явление называют *самоиндукцией*, а индуцированный в контуре (проводнике) ток — *экстратоком*. Согласно закона Ленца, направление экстратока противоположно возрастающему или убывающему току источника, включенного в цепь.

Через проводники, имеющие неодинаковые размеры и форму, при заданном значении тока будет проходить разное количество линий магнитного потока. Для характеристики формы и размеров проводника вводят величину, равную потоку магнитной индукции через площадь контура, по которому течет ток, равный единице. Эту величину называют *коэффициентом самоиндукции* или *индуктивностью* проводника и обозначают L:

$$L = \frac{\Phi}{I}. \tag{6.79}$$

За единицу индуктивности принят *генри*, Г,— индуктивность такого контура, в котором при токе в 1 А возникает поток в 1 Вб: 1 Г = 1 Вб/А.

Воспользовавшись формулами (6.76) и (6.79), можно получить выражение для э.д.с. самоиндукции:

$$Э = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}, \tag{6.80}$$

Если ток измерять в амперах, индуктивность в генри, время в секундах, э.д.с. получим в вольтах.

Задачи

81. В магнитное поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Т перпендикулярно к силовым линиям влетает электрон со скоростью 10^6 м/с. Определить величину силы, действующей на электрон.

Решение. На отрезок l проводника с током I, расположенный перпендикулярно к силовым линиям магнитного поля с индукцией B, действует сила $F = BIl$. Ток в проводнике обусловлен направленным перемещением электронов Поэтому в магнитном поле на движущийся внутри провода электрон действует сила $f = \frac{F}{N} = \frac{BIl}{N}$, где N — число электронов, перемещающихся на отрезке провода l: $N = nlS$, где n — концентрация электронов в приводе с поперечным сечением S. Сила тока $I = nevS$, где e — заряд электрона, v — скорость электрона.

Подставив I и N в выражение для силы f, получим: $f = evB$ и $f = 1{,}60^2 \times 10^{-15}$ Н.

82. В постоянном и однородном цилиндрическом магнитном поле с напряженностью H, перпендикулярно к его силовым линиям с постоянной скоростью v, перемещается металлический стержень. Определить временную зависимость э.д.с. индукции, $Э$, которая возникает в участке стержня AB, расположенного внутри круга радиуса R, если в начальный момент времени стержень касается круга. Линии напряженности поля перпендикулярны к плоскости круга

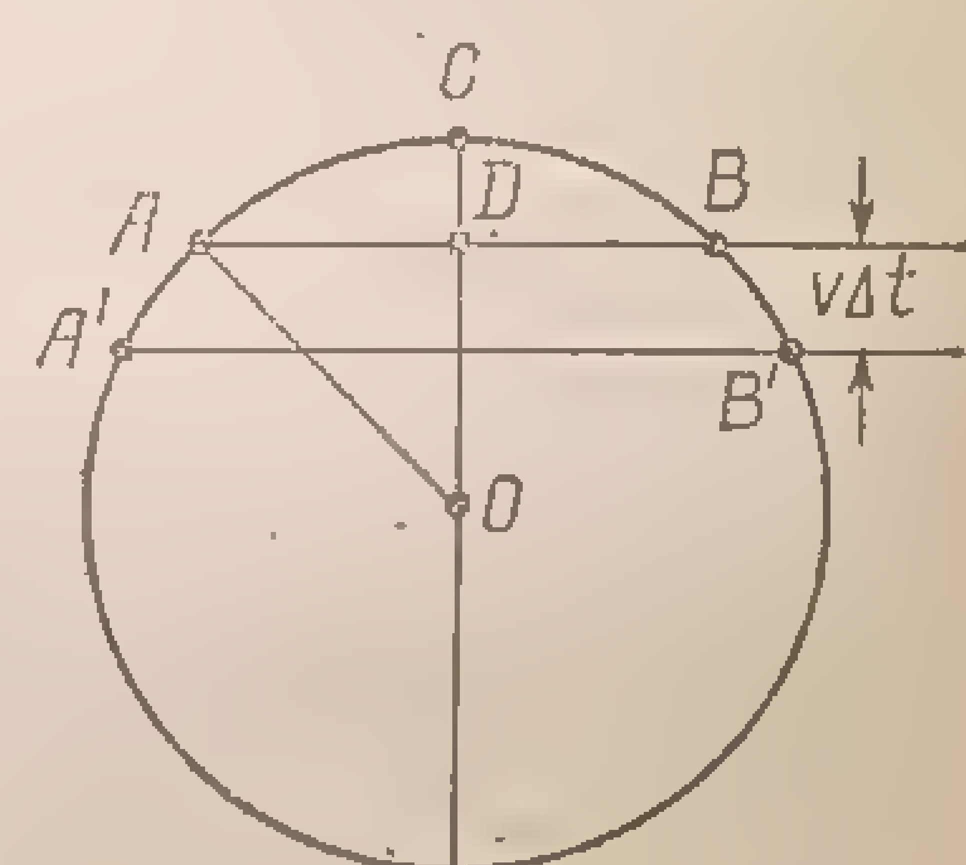


Рис. 31.

Решение. Величину э. д. с. индукции, $Э$, возникающую при движении стержня в магнитном поле, можно определить по формуле: $|Э| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где $\Delta\Phi$ — число магнитных силовых линий, пересекаемых отрезком стержня за время Δt. В начальный момент времени t_0 стержень касался круга. К некоторому моменту времени t стержень переместится на расстояние $CD = vt$ (рис. 31). Искомый размер стержня можно определить следующим образом: $AB = 2AD = 2\sqrt{(AO)^2 - (OD)^2} = 2\sqrt{R^2 - (R - vt)^2} = 2\sqrt{vt\,(2R - vt)}$. К моменту времени $t + \Delta t$ стержень сместится на расстояние $v\Delta t$ и займет положение $A'B'$. Так как магнитное поле однородно, можно записать: $\Delta\Phi = H\Delta S$, где

H — напряженность поля, а ΔS — площадь криволинейной трапеции $AA'B'B$. Если брать маленькие отрезки времени Δt, площадь криволинейной трапеции с достаточной точностью можно заменить площадью прямоугольника со сторонами AB и $v\Delta t$: $\Delta S = 2v\Delta t\sqrt{vt\,(2R - vt)}$. Подставив полученные значения в формулу $Э = H\dfrac{\Delta S}{\Delta t}$, получим $Э\,(t) = 2Hv\sqrt{vt\,(2R - vt)}$.

83. Катушка сопротивлением 20 Ом и индуктивностью 0,01 Г находится в переменном магнитном поле. Когда создаваемый этим полем магнитный поток увеличился на 0,001 Вб, ток в катушке вырос на 0,05 А. Какой заряд прошел за это время по катушке?

Решение. Ток в катушке вызван э. д. с. $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, которой противодействует э. д. с. самоиндукции $L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$. Следовательно, $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} - L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = IR$, откуда $Q = I\Delta t = \dfrac{\Delta\Phi - L\Delta I}{R}$. После подстановки численных значений получим: $Q = 25\cdot 10^{-6}$ Кл.

84. Вертикальный проводник (автомобильная антенна) длиной $l = 1$ м движется с востока на запад в магнитном поле Земли со скоростью $v = 120$ км/ч. Вычислить напряжение между концами проводника, если горизонтальная составляющая магнитной индукции Земли (т. е. составляющая, перпендикулярная к направлению движения) для средних широт $B_н \approx 2\cdot 10^{-5}$ Т.

Решение. Так как проводник разомкнут, ток в нем идти не будет и напряжение на его концах равно э. д. с. индукции. За некоторый небольшой отрезок времени Δt проводник, движущийся со скоростью v, опишет площадь $\Delta S = lv\Delta t$ и за это время пересечет все линии магнитной индукции, проходящие через ΔS. Изменение магнитного потока через контур, в который входит движущийся проводник: $\Delta\Phi = B_н\Delta S = B_н lv\Delta t$, где $B_н$ — составляющая магнитной индукции, перпендикулярная к ΔS. Э. д. с. индукции $Э = B_н lv$. Подставив численные значения, находим: $U = \dfrac{2}{3}\cdot 10^{-3}$ В, т. е. около 1 мВ. Магнитное поле Земли направлено с юга на север. Поэтому мы находим (по правилу правой руки), что э. д. с. направлена сверху вниз. Это значит, что нижний конец провода будет иметь более высокий потенциал (зарядится положительно), а верхний — более низкий (зарядится отрицательно).

85. В магнитном поле с индукцией 1,2 Т перпендикулярно к силовым линиям перемещается проводник длиной 6 м со скоростью 15 м/с. Определить величину возникающей в проводнике э.д.с. Сколько таких проводников надо включить последовательно, чтобы э.д.с. оказалась равной 648 В?

Решение. Величина э. д. с. индукции $Э = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где $\Delta\Phi = B\Delta S$, а $\Delta S = lb$ — площадь, описанная проводником длиной l при перемещении его на расстояние b. После подстановки $\Delta\Phi$ и ΔS в выражение для $Э$ получим: $Э = \dfrac{Blb}{\Delta t}$. Но $\dfrac{b}{\Delta t}$ — скорость перемещения проводника.

Поэтому $\mathcal{E} = Blv$. Подставив численные значения, получаем: $\mathcal{E} = 108$ В. При последовательном соединении n проводников их общая длина равна nl. Следовательно, $\mathcal{E}_1 = Bnlv$ и $n = \frac{\mathcal{E}_1}{Blv} = 6$ проводников.

86. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 1000 В, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное к направлению его движения. Индукция поля равна $1{,}19 \cdot 10^{-3}$ Т. Найти радиус кривизны траектории электрона и период обращения его по окружности.

Решение. Электрон ускорен электрическим полем, поэтому: $eU = \frac{mv^2}{2}$. Отсюда $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. На электрон действует сила Лоренца, являющаяся центростремительной силой: $F_л = F_{ц.с}$; $eBv = \frac{mv^2}{R}$. Откуда $R = \frac{mv}{eB}$. Подставив значение v, получим: $R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$. Таким образом: $R \cong 9 \cdot 10^{-2}$ м. Период обращения электрона по окружности можно найти, разделив длину окружности на скорость движения на ней электрона: $T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi R\sqrt{\frac{m}{2eU}}$; $T = 3 \cdot 10^{-8}$ с.

87. Требуется намотать соленоид длиной $l = 20$ см и диаметром $d = 5$ см, создающий напряженность магнитного поля $H = 10^3 \frac{А}{М}$. Найти число ампер-витков, необходимое для этого соленоида, и разность потенциалов, которую нужно приложить к концам обмотки соленоида. Для обмотки применяют медную проволоку $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м диаметром $d_1 = 0{,}5$ мм.

Решение. Напряженность поля на оси соленоида $H = In_0 = \frac{In}{l}$, где In — число ампер-витков, $In = Hl$. Подставив численные значения, получим: $In = 10^3 \cdot 0{,}2 = 200$. Разность потенциалов $U = IR$. Силу тока найдем, разделив число ампер-витков In на число витков: $I = \frac{In}{n}$ и, так как $n = \frac{l}{d_1}$, $I = \frac{Ind_1}{l}$. Сопротивление обмотки $R = \rho\frac{l_1}{S}$, где $l_1 = \pi dn$ — длина проволоки обмотки, а $S = \frac{\pi d_1^2}{4}$ — площадь поперечного сечения проволоки. Подставив в R значения l_1, S и n: $R = \frac{\rho\pi dn4}{\pi d_1^2} = \frac{4\rho ld}{d_1^3}$. Тогда $U = IR = \frac{Ind_1}{l}\frac{4\rho ld}{d_1^3} = \frac{4In\rho d}{d_1^2}$. Подставив численные значения, получим: $U \approx 2{,}7$ В.

88. Катушку с ничтожно малым сопротивлением R и индуктивностью $L = 3$ Г присоединяют к источнику с э.д.с. $\mathcal{E}_1 = 15$ В и ничтожно малым внутренним сопротивлением r. Через какой промежуток времени t ток в катушке достигнет значения $I = 50$ А?

Решение. По закону Ома для полной цепи $\mathcal{E} = I(R + r)$, где $\mathcal{E}$ — полная э. д. с. в цепи, равная в данном случае сумме э. д. с. источника $\mathcal{E}_1$ и э. д. с. самоиндукции $\mathcal{E}_2$, возникающей после присое-

динения катушки к источнику: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$. Так как $\mathcal{E}_2 = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$, то $\mathcal{E}_1 - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = I(R + r)$. По условию задачи сопротивления R и r ничтожно малы, поэтому $\mathcal{E}_1 - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$. Таким образом, скорость изменения тока $\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{\mathcal{E}_1}{L}$. Время, необходимое для нарастания тока до значения $I = 50$ А, $t = \frac{I}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = \frac{I}{\frac{\mathcal{E}_1}{L}} = \frac{IL}{\mathcal{E}_1}$. Подставив численные значения, получим: $t = 10$ с.

89. С какой силой выталкивается проводник из магнитного поля, если магнитная индукция поля 1,3 Т, активная длина проводника 20 см, ток 10 А, угол между направлениями поля и тока: а) 90°, б) 30°?

Ответ. а) 2,6 Н; б) 1,3 Н.

90. Диаметр полюсных наконечников электромагнита равен 600 см. Определить максимальный магнитный поток между его полюсами, если максимальная индукция магнитного поля в зазоре 1,68 Т.

Ответ. 47,5 Вб.

91. Горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли в среднем равна $2 \cdot 10^{-5}$ Т. Определить магнитный поток, который пронизывает прямоугольную рамку площадью 1 м², расположенную в вертикальной плоскости, перпендикулярно к магнитному меридиану.

Ответ $2 \cdot 10^{-5}$ Вб.

92. Индукция магнитного поля в точке, которая находится на расстоянии 4,5 см от прямолинейного проводника с током, равна $2{,}8 \cdot 10^{-4}$ Т. Определить напряженность поля в этой точке и силу тока в проводнике.

Ответ. $2{,}2 \cdot 10^2$ А/м; 63 А.

93. В однородное магнитное поле с индукцией $2{,}0 \cdot 10^{-4}$ Т помещен перпендикулярно к силовым линиям прямолинейный длинный проводник с током 50 А. Найти геометрическое место точек, в которых индукция магнитного поля равна нулю. Найти силу, действующую в воздухе на отрезок проводника длиной 50 см.

Ответ. Прямая, параллельная проводнику, которая проходит на расстоянии 5 см от него; $5 \cdot 10^{-3}$ Н.

94. В однородном магнитном поле с индукцией 0,06 Т находится прямоугольная рамка длиной 8,0 см и шириной 5,0 см. Рамка состоит из 200 витков и может вращаться вокруг оси, перпендикулярной к силовым линиям поля. Когда по виткам течет ток 0,50 А, рамка располагается перпендикулярно к силовым линиям поля. Какую работу нужно произвести, чтобы повернуть рамку из этого положения на $^1/_4$ оборота? на $^1/_2$ оборота? на целый оборот?

Ответ. 0,024 Дж; 0,048 Дж; 0.

95. В катушке, состоящей из 75 витков, магнитный поток равен $4{,}8 \cdot 10^{-3}$ Вб. За сколько времени должен исчезнуть этот поток, чтобы в катушке возникла средняя э.д.с. индукции 0,74 В?

Ответ. 0,49 с.

96. Проволочная рамка, состоящая из 40 витков, охватывает площадь 240 см². Вокруг нее создается однородное магнитное поле, перпендикулярное к ее плоскости. При повороте рамки на $^1/_4$ оборота за 0,15 с в ней наводится средняя э.д.с. 160 мВ. Определить индукцию магнитного поля.

Ответ. $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ Т.

§ 11. Переменный ток

Получение переменного тока. Если в постоянном и однородном магнитном поле H равномерно вращать виток проволоки вокруг оси, перпендикулярной к полю, поток магнитной индукции через площадь витка S будет меняться от значения $\Phi_0 = BS$ (площадь витка перпендикулярна к полю) до $\Phi = 0$ (площадь витка параллельна полю). В общем случае

$$\Phi = BS\cos\alpha, \tag{6.81}$$

где α — угол между перпендикуляром к плоскости витка и вектором индукции B.

Пусть рамка совершает полный оборот за время T. Тогда за единицу времени она повернется на угол $\frac{2\pi}{T}$ радиан, а за время t — на угол $\alpha = \frac{2\pi}{T}t$, если взять за начало отсчета момент, когда рамка была параллельна полю. Между числом оборотов рамки в секунду f, периодом T и угловой скоростью ω существуют следующие зависимости:

$$f = \frac{1}{T} \text{ и } \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

Поэтому

$$\alpha = \omega t \tag{6.82}$$

и

$$\Phi = BS\cos\omega t = \Phi_0\cos\omega t. \tag{6.83}$$

В результате изменения магнитного потока Φ во вращающемся витке появится э. д. с. индукции $Э$, определяемая скоростью изменения потока $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Если обозначить максимальное (амплитудное) значение э. д. с. через $Э_м$, то в случае синусоидального тока электродвижущая сила изменяется по закону

$$Э = Э_м \sin\omega t. \tag{6.84}$$

$Э$ имеет максимальное значение в тот момент, когда поток через рамку равен нулю, т. е. площадь рамки параллельна силовым линиям поля, и минимальное значение, когда поток наибольший. Синусоида э.д.с. смещена на четверть периода по сравнению с синусоидой магнитного потока.

Возникающий при вращении рамки ток также изменяется по синусоидальному закону:

$$I = I_м \sin\omega t. \tag{6.85}$$

Отрезок времени, в течение которого э.д.с. или ток совершает полное колебание, называется *периодом переменного тока.* В СССР и большинстве стран Европы частота промышленного тока равна 50 Гц.

Если два тока достигают своих максимальных значений в разные моменты времени, то такие токи сдвинуты по фазе (между ними существует разность фаз). В общем случае, когда имеется несколько синусоидальных токов, каждый из них необходимо характеризовать *частотой, амплитудой и фазой* (точнее сдвигом фазы по отношению к выбранному току).

Эффективные значения напряжения и силы тока. В цепи переменного тока величина тока непрерывно меняется от нуля до максимального значения. Обычный магнитоэлектрический прибор (амперметр или вольтметр) не успевает следить за такими быстрыми изменениями. Нагревание проводника не зависит от направления тока. Можно подобрать величину постоянного тока так, чтобы нагревание проводника с сопротивлением R в этом случае и при прохождении переменного тока было одинаковым. Это свидетельствует о том, что по своему действию или эффективности оба тока равны. Величина такого постоянного тока соответствует *эффективной величине* переменного тока $I_{эф}$.

Переменный ток обычно характеризуют его эффективным или действующим значением. Между амплитудным $I_м$ и эффективным значением синусоидального тока существует следующая зависимость:

$$I_{эф} = \frac{I_м}{\sqrt{2}} \approx 0{,}71 I_м. \qquad (6.86)$$

Эффективным напряжением называют величину:

$$U_{эф} = \frac{U_м}{\sqrt{2}} \approx 0{,}71 U_м. \qquad (6.87)$$

Активное, емкостное и индуктивное сопротивления. Электрическая энергия может превращаться в теплоту, а также в механическую или химическую энергию. Необратимо потребляемую при этом мощность называют активной. Разделив активную мощность на квадрат тока, получим *активное* сопротивление, R. Если в некоторой цепи вся электрическая энергия переходит в теплоту, активное сопротивление можно вычислить по формуле: $R = \rho \frac{l}{S}$. В цепи с активным сопротивлением ток и напряжение находятся в одной фазе.

Емкость не вызывает разрыва в цепи переменного тока. Однако включенный в цепь конденсатор оказывает некоторое сопротивление прохождению тока. Такое сопротивление называют *емкостным,* R_c. Опытным и расчетным путем установлено, что

$$R_c = \frac{1}{\omega C}. \qquad (6.88)$$

Включение в цепь синусоидального тока катушки с большим числом витков значительно уменьшает величину тока, т. е. катушка индуктивности представляет для переменного тока сопротивление, называемое *индуктивным*, R_L,

$$R_L = \omega L. \tag{6.89}$$

Емкостное и индуктивное сопротивления получили название *реактивных*. В случае последовательного включения R, C и L полное сопротивление цепи

$$R_{\text{посл}} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \tag{6.90}$$

При параллельном соединении R, C и L полное сопротивление можно определить из соотношения

$$\frac{1}{R_{\text{пар}}} = \sqrt{\frac{1}{R^2} - \left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{R_C}\right)^2}. \tag{6.91}$$

В случае последовательно соединенных индуктивности L, емкости C, сопротивления R и э.д.с. $Э$ закон Ома для цепи переменного тока имеет следующий вид:

$$I_{\text{м}} = \frac{Э_{\text{м}}}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{Э_{\text{м}}}{Z}, \tag{6.92}$$

где $Z = R_{\text{посл}}$.

Закон Ома выполняется также для эффективных значений тока и э.д.с. Это можно показать, если разделить обе части соотношения (6.92) на $\sqrt{2}$.

В общем случае, когда некоторый участок цепи содержит омическое, емкостное и индуктивное сопротивления, между напряжением на концах этого участка и током всегда будет существовать сдвиг фаз φ, который может меняться от $+\frac{\pi}{2}$ до $-\frac{\pi}{2}$. Величина φ определяется выражением:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \tag{6.93}$$

Протекающий через катушку под влиянием синусоидальной э.д.с. ток отстает на четверть периода от напряжения. Величина тока (амплитудное значение) в этом случае:

$$(I_L)_{\text{м}} = \frac{Э_{\text{м}}}{\omega L}. \tag{6.94}$$

В цепи с конденсатором ток опережает на четверть периода напряжение. Его амплитудное значение:

$$(I_C)_{\text{м}} = Э_{\text{м}}\omega C. \tag{6.95}$$

При сложении токов в случае параллельного соединения сопротивлений в цепи переменного тока возможны следующие случаи:

1. Сопротивления в ветвях имеют одинаковую природу (все либо омические, либо емкостные, либо индуктивные). Тогда

$$I = I_1 + I_2, \tag{6.96}$$

где I — ток в неразветвленной цепи, а I_1 и I_2 — токи в параллельных ветвях.

2. Сопротивления в ветвях различны по своей природе. Тогда

$$I < I_1 + I_2. \tag{6.97}$$

Это связано с тем, что токи в параллельных ветвях сдвинуты по фазе. Поэтому в случае, когда разность фаз двух одинаковых по амплитуде токов равна π, ток в неразветвленной цепи равен нулю.

Для мгновенных значений токов (т. е. для значений в один и тот же момент времени) $i = i_1 + i_2$.

Сложение напряжений при последовательном соединении сопротивлений в цепи переменного тока может привести к следующим результатам:

1. Если сопротивления имеют одинаковую природу, то

$$U = U_1 + U_2, \tag{6.98}$$

где U — напряжение на концах рассматриваемой цепи, а U_1 и U_2 — напряжения на отдельных сопротивлениях.

2. Если сопротивления различны по природе, то

$$U < U_1 + U_2. \tag{6.99}$$

Причиной этого является сдвиг фаз между U_1 и U_2. Однако для *мгновенных* значений напряжений: $u = u_1 + u_2$.

В общем случае, когда между током и напряжением существует сдвиг фаз φ, работа, производимая переменным током за целое число периодов, пропорциональна $\cos\varphi$. Мощность, расходуемая в цепи переменного тока с индуктивным и емкостным сопротивлением, определяется выражением:

$$P = I_{эф} U_{эф} \cos\varphi. \tag{6.100}$$

$\cos\varphi$ называют *коэффициентом мощности*. Как видно из формулы (6.93), угол φ растет при уменьшении омического сопротивления и при увеличении индуктивного (если в цепи нет емкостного) или емкостного (если нет индуктивного) сопротивления. Это приводит к уменьшению потребляемой машиной (нагрузкой) мощности. Поэтому, чтобы увеличить потребляемую нагрузкой энергию, которую вырабатывает генератор, необходимо любым способом повысить коэффициент мощности.

Трансформаторы. Часто для практического использования энергии электрического тока необходимо повышать или понижать напряжение, получаемое от генератора. Постоянное напряжение очень трудно изменять. Величину и напряжение переменного тока легко преобразовывать в очень больших пределах без значительных потерь. Этим обусловлено широкое применение переменного

тока в технике. Для изменения напряжения переменного тока используют трансформаторы, изобретенные русским ученым П. Н. Яблочковым. Трансформатор состоит из двух обмоток (катушек), намотанных на общий железный сердечник (магнитопровод). Обмотки имеют различное число витков провода разной толщины. Одну из обмоток, которую подключают к генератору переменного тока, называют первичной, вторую, от которой питаются потребители тока,— вторичной. Если напряжение на первичной обмотке U_1 меньше, чем на вторичной U_2, то такой трансформатор называют повышающим, если же $U_1 > U_2$, то — понижающим.

При подключении первичной обмотки трансформатора к источнику переменного тока обе обмотки пронизывает один и тот же магнитный поток. Его изменение вызывает образование в каждом витке э.д.с. $Э'$. Полная э.д.с. в каждой обмотке зависит от числа витков: в первичной обмотке с n_1 витками индуцируется э.д.с. $Э_1 = Э'n_1$, во вторичной с n_2 витками э.д.с. $Э_2 = Э'n_2$.

Отношение индуцированных в обмотках э.д.с. равно отношению числа витков:

$$\frac{Э_1}{Э_2} = \frac{n_1}{n_2}. \qquad (6.101)$$

При холостом ходе (вторичная обмотка разомкнута) индуцируемая в первичной обмотке э.д.с. примерно равна напряжению источника U_1 и всегда противоположно направлена (по правилу Ленца). Напряжение на концах вторичной обмотки U_2 равно индуцирующейся в ней э.д.с. Таким образом,

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{Э_1}{Э_2} = \frac{n_1}{n_2} = k. \qquad (6.102)$$

Отношение $k = \frac{n_1}{n_2}$ называют *коэффициентом трансформации.*

Если вторичная обмотка нагружена (подключено активное сопротивление), в ней возникает ток I_2, находящийся в фазе с $Э_2$. Амплитуды (или эффективные значения) токов в первичной и вторичной обмотках связаны следующим соотношением:

$$I_1 n_1 = I_2 n_2, \qquad (6.103)$$

т. е. ампервитки обеих обмоток равны.

Трансформаторы рассчитывают так, чтобы

$$\frac{I_2}{I_1} \approx \frac{U_1}{U_2}, \qquad (6.104)$$

т. е. чтобы ток холостого хода (при разомкнутой вторичной обмотке) был мал и им можно было бы пренебречь. Поскольку при трансформации всегда происходят потери (нагревание обмоток, токи Фуко, перемагничивание сердечника), к.п.д. трансформатора (отношение мощности, потребляемой в цепи вторичной обмотки, к мощности, берущейся из сети) всегда меньше единицы. Для уменьшения потерь за счет токов Фуко сердечники изготовляют из тонких, изолированных друг от друга пластин железа и специальных сортов стали. В лучших трансформаторах к.п.д. достигает 98—99%.

Генераторы переменного тока. В современной технике применяются в основном *индукционные генераторы электрического тока,*

т. е. такие генераторы, в которых появление э.д.с. обусловлено электромагнитной индукцией.

Самая простая модель генератора — вращающаяся в магнитном поле рамка. Современные генераторы, мощность которых достигает 400—800 тысяч киловатт, являются очень сложными машинами. Во всех генераторах можно выделить следующие основные части: *индуктор* — постоянный магнит или электромагнит, создающий магнитное поле; *якорь* — обмотка, в которой индуцируется переменная э.д.с. при изменении магнитного потока; *контактные кольца* и скользящие по ним контактные пластины (щетки), с помощью которых снимается и подключается ток к вращающейся части генератора. Неподвижная часть называется *статором*, подвижная — *ротором*. В мощных генераторах в качестве якоря используют статор, а ротор служит индуктором. Это сделано для того, чтобы снимать ток с неподвижных катушек, не нуждающихся в скользящих контактах. Для создания магнитного поля почти всегда используют электромагниты.

Суммарная э.д.с. генератора зависит от размера и типа обмотки статора, величины магнитного поля ротора и скорости его вращения.

Генераторы постоянного тока. Постоянный ток можно получить при выпрямлении переменного тока или же с помощью генераторов постоянного тока. В таких генераторах выпрямление получаемого на щетках переменного напряжения происходит посредством специального приспособления — *коллектора*, являющегося обычным механическим переключателем. Самый простой коллектор состоит из двух изолированных полуколец, расположенных на оси генератора, к которым присоединены концы обмотки. К полукольцам прижимаются две щетки, присоединенные к внешней цепи. Через каждую половину оборота коллектор переключает (коммутирует) концы обмотки, так что направление индуцированного в обмотке (рамке) тока меняется при каждом переключении. Поэтому если оно происходит соответственно изменению направления тока в обмотке, то в этом случае одна из щеток всегда будет положительным полюсом генератора, а вторая — отрицательным. Таким образом, во внешней цепи будет идти ток, постоянный по направлению (но меняющийся по величине от нуля до амплитудного значения). Такой ток называют *прямым пульсирующим током*. Чтобы получить постоянный ток без пульсаций, обмотку делают из многих, сдвинутых друг относительно друга на некоторый угол, секций, а коллектор — из большого числа пластин. Генератор постоянного тока имеет следующие основные части: электромагнит, якорь и коллектор со щетками.

Генератор постоянного тока можно использовать и как электродвигатель. Для этого обмотку возбуждения и якорь необходимо подключить к внешнему (постороннему) источнику постоянного напряжения. Это свойство генератора постоянного тока называется *обратимостью*. Двигатели постоянного тока широко применяются на транспорте (метро, трамвай, троллейбус, электропоезда).

Трехфазный ток. Система трехфазного тока была изобретена и разработана русским инженером М. О. Доливо-Добровольским (1861—1920). Эта система имеет ряд преимуществ перед однофазной системой: она обеспечивает более выгодные условия передачи электрической энергии по проводам, а также дает возможность создать простые по устройству и удобные в работе электродвигатели.

Трехфазным током (или трехфазной системой) называют систему трех однофазных токов, создаваемых тремя переменными э.д.с. с одинаковыми амплитудами и частотой, но сдвинутых по фазе друг относительно друга на $^1/_3$ периода ($\varphi = 120°$).

Каждую отдельную цепь такой системы приняго называть *фазой*.

Генератор трехфазного тока устроен следующим образом. Три самостоятельных якоря (обмотки) расположены на статоре и смещены друг относительно друга на $^1/_3$ окружности. В центре генератора вращается индуктор, общий для всех трех якорей. При его вращении в каждой обмотке индуцируются одинаковые по частоте и амплитуде э.д.с., сдвинутые по фазе на $^1/_3$ периода. Любую из обмоток генератора трехфазного тока можно отдельно присоединить к нагрузке. Поэтому для подключения всех трех

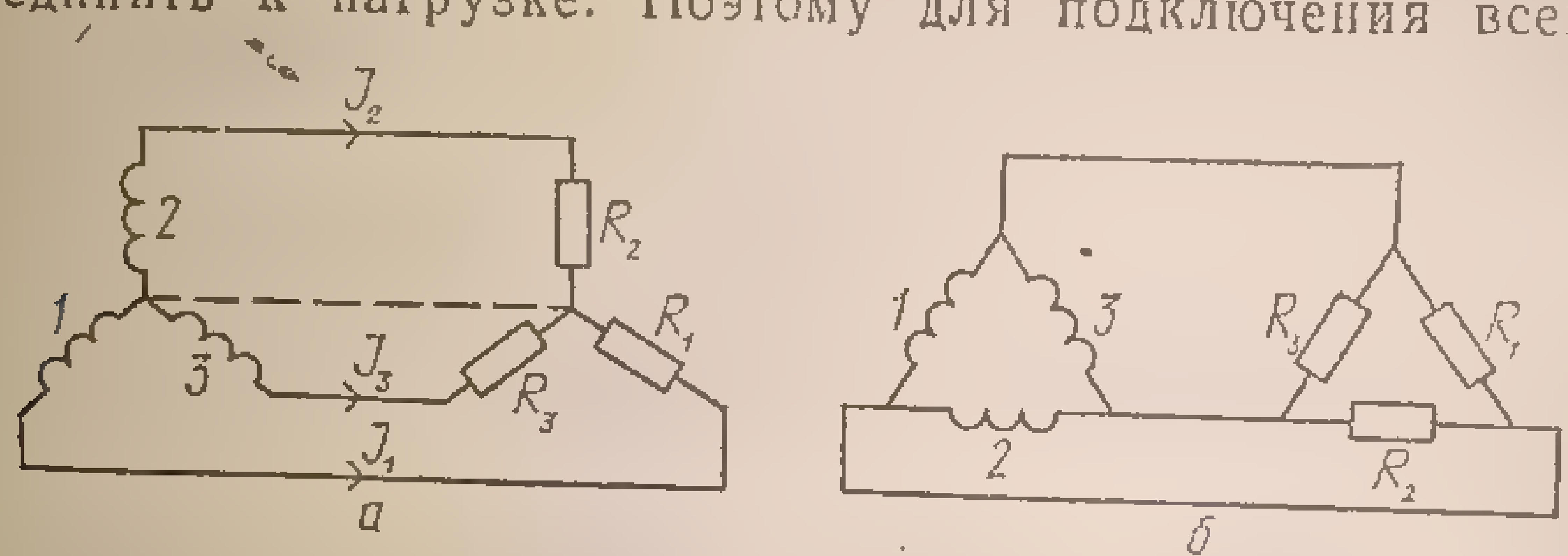


Рис. 32.

обмоток требовалось бы шесть проводов. Чтобы сократить число проводов, обмотки генератора соединяют между собой определенным способом. Такое соединение можно выполнить *звездой* или *треугольником*.

При соединении звездой (рис. 32, *а*) три конца статорных обмоток соединяют в одну общую, нулевую точку. К началам тех же обмоток присоединяют провода нагрузки. Эти провода называют линейными. Провод, идущий от нулевой точки, называют нулевым или нейтральным. Такая система подключения называется четырехпроводной. Напряжение между началом каждой фазы и нулевой точкой называют фазным напряжением $U_ф$, между любой парой начал обмоток — линейным или межфазным напряжением $U_л$. Между фазным и линейным напряжением существует следующее соотношение:

$$U_л = \sqrt{3}\, U_ф \approx 1{,}73 U_ф. \qquad (6.105)$$

Если все три фазы нагружены одинаково (идут одинаковые токи), ток в нулевом проводе равен нулю. В этом случае нулевой провод не нужен, система становится *трехпроводной*.

При соединении треугольником (рис. 32, *б*) конец каждой обмотки соединяют с началом следующей, в результате образуется треугольник. В этом случае линейные провода подключаются к вершинам треугольника. При таком способе включения обмоток линейное напряжение равно фазному: $U_л = U_ф$. Соединение треугольником возможно лишь при примерно одинаковой нагрузке фаз.

При использовании трехфазного тока нагрузки также могут быть включены звездой или треугольником. В случае соединения

треугольником каждая нагрузка находится под линейным напряжением, при соединении звездой — под напряжением, меньшим в $\sqrt{3}$ раза.

Трехфазная система дает возможность получить вращающийся магнитный поток, используемый в асинхронных двигателях.

Передача и распределение электроэнергии. Большое преимущество электрической энергии перед другими видами энергии состоит в том, что ее можно передавать на большие расстояния со сравнительно малыми потерями. Это особенно важно в случае, когда электрическая энергия производится на больших электростанциях, мощность которых достигает сотен тысяч и даже нескольких миллионов киловатт. Такие станции строят либо на больших реках, используя гидроэнергию, либо там, где имеются значительные запасы дешевого топлива. Потребители этой энергии могут быть удалены на сотни и тысячи километров.

Передача электроэнергии на большие расстояния требует наиболее экономичного способа. Потери при передаче можно значительно уменьшить, если повышать напряжение. Понизить тепловые потери можно было бы и за счет уменьшения сопротивления проводов, по которым передается электроэнергия. Но для этого нужно использовать провода с большим сечением, что привело бы к их утяжелению и сильному удорожанию всей линии передачи. Следовательно, необходимо повышать напряжение. Однако строить генераторы, вырабатывающие очень высокое напряжение, практически невозможно. Поэтому повышают напряжение в месте производства электроэнергии и понижают его в месте потребления. Преобразовывать напряжение постоянного тока очень трудно. Однако с помощью трансформаторов можно легко повышать и понижать напряжение переменного тока, причем с очень малыми потерями.

Система производства, передачи и потребления электроэнергии имеет следующий вид. Мощные электростанции вырабатывают электроэнергию при переменном напряжении в 6—20 кВ и частоте 50 Гц. Напряжение повышают с помощью трансформаторов до 110—220 кВ и передают по проводам к местам потребления. На главной понижающей подстанции напряжение снижают до 35 кВ. Затем через районную распределительную сеть электроэнергия попадает на вторичные понижающие подстанции, где напряжение снижается до 10—3 кВ. После этого по проводам местной распределительной сети энергия передается на трансформаторные пункты, расположенные на заводах, предприятиях или возле группы домов. На этих пунктах напряжение понижается до 127, 220 или 380 В и попадает во внутреннюю сеть.

В настоящее время на линиях электропередачи от Куйбышева и Волгограда до Москвы используется напряжение 500 кВ. Для очень больших расстояний (например, от Сибири, где имеется много энергоресурсов, и до европейской части Советского Союза) такое напряжение уже недостаточно для передачи без потерь. Сейчас разработаны и уже применяются линии на 750 кВ (например, линия Конаково—Москва) и ведутся работы по повышению передаваемого напряжения до 1000 кВ. Такое напряжение уже достаточно экономично для передачи электроэнергии на расстояние 1500—2000 км. Для расстояний свыше 3000 км (например, Красноярск—Москва) напряжение должно быть еще выше. Но при этом для изоляции

проводов от земли и между собой необходимы очень высокие мачты и большие изоляторы, что привело бы к очень большому удорожанию линии.

Для сверхдальних передач электроэнергии более выгодны и перспективны линии постоянного тока. Так, на расстояниях 3000—3500 км достаточно напряжение ± 750 кВ. Основным препятствием для создания таких линий является отсутствие надежных преобразователей (инверторов) переменного тока в постоянный, а затем постоянного в переменный ток промышленной частоты в местах потребления. Сейчас для этих целей начали широко применять полупроводниковые инверторы.

Для создания линий электропередач постоянного тока было предложено использовать явление сверхпроводимости. В таких линиях рабочее напряжение равно всего $\pm 7{,}5$ кВ (близко к генераторному), однако передаваемая мощность будет достигать 10 миллионов киловатт.

Для электроснабжения европейской части СССР уже используются атомные электростанции (АЭС), имеющие ряд преимуществ перед тепловыми, работающими на других видах топлива. Им не нужно доставлять большого количества горючего, их можно автоматизировать, они практически безвредны.

Задачи

97. В рамке площадью сечения $S = 300$ см^2, состоящей из 200 витков, в магнитном поле $H = 12000$ А/м, возбуждается переменный ток. Определить э.д.с. индукции через 0,01 с после начала движения рамки из нейтрального положения, если амплитуда э.д.с. 7,2 В.

Решение. При вращении рамки в магнитном поле H с угловой скоростью ω возникает э.д.с. индукции: $Э = \mu_0 HSn\omega \sin t$, где n — число витков. Э.д.с. индукции является синусоидальной функцией угла поворота ωt. Множитель $Э_0 = \mu_0 HSn\omega$ называется амплитудой э.д.с. Отсюда определим величину угловой скорости вращения рамки: $\omega = \frac{Э_0}{\mu_0 HSn}$. Подставив численные значения, получим: $\omega \approx 79$ рад/с.

Э.д.с. через $t_1 = 0{,}01$ с после начала движения рамки из нейтрального положения $Э = Э_0 \sin \omega t_1$. Выразив $\omega t_1 = 0{,}79$ рад в градусах, получим: $Э = 7{,}2 \sin 45°15' \approx 5{,}04$ В.

98. В цепи, состоящей из последовательно соединенных RL и C, емкость C может меняться, а остальные параметры цепи остаются неизменными. При каком значении C мощность протекаемого тока будет максимальной? Определить эту мощность.

Решение. Так как $P = I^2_{эф} R = \left(\frac{U_{эф}}{Z}\right)^2 R = \left(\frac{U_м}{Z\sqrt{2}}\right)^2 R = \frac{U^2_м R}{2Z^2} =$

$$= \frac{U_0^2 R}{2\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]},$$

то $P_{макс} = \frac{U_0^2}{2R}$ и достигается при $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, т. е. при $C = \frac{1}{\omega^2 L}$.

99. Квадратный замкнутый виток проволоки с длиной стороны L и сопротивлением единицы длины ρ проходит с постоянной скоростью V между башмаками электромагнита, который создает однородное магнитное поле с напряженностью H (плоскость витка параллельна поверхностям башмаков). Длина башмаков значительно больше L. Считая поле вне башмаков равным нулю, определить энергию, которая превращается в тепло для случаев, когда поперечный размер башмаков $L_0 > L$ и когда $L_0 < L$.

Решение. Мощность джоулевых потерь $P = \frac{Э^2}{R} = \frac{\mu_0^2 H^2 L^2 v^2}{4L\rho}$. В тепло превращается энергия $W = Pt$, где t — время, в течение которого изменяется поток, пронизывающий рамку, т. е. время существования э. д. с. индукции.

Если размеры башмаков $L_0 > L$, то поток изменяется при входе рамки в поле и при выходе из него. Между башмаками, когда вся рамка лежит в поле, поток через нее постоянный и $Э = 0$. Так как рамка движется равномерно, то $t = \frac{2L}{v}$ и $W = \frac{\mu_0^2 H^2 L^2 v}{2\rho}$. Если $L_0 < L$, то магнитный поток изменяется в течение времени, пока башмаки «проходят» вдоль рамки. Пока рамка перемещается так, что башмаки находятся в пределах рамки (вертикальные края рамки лежат за пределами магнитного поля), магнитный поток, пронизывающий рамку, не изменяется и $Э = 0$. Таким образом, $t = \frac{2L_0}{v}$ и $W = \frac{\mu_0^2 H^2 L L_0 v}{2\rho}$.

100. Первичная обмотка понижающего трансформатора с коэффициентом трансформации $k = 10$ включена в цепь с напряжением $U_1 = 120$ В. Сопротивление вторичной обмотки трансформатора $r_2 = 1{,}2$ Ом, ток во вторичной цепи трансформатора $I_2 = 5$ А. Определить напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора. Потерями в первичной цепи пренебречь.

Решение. Коэффициент трансформации $k = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Э_1}{Э_2}$, где $Э_1$ и $Э_2$ — э. д. с., индуцируемые соответственно в первичной и вторичной обмотках. Согласно условию задачи, потерями энергии в первичной цепи можно пренебречь, поэтому $Э_1 = U_1$. Напряжение на зажимах вторичной обмотки: $U_2 = Э_2 - I_2 r_2$, где $I_2 r_2$ — падение напряжения на вторичной обмотке. Из первого уравнения находим: $Э_2 = \frac{Э_1}{k} = \frac{U_1}{k}$, из второго — $U_2 = \frac{U_1}{k} - I_2 r_2$. Подставив численные значения, получим: $U_2 = 6$ В.

101. На железный прямоугольный сердечник с перемычкой посредине намотаны две катушки. Магнитный поток, создаваемый каждой катушкой, не выходит из железного сердечника и делится поровну между разветвлениями. При включении первой катушки в цепь переменного тока с напряжением 40 В напряжение на второй катушке равно U. Определить напряжение на зажимах первой катушки, если вторую катушку включить в цепь переменного тока с напряжением U.

Решение. При включении первой катушки в цепь переменного тока в ней возникает э. д. с. самоиндукции $Э_1 = -n_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где n_1 — число витков в первой катушке, Φ — магнитный поток, создаваемый переменным током в ней. Так как падение напряжения на первичной обмотке мало и им можно пренебречь, то возникающую э. д. с. самоиндукции можно считать равной приложенному напряжению, т. е. $Э_1 = U_1$. Через витки второй катушки проходит не весь магнитный поток, а только его половина $\frac{\Phi}{2}$. Поэтому возникающая во второй катушке э. д. с. индукции $Э_2 = -n_2 \frac{\Delta\Phi/2}{\Delta t}$. Следовательно, напряжение на концах второй катушки $U = Э_2 = -n_2 \frac{\Delta\Phi}{2\Delta t}$. Соотношение между напряжениями на концах первой и второй катушек равно: $\frac{U_1}{U} = \frac{n_1\Delta\Phi/\Delta t}{n_2\Delta\Phi/2\Delta t} = \frac{2n_1}{n_2}$. Во втором случае, когда в цепь переменного тока включена вторая катушка, получим: $\frac{U}{U_2} = \frac{2n_2}{n_1}$, где U_2 — искомое напряжение. Решая оба уравнения совместно, находим: $U_2 = \frac{U_1}{4} = 10$ В.

102. Первичная обмотка трансформатора находится под напряжением $U_1 = 120$ В и потребляет ток $I_1 = 0{,}5$ А. Вторичная обмотка питает лампу накаливания током $I_2 = 3$А при напряжении $U_2 = 10$ В. Коэффициент полезного действия трансформатора $\eta = 0{,}7$. Найти сдвиг фаз в первичной обмотке.

Решение. Согласно условию $\eta U_1 I_1 \cos\varphi = U_2 I_2$. Подставив численные данные, получим: $\varphi = 44°24'$.

103. Найти мощность, теряемую в проводах, идущих от станции к потребителю, при следующих данных: полная мощность $P = 100$ кВт, напряжение на станции $U = 220$ В, сопротивление проводов $R = 0{,}05$ Ом, сдвиг фаз $\varphi = 30°$.

Решение. Так как $P = UI\cos\varphi$, то $I = \frac{P}{U\cos\varphi}$. Значит, теряемая мощность $P' = I^2R = \left(\frac{P}{U\cos\varphi}\right)^2 R$. Подставив численные значения, находим: $P' = 13{,}77$ кВт.

104. На замкнутый железный сердечник надето две обмотки. Как определить число витков в каждой обмотке, если есть источник переменного тока с напряжением U и вольтметры высокой чувствительности?

Решение. Нужно подключить одну из обмоток трансформатора к источнику переменного тока и измерить напряжение на концах обеих обмоток. Пусть напряжения будут соответственно U_1 и U_2. Тогда можно записать: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$, где n_1 и n_2 необходимо определить. Намотаем на вторую обмотку дополнительно n витков и измерим

напряжение U_3. Тогда $\frac{U_1}{U_3} = \frac{n_1}{n + n_2}$. Решая первое и второе уравнения совместно, получим: $n_1 = \frac{nU_1}{U_3 - U_2}$; $n_2 = \frac{nU_2}{U_3 - U_2}$.

105. Якорь шунтовой динамомашины имеет сопротивление 2 Ом. Работая без нагрузки, машина развивает э.д.с. 100 В и напряжение 90 В. Когда к ней присоединили внешнюю цепь с сопротивлением 30 Ом, напряжение упало и для его восстановления понадобилось увеличить скорость вращения. На сколько процентов необходимо увеличить скорость?

Решение. При работе без нагрузки $Э - U = Ir$; $100 - 90 = I \cdot 2$; $I = 5$ А, где I — ток в цепи якоря, равный току в цепи индуктора (так как машина не замкнута на внешнее сопротивление). После присоединения внешней цепи (и увеличения угловой скорости) ток в якоре $I' = I_1 + I_2$, где I_1 — ток в цепи индуктора, I_2 — во внешней цепи. Но так как напряжение осталось неизменным, то $I_1 = I = 5$ А; $I_2 = \frac{U}{R} = 3$ А; $I' = 8$ А. Следовательно, новая э.д.с. $Э' = U + I'R = 106$ В. Таким образом, э.д.с. динамомашины возросла со 100 до 106 В, т. е. на 6%. А так как магнитное поле индуктора не изменилось (ибо не изменилось напряжение), то угловая скорость также возросла на 6%.

106. На симметричный железный сердечник намотаны две обмотки. При включении первой обмотки в сеть переменного тока напряжение на зажимах второй обмотки $U_2 = 13{,}2$ В. При включении второй обмотки в ту же самую сеть напряжение на зажимах первой катушки $U_1 = 120$ В. Чему равно отношение чисел витков обмоток? Считать, что магнитный поток, создавамый каждой обмоткой, не выходит из сердечника.

Решение. Если весь поток, создаваемый одной из обмоток трансформатора, проходит через вторую обмотку, выполняется соотношение: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$, где n_1 и n_2 — числа витков первой и второй обмоток.

Так как в сердечнике только некоторая часть потока проходит через вторую обмотку, то это соотношение немного меняется: напряжение, которое возбуждается в обмотке, не подсоединенной к сети, будет меньше во столько раз, во сколько часть потока, который пронизывает ее, меньше всего потока, создаваемого второй обмоткой. В первом случае (к сети подсоединена первая обмотка) имеем: $\frac{U_2}{U} = N_1 \frac{n_2}{n_1}$. Во втором случае: $\frac{U_1}{U} = N_2 \frac{n_1}{n_2}$. Так как сердечник симметричный $N_1 = N_2$. Из уравнений находим: $\frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$.

Отсюда $\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{U_1}{U_2}} \approx 3$.

107. Амплитудное значение э. д. с. при вращении витка в магнитном поле равно 20 В. Определить мгновенные значения э. д. с. индукции через $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ периода. Начальная э. д. с. равна 0.

Ответ. 10 В, 14 В, 20 В, 0.

108. Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации 12 включен в сеть с напряжением 120 В. Вторичная катушка трансформатора присоединена к прибору, через который идет ток силой 2 А. Определить сопротивление прибора, если сопротивление вторичной катушки трансформатора равно 1 Ом. Потерями энергии в трансформаторе пренебречь.

Ответ. 4 Ом.

109. В цепи, состоящей из последовательно соединенных L, R и C, протекает синусоидальный ток. Зная, что эффективные напряжения $U_L = 15$ В, $U_R = 12$ В, $U_C = 10$ В, найти эффективное напряжение на концах всей цепи.

Ответ. $U_{эф} = 13$ В.

110. К участку цепи подведено эффективное напряжение $U_{эф}$. Омическое сопротивление участка равно R, а сдвиг фаз между током и напряжением — φ. Найти мощность тока.

Ответ. $P = \frac{U^2_{эф}}{R} \cos^2 \varphi$.

111. Трансформатор для повышения напряжения от 100 до 3300 В имеет замкнутый сердечник в виде кольца. Через кольцо продета проволока, концы которой присоединены к вольтметру. Вольтметр показывает 0,5 В. Определить число витков в обмотках трансформатора.

Ответ. $n_1 = 200$; $n_2 = 6600$ витков.

112. Определить длительность одного периода и число полюсов генератора переменного тока, который делает 250 об/мин и дает ток с частотой 50 Гц?

Примечание: частота тока f связана с числом оборотов генератора f' и числом пар полюсов k зависимостью $f = f'k$.

Ответ: $T = 0{,}02$ с; $k = 12$ пар полюсов.

§ 12. Электромагнитные колебания

Электромагнитные волны. Вокруг всех движущихся электрических зарядов, а также при любом изменении напряженности электрического поля возникает магнитное поле. Напряженность магнитного поля H тем больше, чем быстрее изменяется напряженность электрического поля E. Если электрическое поле постоянно во времени, магнитное поле не появляется. В свою очередь при изменении магнитного поля возникает вихревое электрическое поле. Оно тем больше, чем быстрее изменяется во времени магнитное поле. Совокупность переменного электрического и связанного с ним переменного магнитного поля образует одно электромагнитное поле.

Суммарную объемную плотность энергии электромагнитного поля можно определить с помощью следующего соотношения:

$$w = \frac{1}{2}(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2). \qquad (6.106)$$

В некоторых случаях первое или второе слагаемое может быть равным нулю (т. е. постоянным является магнитное или электрическое поле).

Английский ученый Дж.-К. Максвелл (1831—1879) теоретически обосновал неразрывную связь между переменными электрическими и магнитными полями, образующими электромагнитное поле. Из уравнений Максвелла для электромагнитного поля следует вывод о существовании электромагнитных волн. Впервые они были обнаружены в опытах Герца.

Электромагнитные волны распространяются с постоянной скоростью $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с.

В среде с диэлектрической постоянной ε и магнитной проницаемостью μ скорость распространения поля

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \qquad (6.107)$$

Электромагнитная волна является поперечной. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в электромагнитной волне всегда перпендикулярны друг другу и направлению распространения волны, при этом:

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\, E = \sqrt{\mu\mu_0}\, H. \qquad (6.108)$$

Из этого уравнения следует, что E и H одновременно достигают максимальных значений и одновременно уменьшаются до нуля, т. е. в движущейся электромагнитной волне колебания электрического и магнитного полей находятся в фазе. Из (6.108) можно получить:

$$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2},$$

т. е. в электромагнитной волне энергии электрического и магнитного полей равны друг другу. Поэтому

$$w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 \qquad (6.109)$$

и

$$w = \frac{1}{v} EH. \qquad (6.110)$$

Если определить интенсивность волны как $I_в = \overline{w}v$ (где $\overline{w}$ — среднее значение плотности энергии), то

$$I = \overline{E}\overline{H}, \qquad (6.111)$$

где $\overline{E}$ и $\overline{H}$ — средние значения модулей векторов поля.

Электромагнитные волны можно характеризовать длиной волны $\lambda = cT$ и частотой $f = \frac{c}{\lambda}$ (T — период колебаний).

Как показал Максвелл, электромагнитная волна оказывает давление $p = (1 + R')\,\overline{w}$, где R' — коэффициент отражения. Наличие светового давления было обнаружено экспериментально русским ученым П. Н. Лебедевым в опытах с крутильными весами.

Колебательный контур. Свободные электрические колебания (без воздействия внешней периодической электродвижущей силы) можно получить с помощью колебательного контура. В простейшем случае он состоит из емкости C и катушки индуктивности L

(рис. 33), которые определяют его свойства. Для того чтобы вывести контур из равновесия, необходимо каким-либо способом зарядить конденсатор. В контуре возникнут электрические колебания. Если активное сопротивление контура $R = 0$, колебания будут незатухающими.

Напряжение и ток в контуре сдвинуты по фазе. В идеальном случае ($R = 0$) этот сдвиг равен $\frac{\pi}{2}$, т. е. максимальному значению напряжения соответствует нулевое значение тока, а при максимальном значении тока напряжение равно нулю.

В колебательном контуре происходит непрерывный процесс преобразования электрической энергии конденсатора в магнитную энергию тока в катушке, и наоборот. При разрядке конденсатора возникает электрический ток и, соответственно, магнитное поле, которое вначале, в результате самоиндукции, будет препятствовать прохождению тока. При уменьшении магнитного поля самоиндукция поддерживает движение зарядов, что приведет к зарядке конденсатора. К моменту прекращения тока (и полному исчезновению магнитного поля) конденсатор зарядится до своего прежнего значения (если $R = 0$), но полярность на его обкладках будет противоположна той, которая была вначале. Таким образом, будут происходить непрерывные колебания в контуре, которые называют *собственными колебаниями*. В действительности, колебания быстро затухают в результате потерь на джоулево тепло (на нагревание).

Собственные колебания контура являются гармоническими с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \tag{6.112}$$

и частотой

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \tag{6.113}$$

Период колебаний будет выражен в секундах, если L взять в генри, а C — в фарадах. Частота колебаний измеряется в герцах.

Амплитуда тока в контуре определяется уравнением

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{\frac{L}{C}}}, \tag{6.114}$$

где U_0 — разность потенциалов на обкладках конденсатора в момент времени $t = 0$, а $\sqrt{\frac{L}{C}}$ — *волновое сопротивление* контура.

В процессе свободных колебаний в контуре происходит взаимное превращение энергии электрического поля в энергию магнитного поля, и наоборот. Если потери в контуре отсутствуют, полная энергия электромагнитного поля остается постоянной:

$$W = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \text{const}. \tag{6.115}$$

Этим уравнением можно пользоваться и в случае небольших потерь (если брать маленький промежуток времени, например один период).

Если активным (омическим) сопротивлением контура нельзя пренебречь, частота свободных колебаний

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R}{4L^2}}. \qquad (6.116)$$

Ток в контуре изменяется по закону:

$$I = \frac{U_0}{\omega L} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t. \qquad (6.117)$$

Величину $\alpha = \frac{R}{2L}$ характеризующую скорость затухания электрических колебаний, называют *коэффициентом затухания*. В некоторых случаях вместо коэффициента затухания рассматривают *добротность контура:*

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}. \qquad (6.118)$$

В контуре с малой добротностью колебания не будут происходить.

В случае *вынужденных электрических колебаний* частота колебаний в контуре определяется частотой действующей в нем э.д.с. Если эти частоты одинаковы, амплитуда вынужденных колебаний становится максимальной — наступает *электрический резонанс*. Резонансные явления проявляются особенно сильно в том случае, когда активное сопротивление контура минимально. На явлениях резонанса базируется вся техника приема радиоволн.

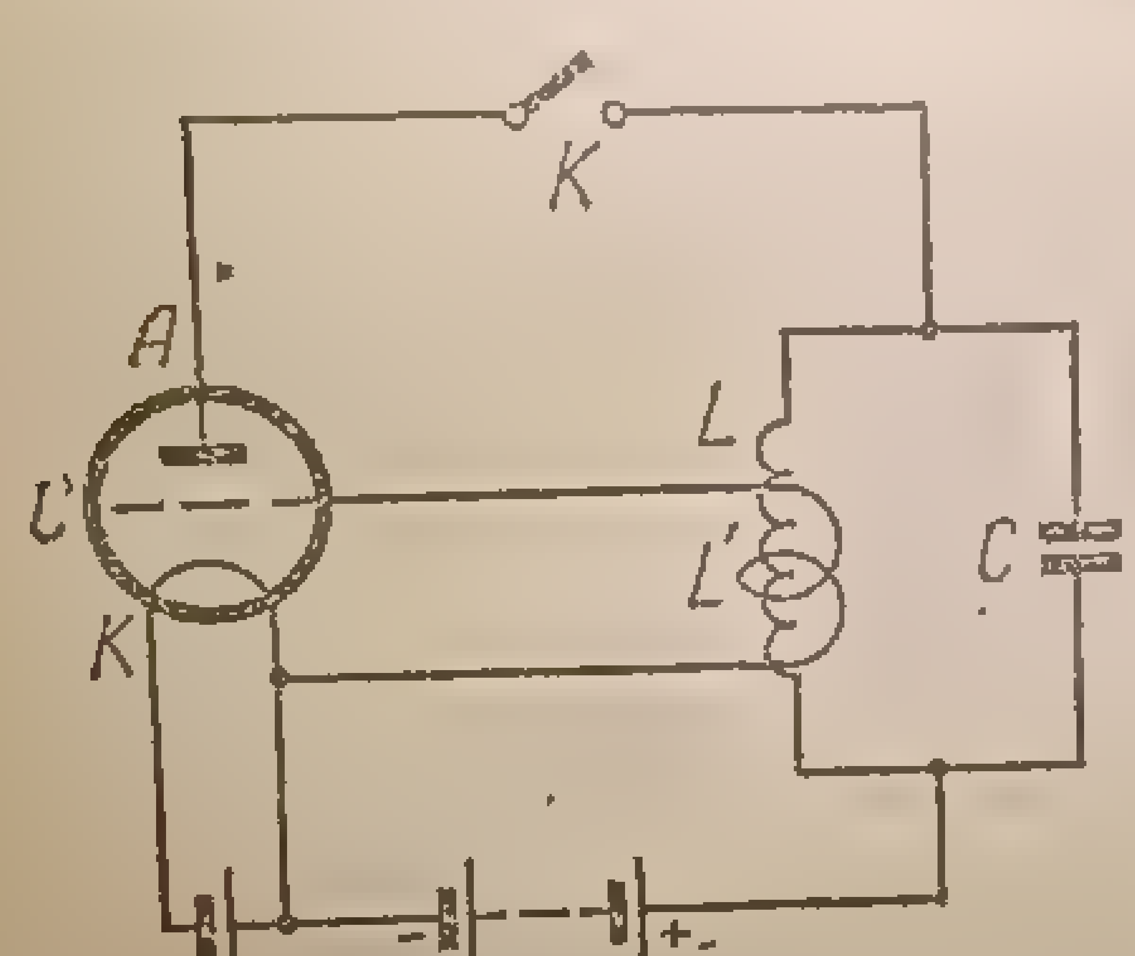


Рис. 33.

Большое значение в радиотехнике имеют *незатухающие колебания*, период которых не меняется со временем. Незатухающие колебания создаются с помощью автоколебательных систем, поддерживающих свои колебания за счет внешнего источника энергии.

Ламповый генератор. Незатухающие электрические колебания можно генерировать с помощью электронной лампы. Схема простейшего лампового генератора представлена на рис. 33. Такой генератор является электрической автоколебательной системой. В этой схеме лампа является «выключателем», источником энергии служит батарея, колебательной системой — контур в анодной цепи, обратная связь осуществляется с помощью сеточной катушки. При замыкании ключа K по анодной цепи пойдет ток, конденсатор C зарядится. При его разрядке на катушку L в контуре возникнут колебания, частота которых зависит от величины индуктивности и емкости контура. Поскольку катушки L' и L индуктивно связаны, в катушке обратной связи L' будет индуцироваться переменная э.д.с. с частотой, равной частоте колебаний в контуре. Поэтому между сеткой и катодом будет действовать переменное напряжение.

Это напряжение управляет анодным током лампы, открывая ее (когда потенциал сетки положителен) или закрывая (когда потенциал сетки отрицателен). При правильном выборе фазы обратной связи колебания в контуре усиливаются, что приводит к большим колебаниям потенциала сетки. Это в свою очередь увеличивает колебания в контуре. Колебания будут нарастать до тех пор, пока ток в лампе не достигнет тока насыщения. После этого устанавливается стационарный режим. Необходимым условием для прекращения нарастания колебаний является нелинейность вольт-амперной характеристики лампы.

Ламповый генератор дает возможность получать колебания с частотой до нескольких миллиардов циклов в секунду. Такие генераторы широко используются в современной радиотехнике.

Задачи

113. В каких пределах должна изменяться индуктивность катушки колебательного контура, чтобы в контуре происходили колебания с частотой от 400 до 500 Гц? Величина емкости конденсатора 10 мкФ.

Решение. Из формулы $\frac{1}{f} = T = 2\pi\sqrt{LC}$ найдем индуктивность $L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C}$. Подставляя граничные значения частот, найдем пределы изменения индуктивности катушки: $L_1 = 16 \cdot 10^{-3}$ Г; $L_2 = 10 \cdot 10^{-3}$ Г.

114. Собственные колебания контура протекают по закону $I = 0{,}01 \cos 1000\, t$. Найти индуктивность контура, если емкость его конденсатора равна 10 мкФ.

Решение. Период колебаний контура $T = 2\pi\sqrt{LC} = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$, где ω — круговая частота, равная в соответствии с условием задачи 1000 $с^{-1}$. Из уравнения находим: $L = \frac{1}{\omega^2 C}$. Подставив численные значения, получим $L = 0{,}1$ Г.

115. Когда в колебательном контуре был конденсатор *1*, собственные колебания совершались с частотой 30 кГц, а когда конденсатор *1* заменили конденсатором *2*, частота собственных колебаний стала равной 40 кГц. Какой будет эта частота при параллельном соединении конденсаторов *1* и *2*?

Решение. Пусть данные частоты равны f_1 и f_2, а искомая частота равна f. Тогда $\frac{1}{f_1} = 2\pi\sqrt{LC_1}$; $\frac{1}{f_2} = 2\pi\sqrt{LC_2}$ и $\frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{L(C_1+C_2)}$. Из этих соотношений получаем: $f = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}}$. Подставив численные значения, получим $f = 24$ кГц.

116. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 0,2 Г и конденсатора с емкостью 10^{-5} Ф. Конденсатор зарядили до напряжения 2 В и он начал разряжаться. Каким будет ток в момент, когда энергия контура окажется поровну распределенной между электрическим и магнитным полями?

Решение. Энергия контура $W = \frac{CU^2}{2}$. Так как в рассматриваемый момент $\frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2} W$, то искомый ток $I = \sqrt{\frac{W}{L}} = \sqrt{\frac{CU^2}{2L}}$. Подставив численные значения, получим: $I = 0{,}01$ А.

117. В контуре с индуктивностью L и емкостью C совершаются свободные незатухающие колебания. Зная, что максимальное напряжение на конденсаторе равно $U_{\text{макс}}$, найти максимальный ток в этом контуре.

Решение. Так как сумма $\frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}$ остается постоянной, то $\frac{CU^2_{\text{макс}}}{2} = W$ и $\frac{LI^2_{\text{макс}}}{2} = W$. Отсюда $I_{\text{макс}} = U_{\text{макс}} \sqrt{\frac{C}{L}}$.

118. В колебательный контур с емкостью $C = 10^{-5}$ Ф и индуктивностью $L = 0{,}1$ Г последовательно включен источник переменной э.д.с. Зная, что э.д.с. имеет амплитуду $Э_0 = 15$ В и круговую частоту $\omega = 500$ с$^{-1}$, найти амплитуду тока в контуре (омическое сопротивление контура считать равным нулю).

Решение. Полное сопротивление контура $Z = \left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right| = 150$ Ом.

Следовательно, $I_0 = \frac{Э_0}{Z} = 0{,}1$ А.

119. Колебательный контур с длиной волны 300 м имеет индуктивность 0,2 Г и омическое сопротивление 2 Ом. На сколько процентов уменьшается энергия этого контура за время одного колебания? (На протяжении одного колебания ток можно считать синусоидальным.)

Решение. Пусть в начальный момент конденсатор этого контура заряжен до напряжения U_0. Тогда начальная энергия контура $W_0 = \frac{CU_0^2}{2}$. Потеря энергии за время одного колебания $W' = I^2_{эф} RT$, где $I_{эф}$ — эффективный ток, а T — период колебаний. Считая колебание синусоидальным (в течение одного периода), получим: $I_{эф} = \frac{U_{эф}}{Z} = \frac{U_{эф}}{\omega L} = \frac{U_0}{\omega L \sqrt{2}}$, где $U_{эф}$ — эффективное напряжение на конденсаторе. Подставив значение $I_{эф}$ в выражение для W', получим:

$$W' = \frac{U_0^2 RT}{2\omega^2 L^2} \text{ и так как } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \text{ то } W' = \frac{U_0^2 RT}{2\frac{1}{LC} L^2} = \frac{U_0^2 RTC}{2L}.$$

Следовательно, $\frac{W'}{W_0} = \frac{RT}{L}$. Так как $T = \frac{\lambda}{c}$, то $\frac{W'}{W_0} = \frac{R\lambda}{Lc}$. Подставив численные значения, получим: $\frac{W'}{W_0} = 10^{-5} = 0{,}001\%$.

120. Когда в колебательном контуре был конденсатор *1*, собственные колебания совершались с частотой 30 кГц, а когда вместо него подсоединили конденсатор *2*, частота собственных колебаний

стала равной 40 кГц. Определить частоту контура при последовательном соединении конденсаторов *1* и *2*.

Ответ. $f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} = 50$ кГц.

121. Что произойдет с собственными колебаниями в контуре, активным сопротивлением которого можно пренебречь, если его емкость в три раза увеличить, а индуктивность в три раза уменьшить?

Ответ. Собственные колебания в контуре не изменятся.

122. Конденсатору колебательного контура был сообщен заряд 10^{-4} Кл и в контуре начались свободные затухающие колебания. Зная, что емкость конденсатора равна 0,01 мкФ, найти количество теплоты, которое выделится к моменту, когда колебания полностью прекратятся.

Ответ. $Q = 0{,}5$ Дж.

123. Колебательный контур составлен из дросселя с индуктивностью 0,2 Г и конденсатора с емкостью 10^{-5} Ф. В момент, когда напряжение на конденсаторе равно 1 В, ток в контуре равен 0,01 А. Определить заряд конденсатора в момент, когда ток в контуре равен 0,005 А.

Ответ. $q = 1{,}58 \cdot 10^{-5}$ Кл.

124. В колебательный контур с емкостью $C = 10^{-5}$ Ф и индуктивностью $L = 0{,}1$ Г включен последовательно источник переменной э.д.с. Зная, что амплитудное значение э.д.с. $\mathcal{E}_0 = 15$ В и круговая частота $\omega = 1000$ $с^{-1}$, найти амплитуду тока в контуре. Омическим сопротивлением контура пренебречь. Объясните полученный ответ?

Ответ. $I_0 = \infty$. Полученный ответ показывает, что если омическое сопротивление контура очень мало, то I_0 очень велико.

125. Доказать, что собственные колебания контура происходят с частотой, при которой индуктивное сопротивление его катушки равно емкостному сопротивлению его конденсатора.

§ 13. Излучение и прием электромагнитных волн

Открытый колебательный контур. Колебательный контур является практически замкнутой цепью. Для хорошего излучения необходимо сделать контур открытым, т. е. получить незамкнутую цепь. Схематический переход от замкнутого контура к открытому колебательному контуру — *электрическому вибратору* или *диполю* — показан на рис. 34.

Вибратор нельзя охарактеризовать какими-либо определенными емкостью и индуктивностью, так как заряды распределены неравномерно по его длине и величина тока в различных участках неодинакова. Поэтому собственную частоту колебаний в вибраторе нельзя определить по формуле (6.113).

Колебания в вибраторе являются *стоячей волной тока* и *заряда*. Посредине вибратора находится узел колебаний заряда и пучность тока, а на его концах — пучности заряда и узлы тока. Это свидетельствует о том, что длина вибратора

$$l = \frac{\lambda}{2}. \qquad (6.119)$$

Основная собственная частота вибратора

$$f = \frac{c}{2l} \qquad (6.120)$$

где c — скорость распространения электромагнитных колебаний.

В вибраторе возможны колебания и на обертонах, в этом случае на длине l укладываются две, три, четыре и т. д. полуволны. Им соответствуют частоты в n раз выше основной ($n = 2, 3, 4,...$).

Колебания заряда и тока в вибраторе и колебательном контуре протекают одинаково. Различие заключается лишь в том, что в случае вибратора электромагнитное поле возникает вокруг всего вибратора, а не сосредоточено в конденсаторе и индуктивности, как в колебательном контуре.

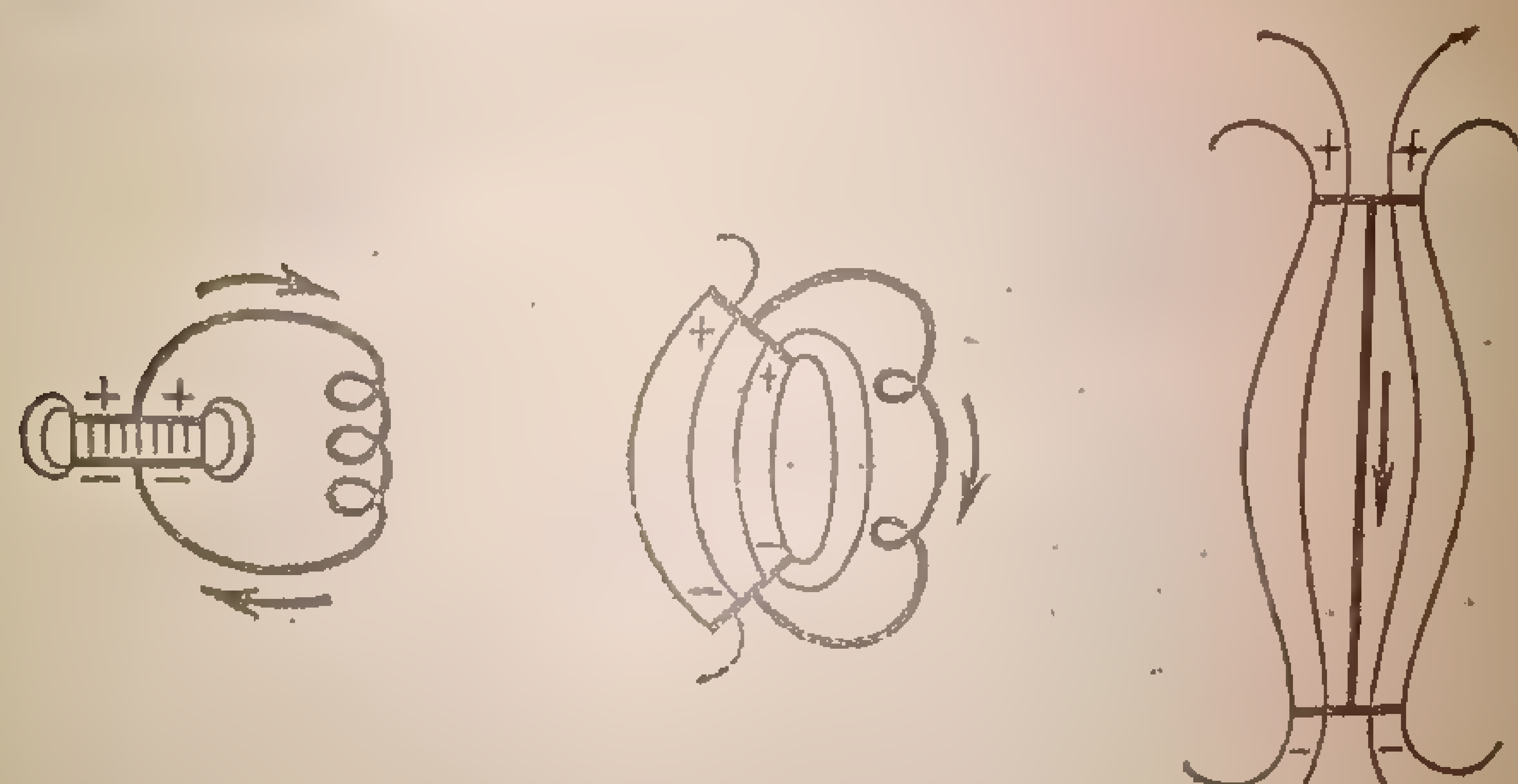


Рис. 34.

Излучение и прием электромагнитных волн. Для излучения электромагнитных волн используют *антенны* — излучающие системы, работающие в режиме стоячих электромагнитных волн. Чтобы увеличить энергию, излучаемую антенной, необходимо повышать мощность электрических колебаний в ней, т. е. увеличивать амплитуду колебаний. Это достигается настройкой антенны в резонанс на частоту генератора. Однако в случае очень длинных волн такой способ не применим и для волн, превышающих несколько десятков метров, антенны делают короче полуволны. Настраивают антенны с помощью дополнительной катушки самоиндукции. Антенну можно уменьшить и в случае горизонтального расположения, а также при заземлении одного ее конца.

Задавая антенне определенную форму, получают *направленное излучение*. Если антенна простая вертикальная, то излучаемое электромагнитное поле во всех направлениях одинаково. Расположив вибраторы определенным образом, можно получить излучение только в одном направлении (так называемые остронаправленные антенны).

Используемые в радиотехнике волны условно делят на длинные, средние, промежуточные, короткие и ультракороткие.

Распространение электромагнитных волн сильно зависит от длины волны. *Длинные волны* распространяются между поверхностью земного шара и ионосферой, поглощение их землей и ионизированными слоями незначительно. Поэтому длинные волны

широко применяются в радиосвязи. *Средние* и *промежуточные* волны могут проникать в ионосферу на большие расстояния, при этом, однако, они сильно поглощаются. Такие волны поглощаются также почвой и тем сильнее, чем короче длина волны. *Короткие волны* отражаются от ионосферы, что позволяет осуществить с их помощью дальнюю передачу (за счет многократных отражений от ионосферы и земной поверхности). Однако при распространении коротких волн наблюдаются «мертвые зоны» — участки земной поверхности между передающей станцией и точкой падения отраженной от ионосферы волны, куда волны не попадают. На условия распространения коротких волн оказывает сильное влияние состояние ионосферы

Ультракороткие волны имеют малый радиус действия (практически в пределах горизонта). На их распространение сильно влияют местные предметы (дома, лес, отдельные группы деревьев) Они удобны лишь для направленной радиосвязи на малых расстояниях и, особенно, для телепередачи.

Попадая на проводник (антенну), электромагнитные волны вызывают в нем э.д.с., изменяющуюся с частотой, равной частоте передатчика (излучающего устройства). Так как прием часто ведется на очень больших расстояниях от передатчика, напряженность поля электромагнитной волны очень мала (вследствие затухания). Поэтому принятый сигнал необходимо усилить.

Шкала электромагнитных волн. Шкала электромагнитных волн представлена на рис. 35. Она охватывает диапазон длин волн от $3 \cdot 10^8$ см (возникающих при прохождении переменных токов в проводниках) до 10^{-11} см (образующихся при ядерных процессах).

Отдельные участки спектра частично перекрываются и различить их можно лишь по способу получения. Например, перекрываются области рентгеновских и γ-лучей. Первые возникают в специальных (рентгеновских) трубках, а вторые — при радиоактивном распаде некоторых элементов. На схеме указаны также источники возбуждения электромагнитных волн.

Изобретение радио. Электромагнитные колебания для беспроволочной связи на расстоянии впервые использовал русский ученый А. С. Попов (1859—1906 гг.). В первых опытах радиопередатчиком служил вибратор Герца (два одинаковых по размеру проводника, разделенных небольшим промежутком), колебания в котором возникали при искровом разряде. Важным для радиосвязи являлось создание Поповым чувствительного приемника, а также изобретение высоко расположенной приемной антенны. Для регистрации радиоволн был использован *когерер* — стеклянная трубка с металлическими опилками. Его сопротивление резко уменьшается при прохождении тока высокой частоты в результате слипания опилок. Встряхивание когерера для восстановления сопротивления осуществлялось с помощью молоточка электрического звонка. Схема первого приемника А. С. Попова содержит все основные элементы современного радиоприемного устройства: приемную антенну, настраиваемую на определенную резонансную частоту, и релейную схему, в которой приходящий сигнал используется для управления питанием регистрирующего приспособления. В современных приемниках вместо когерера применяют электронные лампы, работающие, по существу, как реле.

В последующие годы для регистрации электромагнитных сигналов Попов использовал телеграфный аппарат,

ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Диапазоны	Радиоволны	Световые волны			Рентгеновские лучи	γ-излучение
		Инфракрасные	Видимый свет	Ультрафиолетовые		
Длины волн λ, см	$3\cdot10^{3}$ — $5\cdot10^{-3}$	$5\cdot10^{-2}$ — $8\cdot10^{-5}$ — $4\cdot10^{-5}$ — 10^{-7}			$2\cdot10^{-7}$ — $6\cdot10^{-8}$	10^{-8} — 10^{-11}
Частота f, гц	10^{7} — $6\cdot10^{12}$	$6\cdot10^{11}$ — $3{,}75\cdot10^{14}$ — $7{,}5\cdot10^{14}$ — $3\cdot10^{17}$			$1{,}5\cdot10^{17}$ — $5\cdot10^{17}$	$3\cdot10^{18}$ — $3\cdot10^{21}$
Источники колебаний	Переменные токи в проводниках и электронных потоках	Излучение быстрых заряженных частиц. Атомные процессы, возбуждаемые тепловыми и электрическими воздействиями			Атомные процессы при воздействии электронов и ядерных частиц	Ядерные процессы

Рис. 35.

Большую роль в дальнейшем развитии радио сыграло изобретение электронных ламп и их использование в генераторах незатухающих электрических колебаний.

Современная радиосвязь. Для передачи речи, музыки, шумов незатухающие синусоидальные колебания *модулируют* звуковыми колебаниями, т. е. меняют амплитуду высокочастотных колебаний в соответствии с амплитудой звуковых колебаний или других низкочастотных сигналов. После усиления модулированные колебания поступают в антенну и излучаются. В антенне приемника под влиянием принимаемого сигнала возникают также модулированные высокочастотные токи. Кроме того в антенне происходят электрические колебания, обусловленные сигналами других станций и различными источниками помех. Для выделения нужного сигнала используется резонансная связь приемника с антенной: колебательные контуры приемника выделяют узкую полосу частот —

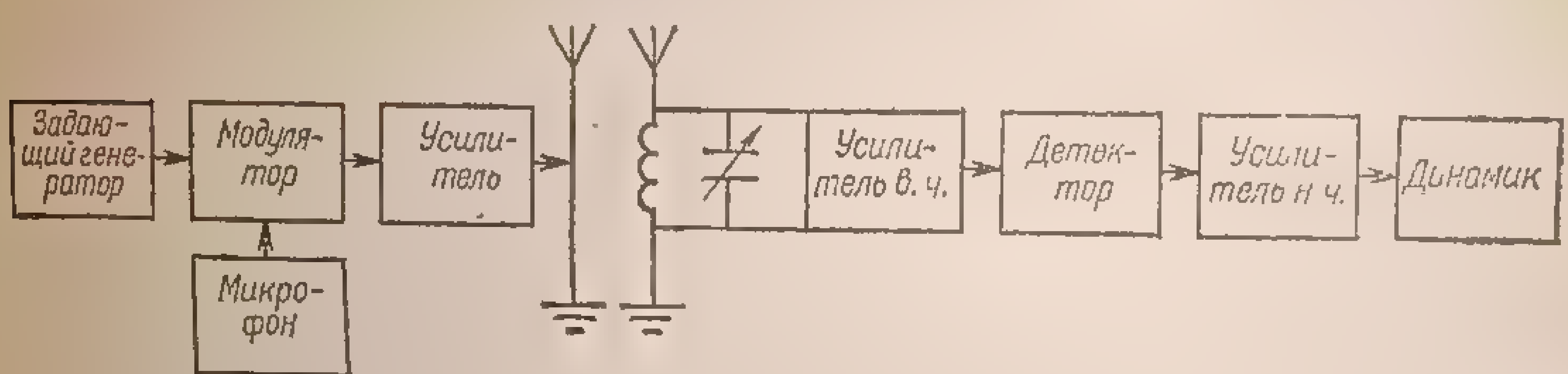


Рис. 36.

полосу пропускания. Меняя настройку контуров, можно перемещать его полосу пропускания по шкале частот. Принятый сигнал усиливается с помощью электронных ламп или полупроводниковых приборов. Обычно эти усилители многокаскадные. Для выделения низкочастотных модулирующих сигналов высокочастотные модулированные сигналы детектируются с помощью приборов с односторонней проводимостью — электронных ламп, полупроводников или кристаллических детекторов. При детектировании происходит выпрямление высокочастотных модулированных колебаний. Выпрямленные колебания можно представить как сумму высокочастотных пульсаций и колебаний звуковой частоты. Низкочастотный сигнал опять усиливается и подается на воспроизводящее устройство (например, динамик).

Блок-схема современного радиопередатчика и приемника представлена на рис. 36.

Принципы радиолокации. Чтобы обнаружить различные движущиеся и неподвижные предметы с помощью радиоволн и определить расстояния до них, применяют радиолокацию. Радиолокация основана на отражении ультракоротких радиоволн от препятствий, расположенных на пути их прямолинейного (лучевого) распространения. Радиолокационные установки (радиолокаторы) работают на метровых, дециметровых и сантиметровых волнах. Передача и прием сигнала ведется на одну и ту же антенну. Антенны радиолокаторов формируют остронаправленное излучение, происходящее кратковременными импульсами длительностью в миллионные доли секунды. В промежутках между ними (равных тысячным долям

секунды) принимаются отраженные сигналы. Мощность посылаемого импульса (мгновенная мощность) достигает десятков и сотен киловатт, однако средняя мощность составляет всего несколько десятков или сотен ватт. Принимаемый сигнал имеет мощность $10^{-13}-10^{-11}$ ватт. Измеряя время движения посылаемого импульса до цели и отраженного сигнала до радиолокатора, можно определить расстояние до цели.

Радиолокатор имеет следующие основные блоки: импульсный генератор, направленную антенну, приемник, индикатор и датчик времени. С помощью передвижных радиолокационных установок можно обнаружить, например, самолеты на расстоянии до 300—400 км с высокой точностью (1—2 км) и направление на самолет с точностью до 1—2 градусов.

Задачи

126. Какой должна быть максимальная частота импульсов радиолокатора при разведке целей, находящихся на расстояниях, превышающих 30 км?

Решение. Максимальная частота импульсов должна быть такой, чтобы время распространения электромагнитных волн было в два раза меньше длительности одного импульса. Время распространения волны на расстояние 30 км равно $t = 10^{-4}$ с. Поэтому максимальная частота должна быть 5000 импульсов в секунду.

127. Радиоприемник можно настраивать на прием радиоволн от 25 до 2000 м. Что необходимо делать при переходе к приему более длинных волн — уменьшать или увеличивать расстояние между пластинами конденсатора колебательного контура?

Решение. При переходе к приему более длинных волн необходимо увеличивать собственный период колебаний контура ($\lambda = cT = 2\pi c\sqrt{LC}$), т. е. увеличивать емкость конденсатора колебательного контура. Емкость плоского конденсатора пропорциональна площади пластин и обратно пропорциональна расстоянию между ними. Поэтому для увеличения емкости необходимо сближать пластины.

128. Радиолокатор работает на длине волны $\lambda = 20$ см и дает $n = 5000$ импульсов в секунду длительностью $t_1 = 0{,}02$ мкс каждый. Из скольких колебаний состоит один импульс и какая глубина разведки радиолокатора?

Решение. Частота колебаний $f = \frac{c}{\lambda}$. Поэтому число колебаний в одном импульсе $N = ft_1 = \frac{c}{\lambda} t_1 = 30$. Глубина разведки $l = c\frac{1}{2}t$, где $t = \frac{1}{n}$ — промежуток времени между двумя последовательными импульсами. Таким образом, $l = c\frac{1}{n} = 30$ км.

129. В колебательном контуре происходят свободные колебания. Зная, что максимальный заряд конденсатора равен 10^{-6} Кл и максимальный ток 10 А, найти длину волны этого контура.

Решение. Так как $\frac{LI^2_{\text{макс}}}{2} = \frac{Q^2_{\text{макс}}}{2C}$, то $LC = \frac{Q^2_{\text{макс}}}{I^2_{\text{макс}}}$. Находим искомую длину волны: $\lambda = cT = 2\pi c\sqrt{LC} = 2\pi c \frac{Q_{\text{макс}}}{I_{\text{макс}}} = 189$ м.

130. На какую длину волны резонирует колебательный контур, состоящий из катушки индуктивностью 1,6 мГ и конденсатора емкостью 400 пФ?

Ответ. 1507,2 м.

§ 14. Электронные средства сбора, хранения и переработки информации

Кибернетика является наукой об общих преобразованиях информации в сложных управляющих системах. Под преобразованием или обработкой информации обычно понимают множество процессов, например упорядочение и более компактное изложение некоторых сведений, проверка получаемой информации, поиск требуемых в настоящем или будущем данных, проведение сложных вычислений, моделирование неопределенных процессов или операций (например, при управлении) и т. д. Для переработки информации созданы электронные вычислительные машины (ЭВМ). Поступающая в ЭВМ информация должна быть выражена количественно, т. е. ее необходимо перевести в числа.

В общих чертах процесс переработки информации происходит следующим образом. ЭВМ извне получает определенные данные, в соответствии с заданной программой перерабатывает их и выдает на выходе числа, являющиеся решением. ЭВМ способна решать большинство задач, которые можно записать как некоторую систему формальных правил и условий, называемых *алгоритмом* решения (данной задачи). Для решения поставленных задач ЭВМ необходимо предварительно обучить тем операциям, которые она затем будет исполнять автоматически, т. е. *требуется составить для машины программу автоматического решения* — последовательность команд, вводимых в машину. Программа операций *кодируется*. Код состоит из последовательности символов или их комбинаций, например цифр в системе счисления или букв в алфавите. В ЭВМ вся информация записывается в численной форме. Наиболее удобной для записи оказалась двоичная система, в которой изображение всех чисел осуществляется с помощью двух символов: *0* и *1* (или высказываний «да», «нет»). Преимущество такой системы состоит в простоте выполнения математических и логических действий с помощью электрических схем. Изображение символа двоичной системы можно получить в тех приборах или устройствах, которые способны принимать два устойчивых состояния. *0* и *1* могут соответствовать, например, закрытому и открытому (непроводящему и проводящему) состоянию триода.

Для хранения информации ЭВМ должна обладать специальным запоминающим устройством — *памятью*. В этом устройстве информация хранится в виде сигналов, не выходящих, однако, во время хранения за его пределы.

В соответствии с выполняемыми задачами в ЭВМ можно выделить следующие основные устройства: ввода-вывода; памяти; счета (решающее устройство); управляющее (программа).

Блок-схема информационно-логической машины приведена на рис. 37.

Информация в машину поступает через входное и кодирующее устройства посредством перфокарт, перфолент, ручной клавиатуры, микрофильмов, магнитных лент, а также с помощью фотоэлектронных «считывающих» устройств. Кроме текущей информации в машину вводится программа. Поступающая информация преобразуется в специальный код (например, двоичный), который затем вводится в виде электрических сигналов в долговременное запоминающее устройство (в долговременную память машины). В случае

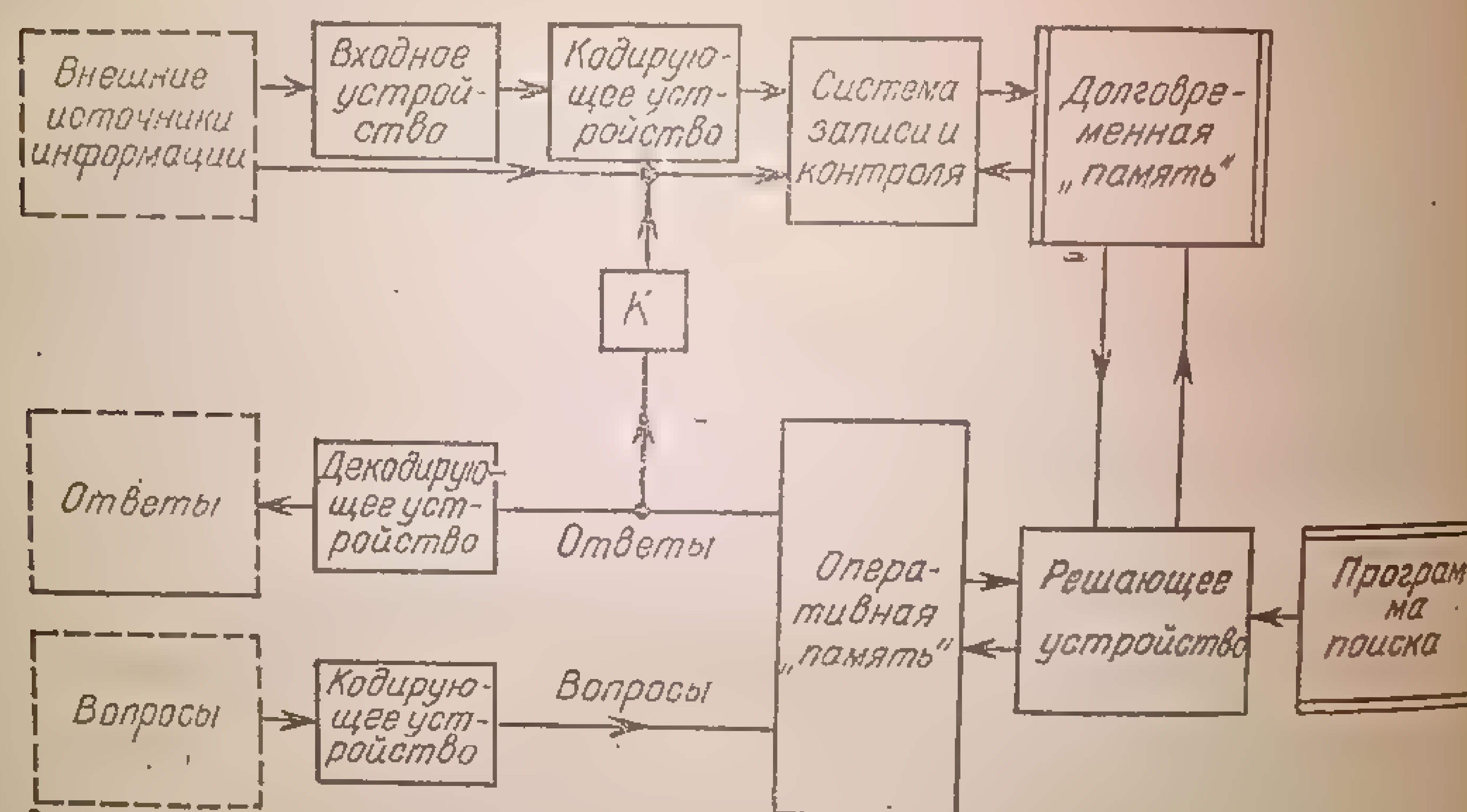


Рис. 37.

необходимости память увеличивают путем ввода новых исходных данных. С помощью блока *К* (специальная внутренняя связь) наиболее ценные ответы также можно передавать в *долговременную память*. Память машины состоит из огромного числа ячеек, причем каждая ячейка содержит только одну цифру (*0* или *1*).

Программа, которую необходимо выполнить в ЭВМ, состоит из команд, определяющих, какие действия, с какими числами, в какой последовательности их необходимо произвести и куда направить. Команды состоят из двоичных цифр.

Вводимые в машину вопросы кодируются и одновременно с программой поиска ответов поступают в устройство *оперативной памяти*. В этом устройстве во время решения задачи хранится вся текущая информация (вопросы, промежуточные решения, ответы). После получения ответа текущая информация «стирается» электрическим способом. В декодирующем устройстве ответ преобразуется в обычный печатный текст или переводится с двоичной системы на десятичную.

ЭВМ состоит из большого числа однотипных элементов. Комбинации однотипных элементов образуют более сложные узлы, из

которых собирают отдельные устройства машины. Как фиксирующие элементы в ЭВМ применяют ламповые или полупроводниковые *триггеры*. Триггер работает таким образом, что может находиться поочередно в двух определенных устойчивых состояниях. В каждом устойчивом положении эта система может находиться сколь угодно долго. Чтобы перевести триггер в другое состояние, необходимо подать импульс тока.

Обычно каждый триггер является одним из разрядов двоичного числа, т. е. представляет собой одну цифру. Поэтому для представления n-разрядного двоичного числа необходимо n триггеров.

Арифметическое устройство — одно из главных частей вычислительной машины. Здесь выполняются операции по переработке информации. Числа, поступающие в это устройство в виде электрических сигналов, складываются, вычитаются, умножаются, делятся и затем передаются в другие блоки машины также в виде электрических сигналов.

В запоминающих устройствах чаще всего используют магнитную запись. На специально приготовленные ленты и барабаны наносится тонкий слой ферромагнитного материала для записи информации. Длина лент достигает нескольких сотен метров, ширина 3—20 см (в зависимости от типа машины).

Для записи и считывания с магнитных лент и барабанов применяются записывающие и считывающие головки, представляющие собой электромагниты определенной формы с очень маленькими зазорами между полюсами. Чтобы записать *1*, в обмотку подается импульс тока одного направления, а для записи *0* — противоположного направления. На ленте, проходящей в данный момент под головкой, появляется намагниченный участок определенной полярности — *магнитная отметка*. При считывании с движущейся ленты в головке индуцируется напряжение также определенной полярности. Затем это напряжение усиливается, формируется и передается в другие устройства вычислительной машины в виде сигнала некоторого разряда двоичной цифры.

Емкость магнитных лент достигает нескольких миллионов двоичных единиц. Ленты можно наматывать на катушки, вынимать из машины и длительное время хранить. Основной недостаток магнитных запоминающих устройств заключается в малой скорости работы и трудности эксплуатации.

В запоминающих устройствах оперативной памяти быстродействующих машин применяют также электроннолучевые трубки специальной конструкции.

В последнее время в запоминающих устройствах ЭВМ используют ферритные магнитные сердечники, которые могут находиться в двух устойчивых состояниях намагниченности. Ферритные сердечники перемагничиваются только в таком магнитном поле, напряженность которого выше некоторого критического значения. Применение магнитных сердечников в запоминающих устройствах позволяет получить очень высокое быстродействие (до 300 тысяч и более обращений в секунду) при большой надежности. Кроме того, они имеют маленький объем: в 1 см^3 помещается до тысячи элементов.

Для хранения информации и программы машины применяют также перфокарты и перфоленты, в которых двоичные числа изображены в виде отверстий, расположенных в определенном порядке.

Полученные результаты ЭВМ выдает в виде перфокарт и перфолент. Специальные устройства считывают с перфокарт числа, переводят их в десятичную систему счисления и печатают.

Современные электронные вычислительные машины способны производить вычисления с огромной скоростью и высокой точностью, обладают большим объемом памяти, надежны в эксплуатации. Оперативная память машин может достигать десяти миллионов единиц информации (единица информации носит название «бит»). Для увеличения объема и повышения скорости выборки в устройствах памяти используют так называемые туннельные диоды, криогенные элементы (криотроны) и магнитные пленки. В будущем будет создана настолько компактная «память», что в одном кубическом метре можно будет вместить всю информацию, накопленную человечеством: примерно 10^{14} бит.

Глава 7

ОПТИКА

§ 1. Источники света. Освещенность

Источники лучистой энергии. Видимые тела в природе излучают свет. Одни из них являются активными источниками этого излучения, другие, и таких большинство, лишь отражают падающее на них излучение. Попадая в глаз, свет вызывает зрительное ощущение. Оптика, как наука о свете, возникла из попыток выяснить вопрос, почему человек видит предметы окружающей природы. Потом было установлено, что, кроме видимого света, существуют излучения такой же природы, но недоступные для восприятия глазом. В оптике изучается широкий спектр коротких электромагнитных волн, включая и волны, вызывающие у человека зрительные ощущения.

Большинство предметов видны лишь в том случае, если они освещены лучами Солнца. Однако существуют тела, которые можно видеть независимо от солнечного освещения. Такие тела, которые сами излучают свет, называют *источниками света.*

Источниками светового излучения являются:

1. Сильно нагретые тела (Солнце, являющееся огромным скоплением раскаленных газов; металлы: например раскаленный волосок электрической лампочки);
2. Источники «холодного» свечения (например, разреженный газ при прохождении через него электрического тока);
3. Источники света, получаемые в результате химических реакций при низких температурах (окисление желтого фосфора).
4. Люминесцентные источники света, излучающие, если их облучить светом, частота которого не совпадает с излучаемой частотой.

При излучении источник света теряет часть своей энергии, и, наоборот, поглощая свет, тело повышает свою температуру, т. е. увеличивает свою внутреннюю энергию. Таким образом, распространение света сопровождается переносом энергии.

Прямолинейность распространения света. В однородной среде распространение световой энергии происходит прямолинейно. Геометрическая линия, указывающая направление распространения света, называется *световым лучом.*

Доказательством прямолинейности распространения света является световая тень от источника света небольших размеров (точечного источника). Чтобы не образовывалась полутень, размер источника необходимо ограничить.

Формирование полутени от источника больших размеров можно рассмотреть с помощью двух источников малых размеров, расположенных друг от друга на расстоянии, равном размеру большого источника. В этом случае полная тень образуется позади непрозрачного предмета в области, куда при прямолинейном распространении не могут проникнуть лучи ни от первого, ни от второго источника. Полутень образуется в области, где проходят лучи только

от одного источника, в то время как другой источник заслонен предметом.

Если источник имеет большие размеры, то каждую точку его поверхности можно рассматривать как точечный источник. При образовании полутени происходит сложение излучения от отдельных частей излучающей поверхности.

Получение изображения предметов с помощью малого отверстия также свидетельствует о прямолинейном распространении света. Простейшее устройство, позволяющее наблюдать перевернутое изображение предметов, представляет собой ящик с маленьким отверстием в передней стенке (так называемая камера-обскура). Луч света, распространяясь прямолинейно от данной точки предмета, попадает на заднюю стенку камеры-обскуры, на которой появляется световое пятно, интенсивность которого зависит от освещенности этой точки. Совокупность световых пятен от всех точек предмета создает на задней стенке камеры-обскуры перевернутое изображение предмета.

В большинстве случаев представление о прямолинейном распространении света позволяет правильно описывать оптические процессы. Этот раздел оптики называется *геометрической оптикой*. Однако в некоторых физических процессах проявляется волновая природа света и наблюдаются явления интерференции и дифракции. Изучением этих явлений занимается *физическая оптика*. Отклонения от прямолинейности наблюдаются при прохождении света через узкие отверстия диаметром d либо если наблюдения ведутся на большом расстоянии L от экрана. Условие применимости геометрической оптики для световых лучей с длиной волны λ состоит в том, что

$$d \geqslant \sqrt{L\lambda}. \tag{7.1}$$

Световые лучи при пересечении не возмущают друг друга. Предметы видны отчетливо, несмотря на то что объекты, расположенные сбоку от наблюдателя, излучают свет, лучи которого пересекают лучи, идущие от рассматриваемого предмета.

Кроме представления о прямолинейном распространении света в геометрической оптике используются законы отражения и преломления света.

Скорость света. Световые сигналы распространяются со скоростью, величина которой очень велика. Долгое время измерить скорость света не удавалось. Впервые она была измерена датским астрономом О. Рёмером (1644—1710) при наблюдении затмений спутников планеты Юпитер. Поскольку обращение спутников вокруг небесного тела является строго периодическим процессом, то можно составить таблицы времен, когда эти спутники входят в тень планеты. Оказалось, что интервал времен между началом одного затмения и началом следующего за ним затмения неодинаков и зависит от взаимного расположения Солнца, Земли и Юпитера. Максимальное различие в интервалах времен составляет около 15 с. Еще более заметное запаздывание затмений накапливается в течение полугода. Величина этого запаздывания, измеренная Рёмером в 1676 г., оказалась равной 22 мин. За полгода Земля, двигаясь вокруг Солнца, удалилась от Юпитера на расстояние $2{,}99 \cdot 10^8$ км. Поскольку свет проходит это расстояние за 22 мин., то скорость

света $c = 215000$ км/с. Более поздние измерения показали, что запаздывание равно 994 ± 2 с, и соответствующее значение $c = (301000 \pm 600)$ км/с.

Скорость света в земных условиях впервые была определена французским физиком И. Физо (1819—1896) с помощью метода зубчатого колеса. Свет от сильного источника, проходя между зубцами вращающегося колеса, попадал на расположенное на большом расстоянии (около 7 км) от источника зеркало и, отразившись от него, возвращался к наблюдателю, снова проходя между зубцами вращающегося колеса. При определенной скорости вращения зубчатого колеса отраженный свет становился невидимым для наблюдателя, ибо на обратном пути луч света попадал не на промежуток, а на зубец колеса. При удвоении скорости вращения колеса свет опять можно было зафиксировать. Зная число оборотов колеса за 1 с ν, при котором наблюдается первое пропадание отраженного от зеркала света, количество зубцов в колесе n и расстояние L между источником и зеркалом, можно было вычислить скорость света c. Время τ оборота колеса на угол, соответствующий половине расстояния между зубцами, равно:

$$\tau = \frac{1}{2n\nu}. \tag{7.2}$$

Свет за это время дважды проходит расстояние L, т. е.

$$\tau = \frac{2L}{c}. \tag{7.3}$$

Из (7.2) и (7.3) получим

$$c = 4nL\nu. \tag{7.4}$$

Измерения по методу зубчатого колеса дали значение для скорости света

$$c = (299\,870 \pm 50) \text{ км/с}. \tag{7.5}$$

Сейчас скорость света измеряют более точными методами. Скорость света в пустоте принимается равной:

$$c = (299\,776 \pm 4) \text{ км/с}. \tag{7.6}$$

В большинстве случаев с достаточной точностью можно полагать $c = 2{,}998 \cdot 10^{10}$ см/с, а при более грубых оценках $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с.

Световой поток. *Количество лучистой энергии, распространяющейся через площадку S в единицу времени, называется световым потоком* через эту площадку. Световой поток F прямо пропорционален световой энергии W и обратно пропорционален времени τ:

$$F = \frac{W}{\tau}. \tag{7.7}$$

Световой поток, заключенный между прямолинейными лучами, которые распространяются от точечного источника, остается постоянным внутри конической поверхности, образованной этими лучами. Если пересечь этот конус несколькими поверхностями

S_1, S_2,..., S_n, то величина светового потока через эти сечения окажется одинаковой. Полный поток световой энергии, испускаемой любым источником, равен световому потоку через замкнутую поверхность (например, сферу), охватывающую этот источник.

Распределение светового потока по разным направлениям может быть неравномерным. Так, в прожекторе достигается концентрация светового потока вдоль оси прожектора. Аналогично концентрируется световой поток в фарах, фонарях, проекторах и т. п.

За единицу светового потока принимается *люмен*, лм, поток, излучаемый при равномерном испускании специальной эталонной лампой накаливания в одну международную свечу внутрь телесного угла, равного одному стерадиану.

Сила света. Величина светового потока F, приходящегося на единицу телесного угла Ω, называется *силой света* I. Следовательно,

$$I = \frac{F}{\Omega}. \tag{7.8}$$

Если источник света излучает поток равномерно во все стороны, такой источник называется изотропным:

$$I_{\text{и}} = \frac{F}{4\pi}, \tag{7.9}$$

где F — полный световой поток, испускаемый источником во все стороны.

Для неизотропного источника света, у которого сила света различна по разным направлениям, можно ввести понятие средней сферической силы света I_0, определяемой формулой (7.9).

Введение понятия силы света позволяет сравнивать различные источники. За единицу силы света принимают *международную свечу* — *канделу* (кд), равную силе света специальной электрической лампочки, излучающей в определенном направлении при пропускании через нее строго заданной силы тока. Более точный эталон международной свечи представляет собой специальную конструкцию, моделирующую *абсолютно черное тело* (см. § 6), температура которого равна 2042,6° К (температура плавления платины) при давлении 101 325 Па. Полный световой поток одной международной свечи равен 4 π люмен.

Освещенность. Отношение величины светового потока при равномерном его распределении к площади освещаемой поверхности называется освещенностью E. Следовательно,

$$E = \frac{F}{S}, \tag{7.10}$$

где F — величина светового потока, S — площадь освещаемой поверхности. За единицу освещенности — *люкс*, лк, принимается освещенность, которую дает источник, сила света которого равна 1 кд, на расстоянии 1 м.

Освещенность, которую обеспечивает данный источник света, зависит от расстояния между рассматриваемой поверхностью и источником. Поверхность сечения телесного угла плоскостями, перпендикулярными к направлению распространения света, пропорциональна квадрату расстояния от вершины конуса. Поэтому осве-

щенность E поверхности обратно пропорциональна квадрату ее расстояния r от точечного источника света. Следовательно,

$$E = \frac{I}{r^2}, \tag{7.11}$$

где I — сила света источника. Это справедливо только для случая, когда поглощение света отсутствует. Освещенность уменьшается, если в воздухе находятся частицы пыли, тумана, дыма. Если поглощение неоднородно и зависит от расстояния, то закон убывания освещенности пропорционально r^2 нарушается.

Освещенность также зависит от наклона поверхности по отношению к падающим лучам. Освещенность максимальна, если лучи света перпендикулярны к освещаемой поверхности. В общем случае, когда лучи падают на поверхность под углом φ, освещенность

$$E = \frac{I}{r^2} \sin \varphi. \tag{7.12}$$

Следовательно, *освещенность заданной поверхности E прямо пропорциональна силе света источника I, синусу угла между направлением распространения световых лучей и рассматриваемой поверхностью и обратно пропорциональна квадрату расстояния этой поверхности до источника.* Формула (7.12) справедлива только для плоских поверхностей. Если освещаемая поверхность имеет более сложную форму, то ее освещенность меняется от точки к точке, и в каждой точке находится по формуле, аналогичной (7.12), где φ — угол между направлением распространения световых лучей и касательной плоскостью к поверхности в данной точке.

Светимость и яркость. Для характеристики способности источника излучать (или отражающей поверхности отражать электромагнитные волны) вводится понятие светимости данной поверхности. *Светимость R численно равна полному световому потоку, испускаемому с единицы площади светящегося тела:*

$$R = \frac{F^*}{S^*}, \tag{7.13}$$

где F^* — величина полного потока, излученного с поверхности S^*.

Между светимостью и освещенностью существует прямая пропорциональная зависимость

$$R = kE, \tag{7.14}$$

где k — постоянная величина, называемая коэффициентом отражения (рассеяния). Для всех тел, пассивно отражающих падающие лучи, величина k меньше единицы.

Большинство тел отражает свет разной длины волны по-разному. Следовательно, обычно величина коэффициента рассеяния есть функция длины волны $k = k\ (\lambda)$.

Тела обладают определенной цветовой окраской, если они отражают световые волны, которые имеют длины волн, лежащие в характерном для данного тела интервале. Черным кажется тело, отражающее все длины волн одинаково, но очень слабо (т. е. $k \ll 1$). Белое тело имеет коэффициент отражения k, близкий к единице и не зависящий от длины волны.

Мерой излучения светящейся или отражающей поверхности в заданном направлении является яркость B. Если величина яркости B не зависит от направления, то такая поверхность называется *идеально рассеивающей*. Между светимостью и яркостью существует связь. Светимость представляет собой суммарную яркость по всем направлениям. Для идеально рассеивающей поверхности между светимостью R и яркостью B существует соотношение

$$B = \frac{1}{\pi} R. \tag{7.15}$$

Величина яркости численно равна силе света I единицы поверхности в направлении, перпендикулярном к этой поверхности S,

$$B = \frac{I}{S}. \tag{7.16}$$

За единицу яркости принята яркость такого источника, который излучает с 1 $м^2$ светящейся поверхности силу света в 1 кд.

Раздел физики, в котором изучают измерения светового потока и количественные характеристики световых процессов, называют фотометрией.

Задачи

1. Вычислить световой поток F от источника, сила света которого равна $I = 400$ кд, падающий на площадку $S = 20$ $см^2$, расположенную перпендикулярно к падающим лучам на расстоянии $r = 4$ м.

Решение. Из (7.10) и (7.11) $F = ES = IS/r^2$, откуда $F = \frac{400 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{16} = 0{,}05$ лм.

2. Определить силу света I лампы уличного освещения, необходимую для того, чтобы освещенность на земле посредине расстояния между фонарями была равна $E = 0{,}2$ лк. Лампы подвешены на высоте $h = 10$ м, расстояние между столбами $l = 40$ м.

Решение. По формуле (7.12) определим освещенность каждой лампы $E_1 = \frac{I}{r^2} \sin\varphi$. Рассмотрим две ближайшие лампы. Тогда общая освещенность $E = \frac{2I}{r^2} \sin\varphi = \frac{2Ih}{(l^2 + h^2)\sqrt{l^2 + h^2}}$, откуда $I = \frac{E(l^2 + h^2)\sqrt{l^2 + h^2}}{2h}$. Подставив численные значения, получим $I \approx 110$ кд.

3. Определить силу света точечного источника, находящегося в центре сферы радиусом $r = 85$ см и испускающего на поверхность этой сферы площадью $S = 1{,}50$ $м^2$ световой поток $F = 360$ лм. Какой полный световой поток испускает этот источник света?

Решение. По формуле (7.8) $I = \frac{F}{\Omega}$ и для сферы $\Omega = \frac{S}{r^2}$, где S — поверхность части сферы. Следовательно, $I = \frac{Fr^2}{S}$. Откуда $I = 173$ кд. Полный световой поток $F = 4\pi I$, откуда $I = 2180$ лм.

4. На круглое матовое стекло диаметром $d = 0{,}45$ м падает световой поток $F = 120$ лм. Какова освещенность этого стекла?

Решение. По формуле (7.10) $E = \frac{F}{S}$, где $S = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi$, откуда $E = \frac{4\pi F}{d^2}$, т. е. $E = 755$ лк.

5. Определить силу света свечи, яркость пламени которой $B = 5 \cdot 10^3$ кд/м², а площадь поперечного сечения пламени $S = 2$ см².

Решение. Из формулы (7.16) $I = BS$, откуда $I = 1$ кд.

6. Какова сила света I электрической лампочки, если освещенность точки фасада здания, находящегося на расстоянии $r = 10$ м от нее, $E = 1{,}2$ лк, а угол падения лучей $\alpha = 42°$?

Решение. Из (7.12), учитывая, что $\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi$, $I = \frac{Er^2}{\cos \alpha}$. Подставив численные значения, получим: $I = 160$ кд.

7. Два источника света силой $I_1 = 100$ кд и $I_2 = 50$ кд расположены на расстоянии $r = 2{,}4$ м друг от друга. На каком расстоянии от первого источника r_1 необходимо поместить непрозрачный экран, чтобы он был одинаково освещен с обеих сторон?

Решение. По формуле (7.11) $E_1 = \frac{I_1}{r_1^2}$ и $E_2 = \frac{I_2}{(r - r_1)^2}$. Из условия $E_1 = E_2$, т. е. $\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{(r - r_1)^2}$, откуда $I_2 r_1^2 = I_1 (r^2 - 2rr_1 + r_1^2)$ или $r_1^2 (I_1 - I_2) - 2I_1 r r_1 + I_1 r^2 = 0$. Корни этого уравнения $r^*_{1,2} = \frac{I_1 r \pm \sqrt{I_1^2 r^2 - I_1 r^2 (I_1 - I_2)}}{I_1 - I_2}$, т. е. $r^*_{1,2} = \frac{(I_1 \pm \sqrt{I_1 I_2})\, r}{I_1 - I_2}$.

Подставив численные значения, получим $r_1^* < r$ равное 1,4 м.

8. На расстоянии 1 м от экрана находятся две одинаковые свечи. Одну из них погасили. На какое расстояние нужно приблизить экран, чтобы освещенность его не изменилась?

Ответ. $r = 0{,}3$ м.

9. Почему снег на покатых крышах под действием солнечных лучей тает раньше, чем на почве?

Ответ. Весной в умеренных широтах даже в полдень солнце не проходит через зенит, поэтому на горизонтальную поверхность почвы солнечные лучи падают под достаточно большим острым углом. На поверхность покатой крыши угол падения будет меньше. Освещенность поверхности крыши в соответствии с формулой (7.12) $E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$ $\left(\text{где } \alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi - \text{угол падения солнечных лучей}\right)$.

Поскольку $E = \frac{F}{S}$, а $F = \frac{W}{\tau}$, то $W = F\tau = ES\tau = \frac{IS\tau \cos \alpha}{r^2}$, где W — количество световой энергии. С уменьшением угла α увеличивается W и, следовательно, снег быстрее тает на поверхностях, расположенных к солнечным лучам под меньшим углом.

10. На какой угол φ нужно отклонить площадку, чтобы ее освещенность уменьшилась вдвое по сравнению с той освещенностью, которая была при перпендикулярном падении лучей?

Ответ. $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

11. Три лампы с $I = 200$ кд висят на одинаковой высоте $h = 3{,}0$ м. Лампы расположены друг от друга на расстоянии $l = 2{,}5$ м. Найти освещенность E под каждой лампой.

Ответ. $E = 42$ лк.

§ 2. Отражение света

Законы отражения света. Большинство тел не являются источниками света, а отражают падающее на них излучение. Освещенные предметы видны со всех сторон, ибо они рассеивают свет в разные стороны (диффузное отражение). Однако некоторые тела, имеющие гладкую поверхность, отражают свет преимущественно в одном направлении. Такое направленное отражение называется зеркальным, а отражающие поверхности — зеркалами.

Зеркальное отражение происходит в случае, если неровности отражающей поверхности малы, меньше длины световой волны. Поверхности можно считать оптически гладкими, если величина неровностей меньше 1 мк.

При отражении света зеркальными поверхностями выполняются следующие законы.

Отраженный луч света всегда лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром к отражающей поверхности, восстановленным из отражающей точки.

Угол падения равен углу отражения. При этом под углом падения понимают угол между падающим лучом и перпендикуляром к отражающей поверхности в месте падения; под углом отражения — угол между этим перпендикуляром и отраженным лучом. Углы принято измерять в направлении от перпендикуляра к соответствующему лучу.

Обратимость направления световых лучей. При отражении справедлив принцип обратимости световых лучей. Если пустить падающий луч света вдоль линии, по которой первоначально шел отраженный луч, то направление распространения отраженного луча будет совпадать с линией первоначально падающего, т. е. падающий и отраженный лучи поменяются местами и весь ход лучей будет совершаться в обратном направлении по тому же пути.

Следовательно, если отраженный луч, пройдя систему зеркал, на последнем этапе отразится точно в обратном направлении, то он вернется к источнику, пройдя в системе зеркал тот же путь в противоположном направлении.

Изображение в плоском зеркале. Если отражающая поверхность зеркала представляет собой плоскость, то предметы, находящиеся перед зеркалом, кажутся расположенными за зеркальной плоскостью. Размеры и взаимное расположение предметов при этом сохраняются такими же, как и в реальном случае, однако левая сторона предмета в зеркале становится правой, а правая — левой.

Изображение, возникающее в зеркале, обладает тем свойством, что каждая точка предмета и его изображения находится на одинаковом расстоянии от зеркала и лежит на одном и том же перпендикуляре к зеркальной плоскости. Следовательно, расположение точек предмета и его изображения оказывается симметричным относительно плоскости зеркала. Такое изображение, когда отсутствует действительное пересечение лучей света в точках этого изображения, называется *мнимым*.

Если на плоское зеркало падает параллельный световой пучок, то после отражения параллельность световых лучей не нарушается.

Вогнутые и выпуклые сферические зеркала. В технике часто применяют зеркала, обладающие сложной изогнутой отражающей поверхностью. Параллельные лучи при отражении от сложных поверхностей теряют параллельность. Если поверхность выпукла,

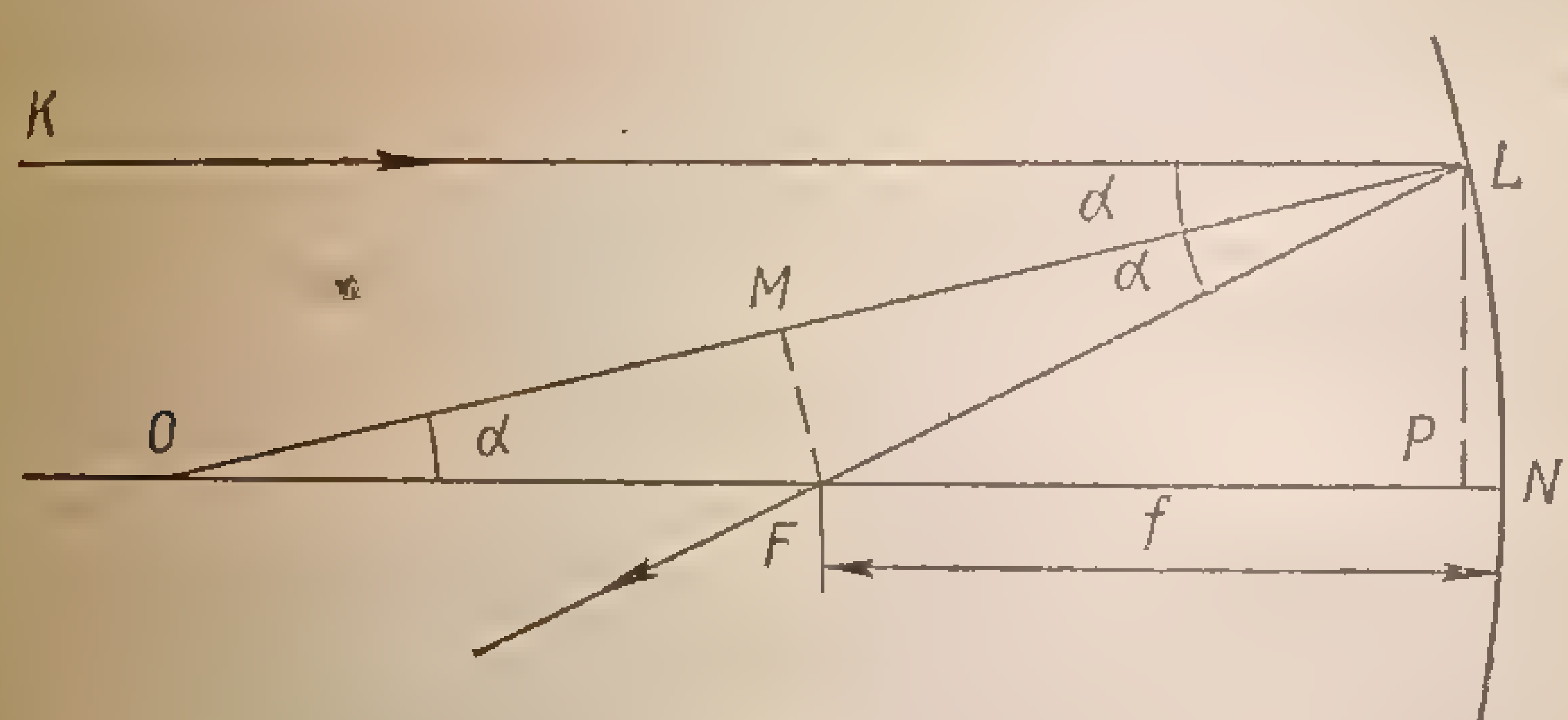


Рис. 38.

то параллельные световые лучи рассеиваются в разные стороны, если вогнута, то лучи собираются в одну точку. Поэтому вогнутое зеркало называется *собирающим*, а выпуклое — *рассеивающим*.

Рассмотрим ход лучей в зеркалах, форма которых представляет собой сферическую поверхность (*сферические зеркала*). Параллельные лучи падают вдоль направления линии ON (рис. 38), проходящей через центр сферы и середину зеркальной поверхности, которая представляет собой шаровой сегмент. Эту линию называют главной оптической осью. Радиус OL, проведенный в произвольную точку L сферической поверхности, перпендикулярен к плоскости, касательной к сфере в этой точке. Следовательно, отражение любого луча в точке L будет происходить так, что угол между падающим и отраженным лучами будет делиться радиусом OL пополам, так как угол падения равен углу отражения. Обозначим точку пересечения отраженного луча, падающего вдоль направления параллельного главной оптической оси ON, с этой осью буквой F. Определим величину ближайшего расстояния f от сферической поверхности до точки F. Углы KLO и LON равны друг другу как накрест лежащие при параллельных KL и ON. Следовательно, $\triangle OLF$ равнобедренный и его сторона OF из прямоугольного $\triangle OMF$ равна $\frac{R}{2\cos\alpha}$. Если обозначить расстояние падающего луча от оптической оси LP через h, то из $\triangle OLP$ находим $\sin\alpha = \frac{h}{R}$ и $\cos\alpha =$

$= \sqrt{1-\left(\frac{h}{R}\right)^2}$. Отсюда $f = ON - OF = R - \frac{R}{2\sqrt{1-(h/R)^2}}$; или

$$f = \frac{R}{2}\left(2 - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{h}{R}\right)^2}}\right). \tag{7.17}$$

Как видно из (7.17), расстояние f зависит от h — величины отклонения падающего луча от главной оптической оси сферического зеркала. Это означает, что отраженные лучи соберутся не в одной точке, а расположатся в некотором интервале от $\frac{R}{2}$ до f, определяемого по формуле (7.17). Это явление называется *сферической аберрацией*.

Если радиус кривизны сферы R велик по сравнению с диаметром зеркала h, так что выполняется условие $R \gg h$, то в формуле (7.17) можно приближенно пренебречь величиной $\frac{h^2}{R^2}$ рядом с единицей и тогда

$$f = \frac{R}{2}. \tag{7.18}$$

Таким образом, для небольших вогнутых сферических зеркал малой кривизны отраженные *лучи пучка, параллельного главной оптической оси, собираются практически в одной точке, которая называется фокусом*. Ближайшее расстояние от фокуса до отражающей поверхности называется фокусным расстоянием f. Для такого сферического зеркала фокусное расстояние равно половине радиуса кривизны отражающей поверхности зеркала.

Величина Φ, обратная фокусному расстоянию, называется *оптической силой:*

$$\Phi = \frac{1}{f}. \tag{7.19}$$

Единицей измерения оптической силы является *диоптрия*, равная оптической силе, соответствующей фокусному расстоянию в 1 м.

Свойством вогнутых зеркал собирать лучи пользуются для получения параллельных или слабо расходящихся лучей. Для этого источник света необходимо поместить в фокусе сферического зеркала. Еще большей параллельности можно достигнуть в параболических зеркалах. Вогнутое зеркало (рефлектор) используют при конструировании прожекторов, фар, фонарей и т. п.

Изображение предметов в кривых зеркалах искаженное. Размеры изображения могут быть как увеличенными, так и уменьшенными, в зависимости от расположения рассматриваемого предмета относительно центра кривизны и фокуса зеркала. При этом изображение может оказаться расположенным перед зеркалом (если предмет помещен не ближе фокусного расстояния от зеркала) или за зеркалом, т. е. изображение становится мнимым (если предмет помещен между фокусом и поверхностью зеркала).

Выпуклое зеркало имеет мнимый фокус, расположенный на расстоянии $\frac{R}{2}$ за его поверхностью. Поэтому выпуклое зеркало всегда рассеивает свет и дает только мнимые изображения предметов.

Основная формула сферического зеркала связывает расстояние от изображения до зеркала F с расстоянием от предмета до зеркала d и фокусным расстоянием f:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{F}=\frac{1}{f}, \tag{7,20}$$

Поскольку для сферического зеркала $f=\frac{R}{2}$, то

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{F}=\frac{2}{R}. \tag{7,21}$$

При этом расстояние до действительных точек нужно учитывать со знаком плюс, а расстояние до мнимых точек — со знаком минус.

Задачи

12. Доказать, что при повороте плоского зеркала на угол α отраженный луч поворачивается на угол 2α.

Решение. Пусть луч AK падает на зеркало MN под углом i_0. Повернем зеркало в положение $M'N'$ на угол α. Тогда нормаль KL' образует с KL угол α, так что угол падения теперь будет равен $i=i_0+\alpha$. Такой же угол с KL' образует новый отраженный луч KB'. Из рис. 39 видно, что $\angle LKB'=i+\alpha$, а искомый $\angle BKB'=\angle LKB'-\angle LKB$. Следовательно, $\angle BKB'=i+\alpha-i_0=i_0+\alpha+\alpha-i_0=2\alpha$.

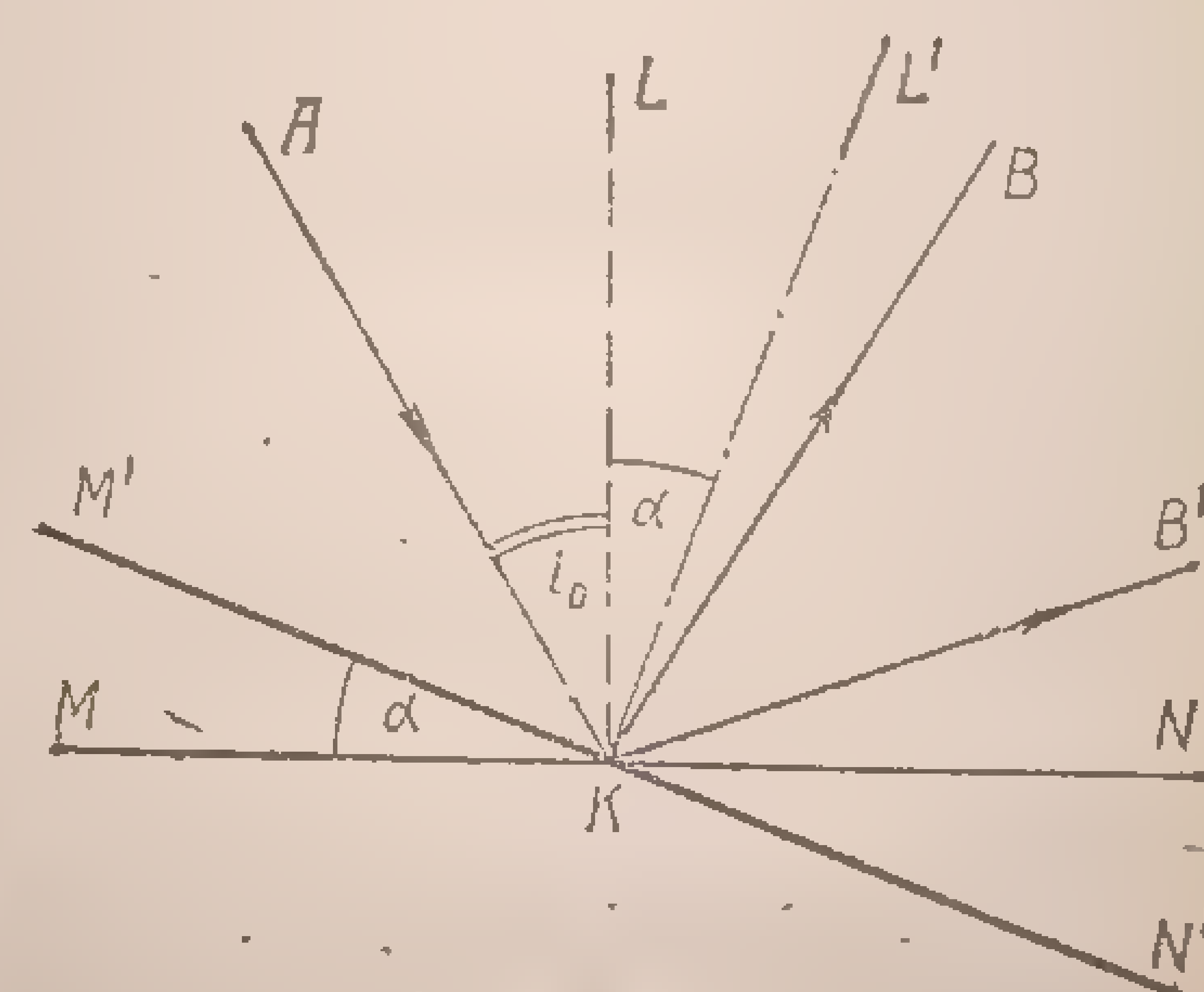


Рис. 39.

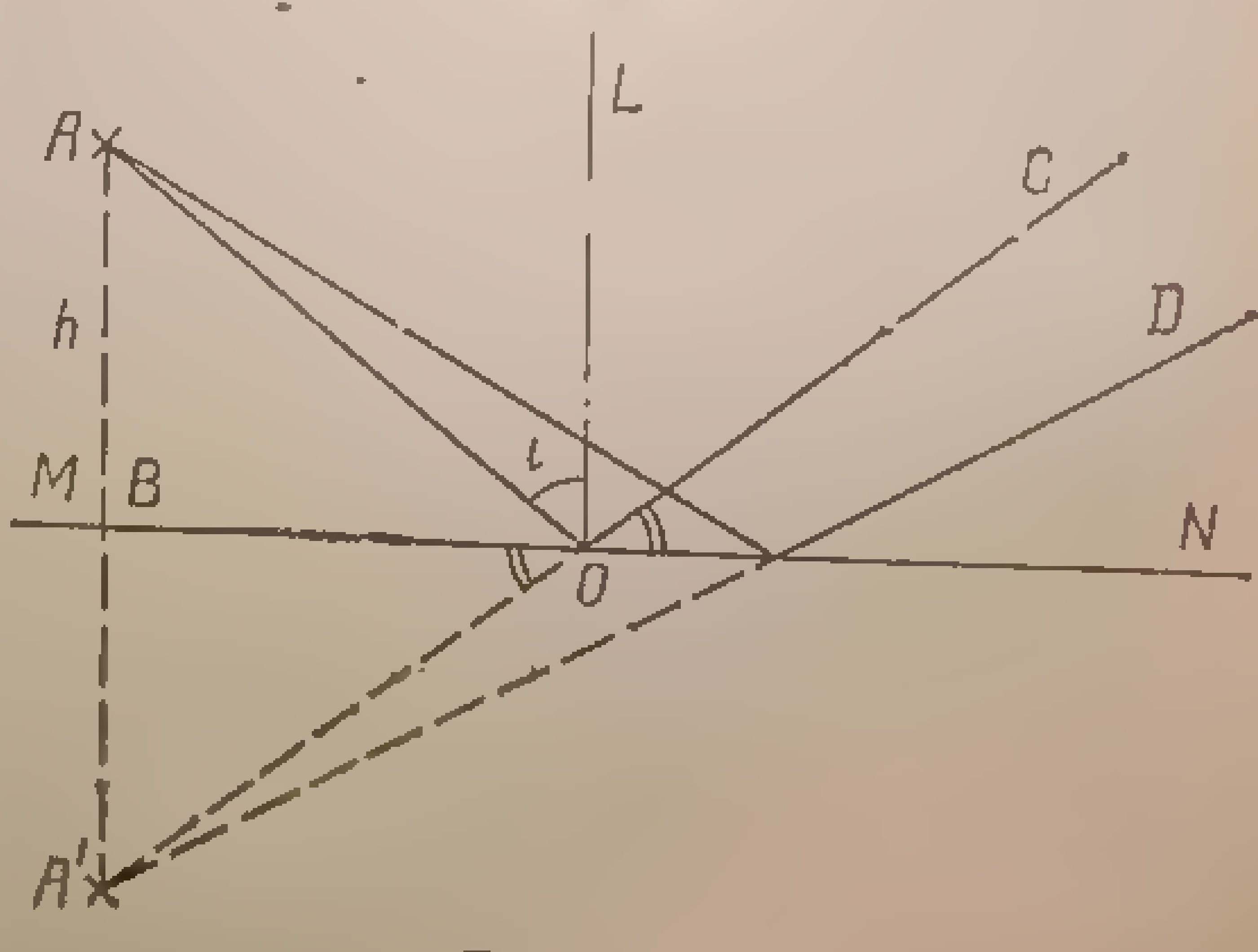


Рис. 40.

13. Показать, что изображение точечного источника в плоском зеркале представляет собой мнимый точечный источник, расположенный за зеркалом на перпендикуляре к его поверхности на том же расстоянии, что и расстояние точечного источника от зеркала.

Решение. Рассмотрим лучи, исходящие из точечного источника A и отражающиеся в произвольной точке O. На рис. 40 изображен ход лучей в плоскости, перпендикулярной к отражающей поверхности зеркала и проходящей через источник A. Опустим из точки A

перпендикуляр на плоскость зеркала MN (прямая пересечения отражающей плоскости с плоскостью, в которой происходит отражение). Продолжение отраженного луча OC пересекается с продолжением этого перпендикуляра BA' в точке A'. Отрезки AB и BA' равны друг другу. В соответствии с законом отражения $\angle CON = \angle BOA'$ и $\angle AOL = \angle LOC$, откуда следует, что $\angle AOB = \angle BOA'$ и, следовательно, $\triangle AOB = \triangle A'OB$, соответствующие стороны которого также равны, т. е. $AB = BA'$. Так как луч AO выбран произвольно, то продолжение любого отраженного луча пересечет перпендикуляр AB в точке A'. Следовательно, при наблюдении из любой точки C, D и т. п. будет казаться, что все лучи исходят из точки A'. Поскольку в точке A' пересекаются не сами лучи, а их продолжение, то точка A' называется мнимым источником или изображением точки A.

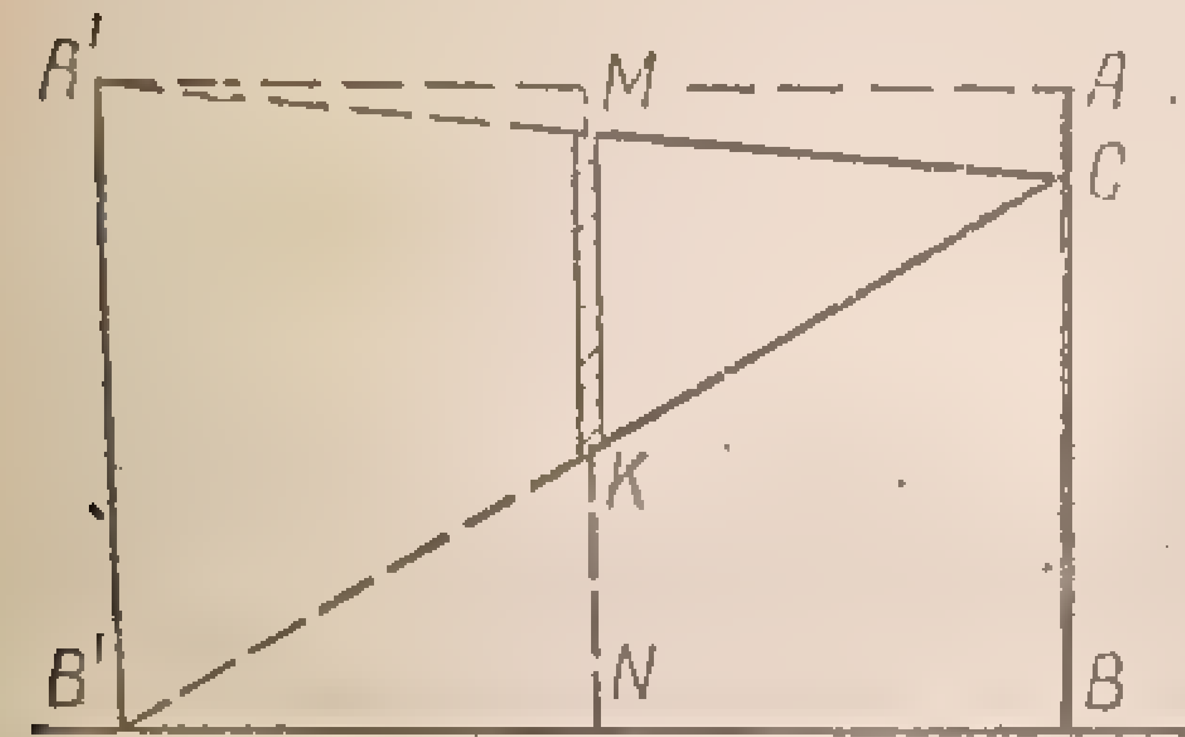


Рис. 41.

14. На стене комнаты вертикально висит зеркало. Какой наименьшей длины l_0 должно быть зеркало, чтобы человек, рост которого $h = 186$ см мог видеть себя в нем во весь рост? На какой высоте при этом следует расположить верхний край зеркала?

Решение. Построим изображение человека высотой AB в предположении, что вся стена зеркальная (рис. 41). Оно расположится симметрично на расстоянии $B'N = NB$, равном расстоянию человека от зеркала. При любом положении глаз человека в точке C прямая MN сечет $\triangle A'B'C$ на уровне половины высоты. Поэтому минимальный размер зеркала $MK = l_0 = \frac{h}{2}$. Из $\triangle A'AC$ видно, что верхний край зеркала необходимо укрепить на $l/2$ ниже роста человека, где $l = AC$ — расстояние между уровнем глаз и верхушкой волос. Следовательно, $l_0 = 93$ см.

15. На вогнутое зеркало радиусом $R = 40$ см падают лучи от светящейся точки S, расположенной на главной оптической оси на расстоянии $d = 30$ см. На каком расстоянии x перед вогнутым зеркалом нужно поставить плоское зеркало, чтобы лучи, отраженные вогнутым и плоским зеркалами, возвратились в точку S?

Решение. Положение изображения источника света S в вогнутом зеркале можно определить по формуле (7.21). Лучи, отраженные от плоского зеркала, возвратятся в точку S только в том случае, если изображение источника в плоском зеркале окажется в той же точке, что и изображение от вогнутого зеркала. Следовательно, плоское зеркало необходимо поместить на расстоянии, равном половине расстояния между светящейся точкой S и ее изображением в вогнутом зеркале, т. е. на расстоянии $\frac{F-d}{2}$ от S. По условию, расстояние точки S от вогнутого зеркала равно d. Следовательно, $x = d + \frac{F-d}{2} = \frac{F+d}{2}$, откуда $x = \frac{d^2}{2d-R}$. Подставляя численные значения, получим $x = 45$ см.

16. Чему равна величина изображения Солнца x в подшипниковом шарике диаметром $d = 4$ мм? Радиус Солнца $r = 7{,}0 \cdot 10^5$ км, а расстояние до него $l = 1{,}5 \cdot 10^8$ км.

Решение. Шарик можно приближенно считать выпуклым сферическим зеркалом с радиусом кривизны $\frac{d}{2}$. Изображение краев солнечного диска будет располагаться в точках пересечения лучей, проходящих через центр зеркала, с плоскостью, перпендикулярной к главной оптической оси и проходящей через фокус зеркала (фокальная плоскость). Из подобия треугольников, одна вершина которых совпадает с центром зеркала, а две другие лежат на краях солнечного диска и его изображения соответственно, следует, что $\frac{2r}{l} = \frac{x}{f}$. Отсюда $x = \frac{2rf}{l}$, и так как $f = \frac{d}{4}$, то $x = \frac{rd}{2l}$. Подставив числа, получим $x \approx 10^{-2}$ мм.

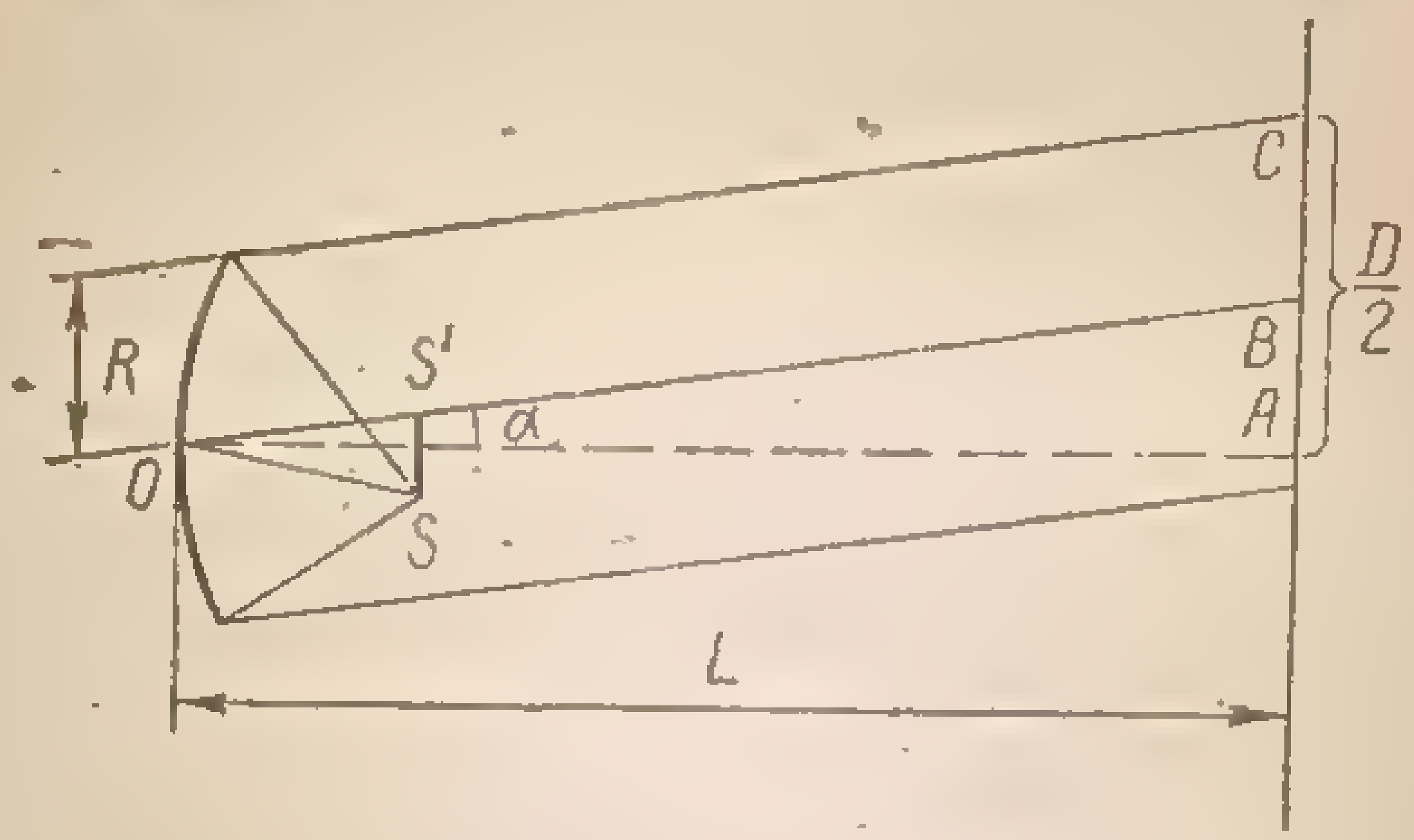


Рис. 42.

17. В фокусе сферического зеркала прожектора установлен источник света в виде раскаленного диска радиусом $r = 1$ см. Найти диаметр D освещенного пятна на стене, отстоящей на $L = 50$ м от прожектора, если фокусное расстояние сферического зеркала $f = 40$ см, а диаметр зеркала $2R = 1$ м.

Решение. После отражения от зеркала лучи из каждой точки источника света будут распространяться параллельным пучком, наклоненным к главной оптической оси. Из крайней точки S (рис. 42) угол наклона α будет наибольший. Величину α можно определить: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{R}{f}$. Размер пятна на стене равен $AB + BC$. Из $\triangle AOB$ найдем $AB = L \operatorname{tg}\alpha$ и так как $BC \approx R$, то $\frac{D}{2} = L \operatorname{tg}\alpha + R$, откуда $D = 2\frac{LR}{f} + 2R$. Подставив численные значения, получим $D = 3{,}5$ м.

18. Плоское круглое зеркальце может вращаться вокруг своей вертикальной оси. На расстоянии $d = 1{,}2$ м от зеркала на стене висит плоский экран, параллельный плоскости зеркальца. Горизонтальный луч света падает в центр зеркальца под углом $\varphi_1 = 12°$ и отражается на экран. Определить, на какое расстояние l переместится световой зайчик при повороте зеркальца на $\varphi_2 = 15°$.

Ответ. $l = 82$ см.

19. С помощью вогнутого зеркала получают изображение двух точечных источников. Один из них расположен на главной оптической оси, на расстоянии $\frac{3}{4} f$ от зеркала, а другой смещен с этой оси на небольшое расстояние так, что линия, соединяющая оба источника, образует угол с главной оптической осью $\varphi = 60°$. На каком расстоянии d и под каким углом ψ к главной оптической

оси следует расположить плоский экран, чтобы одновременно получить на нем четкое изображение двух источников?

Ответ. $d = 4f$, $\psi = 30°$.

20. Вогнутое сферическое зеркало дает действительное изображение, которое в три раза больше предмета. Определить фокусное расстояние зеркала, если расстояние между предметом и его изображением $l = 20$ см.

Ответ. $f = 7{,}5$ см.

21. Два одинаковых вогнутых зеркала поставлены друг против друга так, что их главные фокусы совпадают. Точечный источник света помещен на общей главной оси зеркал на расстоянии d от первого зеркала. Где получится изображение источника после отражения от обоих зеркал?

Ответ. Изображение совпадет с самим источником.

22. Сходящиеся лучи падают на выпуклое зеркало с радиусом кривизны $R = 60$ см так, что их продолжения пересекаются на главной оптической оси за зеркалом на расстоянии $d = 15$ см.

1. На каком расстоянии h_1 от зеркала сойдутся эти лучи после отражения? Будет ли точка их пересечения действительной?

2. Определите h_2 при $R = 60$ см, $d = 40$ см.

Ответ. 1) $h_1 = 30$ см, изображение действительное;
2) $h_2 = -120$ см, изображение мнимое.

§ 3. Преломление света на границе двух сред

Законы преломления света. Если лучи света переходят из одной прозрачной среды в другую, то на границе между этими средами они меняют свое направление. Угол между преломленным лучом и перпендикуляром к поверхности, на которой происходит изменение направления луча, называется *углом преломления.* При преломлении часть световой энергии отражается, так что на границе раздела происходит рассеивание света. В процессе преломления, так же как и в процессе отражения, выполняется принцип обратимости лучей. Следовательно, если из второй среды направить световой луч обратно вдоль преломленного луча, то он пройдет тем же путем и после преломления продолжит путь вдоль направления первично падающего луча.

Изменение направления лучей на границе двух сред следует законам преломления.

Преломленный луч всегда лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, восстановленным к касательной плоскости в точке преломления на границе раздела двух сред.

Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная, зависящая только от веществ, на границе которых происходит преломление. Эта постоянная называется *относительным коэффициентом преломления* второго вещества по отношению к первому и обозначается n_{21}. Иначе величина n_{21} называется *показателем преломления* света при переходе из первой среды во вторую.

Следовательно, если i_1 — угол падения, а i_2 — угол преломления, то

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}. \qquad (7.22)$$

Из принципа обратимости распространения световых лучей следует, что для любых двух веществ между относительными коэффициентами преломления света второго вещества по отношению к первому (n_{21}) и первого по отношению ко второму (n_{12}) существует обратно пропорциональная зависимость:

$$n_{21} = \frac{1}{n_{12}}, \tag{7.23}$$

Коэффициент преломления данного вещества по отношению к пустоте называется *абсолютным коэффициентом преломления* этого вещества. Установлено, что относительный коэффициент преломления двух веществ равен отношению их абсолютных коэффициентов преломления. Следовательно,

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{7.24}$$

Уравнения (7.22) и (7.24) можно записать в общем виде

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \tag{7.25}$$

Установлено, что абсолютный показатель преломления вещества равен отношению величины скорости света в вакууме c к скорости распространения света в данном веществе u:

$$n = \frac{c}{u}. \tag{7.26}$$

Если сравниваются две среды с разными n_1 и n_2, то среда, у которой абсолютный коэффициент преломления больше, называется *оптически более плотной средой*.

В общем случае абсолютный (а значит, и относительный) коэффициент преломления зависит от длины волны падающего излучения. В дальнейшем это обстоятельство в ряде случаев не принимается во внимание, тем самым подразумевается, что происходит преломление монохроматического пучка лучей, т. е. световых лучей с одинаковой длиной волны.

Полное внутреннее отражение. Из формулы (7.22) следует, что при прохождении из вещества оптически менее плотного (с меньшим коэффициентом преломления) в вещество, оптически более плотное, лучи света отклоняются в сторону направления, перпендикулярного к поверхности раздела этих веществ. Наоборот, при прохождении из оптически более плотного вещества в оптически менее плотное лучи света отходят от перпендикуляра так, что угол $\frac{\pi}{2} - i'$ между направлением преломленного луча и поверхностью, на которой происходит преломление, уменьшается. Существует некоторый предельный угол падения $i_{пр}$, для которого угол преломления оказывается равным $\frac{\pi}{2}$. При углах падения $i > i_{пр}$ преломленных лучей нет. Все падающие лучи света в этих условиях полностью отражаются. Угол $i_{пр}$ называется *предельным углом*, а само явление — явлением *полного внутреннего отражения.*

Значение предельного угла при полном внутреннем отражении зависит только от величины относительного коэффициента преломления двух рассматриваемых сред. Из формулы (7.25), полагая $i_2 = \frac{\pi}{2}$, получим

$$\sin i_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \tag{7.27}$$

Отсюда видно, что предельный угол существует только при $n_2 < n_1$, т. е. явление полного внутреннего отражения возможно только при прохождении света из вещества оптически более плотного в вещество оптически менее плотное.

Частичное отражение наблюдается и при углах падения, меньших, чем $i_{\text{пр}}$. Если угол падения лучей приближается к предельному углу со стороны меньших значений, то интенсивность преломленного луча уменьшается, а интенсивность отраженного луча возрастает.

Явление полного внутреннего отражения широко используют в оптических приборах, особенно в поворотных стеклянных призмах. Изготовляют также специальные изогнутые стержни (например, из прозрачной пластмассы), так называемые светопроводы. Лучи света, попадая внутрь светопровода со стороны торцевого сечения, распространяются вдоль него, повторяя в своем движении все изгибы стержня. В любом месте световые лучи подходят изнутри к боковой поверхности светопровода под углом, большим, чем предельный угол полного внутреннего отражения. Поэтому свет проходит вдоль всего светопровода с минимальными потерями, которые происходят, в основном, за счет поглощения.

Явление полного внутреннего отражения используется также при огранке и шлифовке драгоценных и полудрагоценных камней. При этом стремятся придать обрабатываемому камню такую форму, чтобы большинство падающих на этот камень лучей, преломляясь, отражалось от внутренних граней. Если таких граней много и они полностью отражают практически всякий луч, то камень сильно сверкает при любом повороте. Особенно большого эффекта можно достичь, если оптическая плотность обрабатываемого вещества очень велика (например, алмаза).

Прохождение луча в призме. В оптике часто используют призмы, представляющие собой три плоскости, пересекающие друг друга под разными углами так, что линии их пересечения взаимно параллельны. Угол между гранями призмы, через которые проходят лучи света, называется *преломляющим*. Наиболее часто употребляют равнобедренные призмы.

Рассмотрим ход лучей в равнобедренной призме, с острым преломляющим углом α. Призма изготовлена из оптически более плотного вещества, чем окружающая среда. Тогда, проходя сквозь такую призму, лучи света отклоняются к ее основанию на некоторый угол ε. Величина угла ε, если лучи света падают на переднюю грань призмы под углом φ, равна (см. задачу 26):

$$\varepsilon = \varphi - \alpha + \arcsin \left\{ \frac{1}{n_{11'}} \left[\sin \alpha \sqrt{1 - n_{11'}^2 \sin^2 \varphi} - \cos \alpha \sin \varphi \right] \right\}. \tag{7.28}$$

Если преломляющий угол призмы α мал и лучи света падают на переднюю грань призмы под малым углом φ, то угол ε отклонения лучей от своего первоначального направления оказывается не зависящим от угла падения. При этом

$$\varepsilon = \alpha (n - 1), \qquad (7.29)$$

где n — показатель преломления вещества призмы.

Если световые лучи падают на вторую грань призмы под углом, большим предельного угла $i_{пр}$, величина которого определяется по формуле (8.27), то они полностью отразятся внутрь призмы и могут выйти через иную грань. Это используют для создания *поворот-*

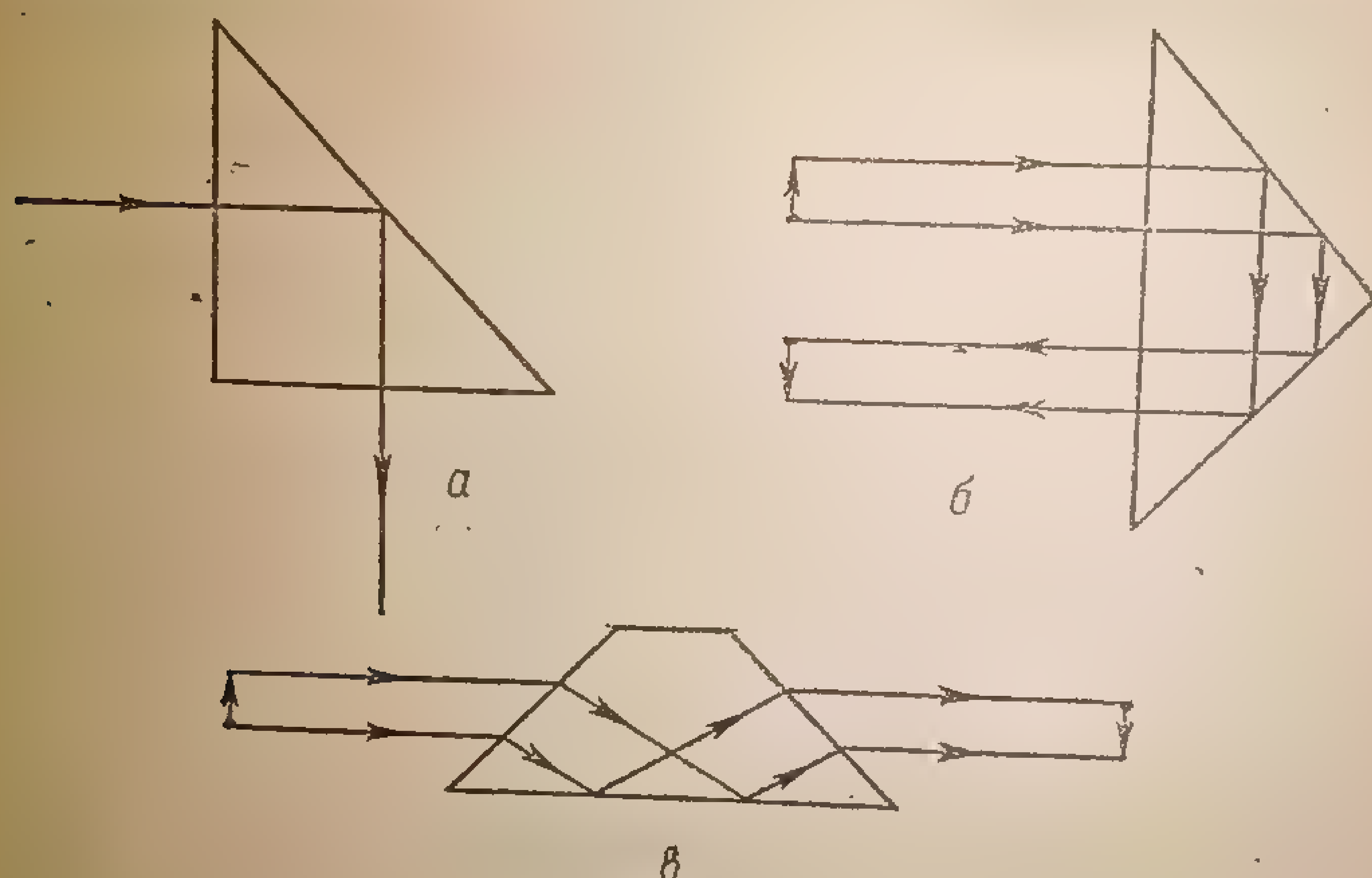


Рис. 43.

ных и оборачивающих призм, схема лучей в которых изображена на рис. 43. Поскольку предельный угол для различных сортов стекла составляет 35—40°, то удобно использовать призмы с прямым углом преломления, направляя лучи перпендикулярно к ее граням (*а*, *б*) или параллельно к ее основанию. Такие призмы применяют в перископах, биноклях и других оптических приборах.

Призмы, изготовленные из вещества оптически менее плотного, чем окружающая среда, отклоняют лучи в сторону вершины призмы.

Преломление лучей света в плоскопараллельных пластинках. При прохождении луча света через пластинку, ограничивающие поверхности которой параллельны друг другу, выходящий луч всегда параллелен лучу падающему. Схема хода лучей в плоскопараллельной пластинке показана на рис. 44. В точке O падающий луч изменил свое направление, так что $n_1 \sin i_1 = n_1 \sin i_1'$, а в точке P выполняется равенство $n_2 \sin i_2 = n_2 \sin i_2'$ и так как $\frac{n_1}{n_1'} = \frac{n_2'}{n_2}$, то $\sin i_1 =$

$= \sin i_2'$, т. е. прямые MO и PN параллельны. Смещение луча при прохождении плоскопараллельной пластинки пропорционально толщине этой пластинки и зависит от угла падения луча на ее поверхность и оптической плотности вещества пластинки.

Задачи

23. На стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1{,}5$ падает луч света. Определить угол падения луча i, если угол φ между отраженным и преломленным лучами равен $\frac{\pi}{2}$.

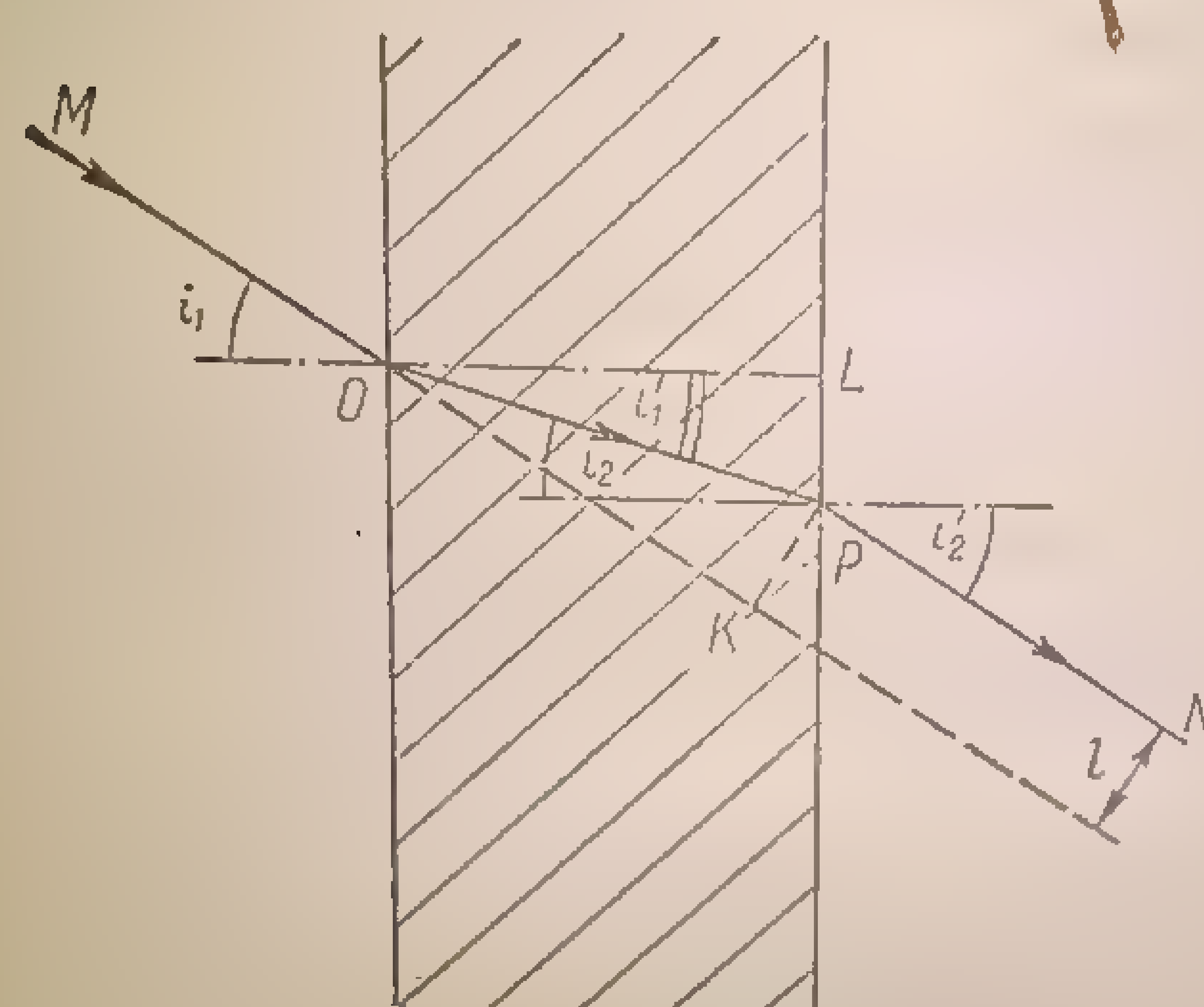


Рис. 44.

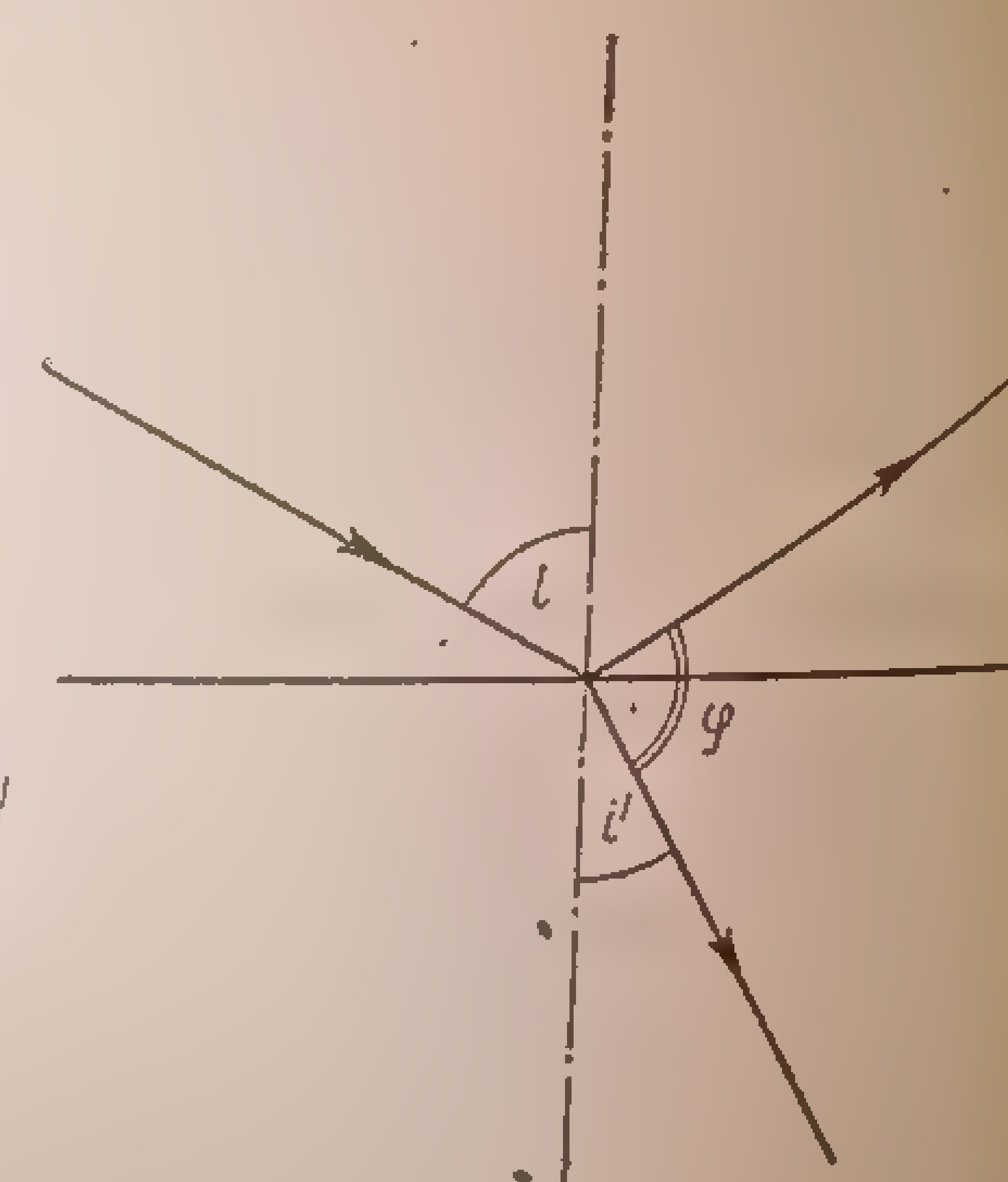


Рис. 45.

Решение. Из рис. 45 видно, что $i + i' = \frac{\pi}{2}$, откуда $i' = \frac{\pi}{2} - i$. По формуле (7.22) $\sin i' = \frac{\sin i}{n}$ или $\sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = \frac{\sin i}{n}$, откуда $\operatorname{tg} i = n$. Подставив численные значения, получим $i = \operatorname{arctg} 1{,}5 = 0{,}98$ рад.

24. Палка переломлена посредине и погружена в пруд так, что наблюдателю, находящемуся на берегу, она кажется прямой, составляющей угол α с горизонтом. Какой угол излома γ имеет палка? Показатель преломления воды $n = \frac{4}{3}$.

Решение. Наблюдатель будет видеть палку прямой, если направление подводной части палки совпадает с направлением распространения преломленного луча. Следовательно, угол излома $\gamma = i - i'$. Из формулы (7.22) определяем $\frac{\sin i}{\sin i'} = n$, откуда $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = n \sin \times \times \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \gamma\right)$. Следовательно, $\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha - \arcsin\left[\frac{\cos\alpha}{n}\right] = \frac{\pi}{2} - \alpha - \arcsin\left[\frac{3\cos\alpha}{4}\right]$.

25. Луч света падает на границу раздела двух сред под углом $i = \frac{\pi}{6}$. Показатель преломления первой среды $n_1 = 2{,}4$. Определить показатель преломления второй среды, если известно, что отраженный и преломленный лучи перпендикулярны друг другу.

Ответ. $n_2 \cong 1{,}39$.

26. Определить отклонение луча при прохождении его через трехгранную призму с углом преломления α, если угол падения света на переднюю грань призмы равен φ, а показатели преломления среды вне призмы и самой призмы равны соответственно n_1 и n_2. Показать, что при малых α и φ угол ε зависит только от n_{11} и пропорционален α.

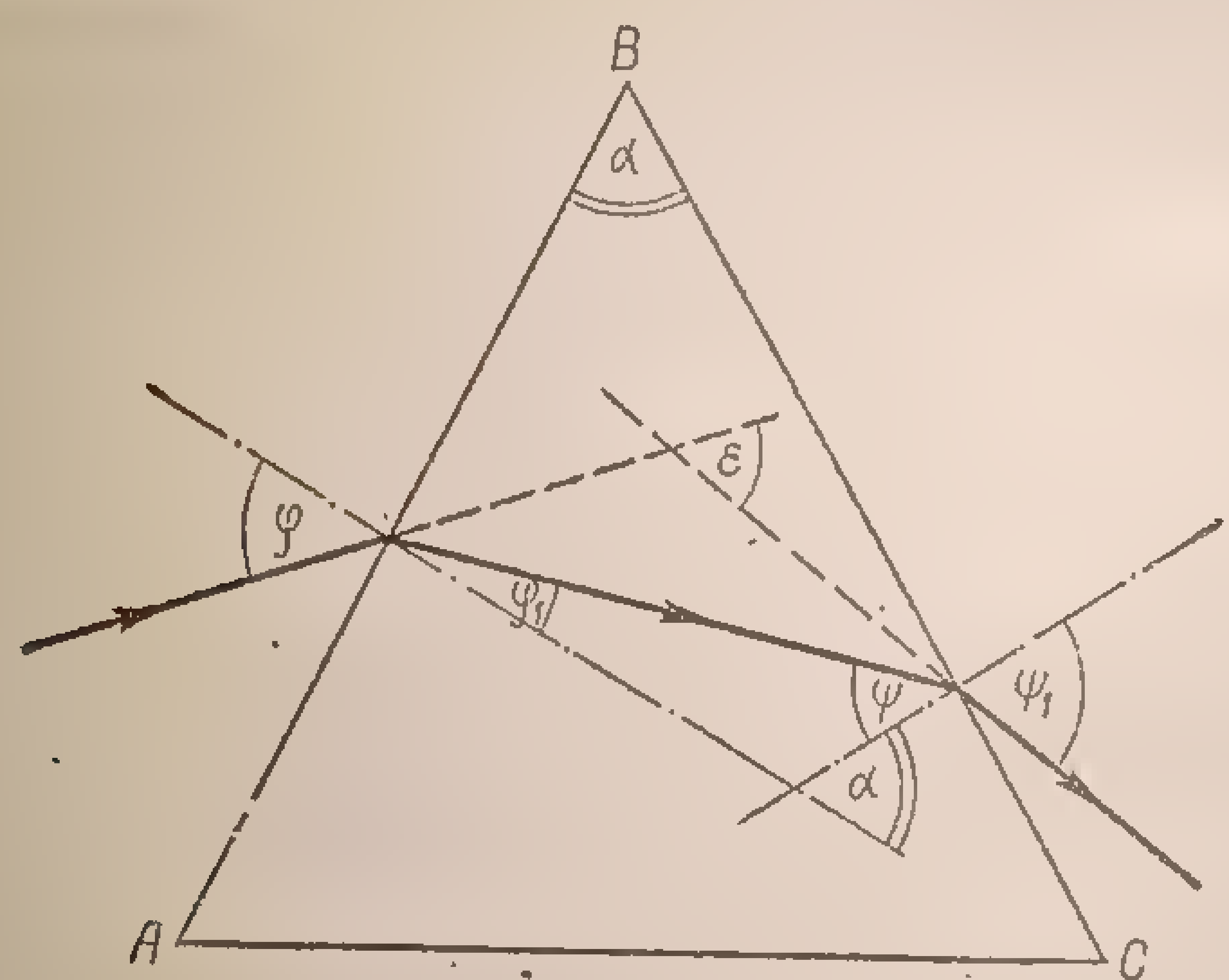


Рис. 46.

Решение. Из рис. 46 видно, что угол ε, на который отклоняется луч при прохождении призмы, равен $\varepsilon = \varphi - \varphi_1 + \psi_1\psi$. Закон преломления на двух гранях AB и BC призмы позволяет записать два уравнения: $n_1 \sin\varphi = n_1' \sin\varphi_1$ и $n_2 \sin\psi = n_2' \sin\psi_1$. Учитывая, что $n_1 = n_2$ и $n_1' = n_2'$, а $\varphi_1 + \psi = \alpha$, получим $\varepsilon = \varphi - \alpha + \psi_1$ и $\sin\psi_1 = \frac{n_2}{n_2'} \times$ $\times \sin\psi = \frac{n_2}{n_2'} \sin(\alpha - \varphi_1) = \frac{n_2}{n_2'} [\sin\alpha \cdot \cos\varphi_1 - \cos\alpha \sin\varphi_1] = \frac{n_2}{n_2'} \times$ $\times \left[\sin\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_1'}\right)^2 \sin^2\varphi} - \frac{n_1}{n_1'} \cos\alpha \sin\varphi\right]$. Следовательно, $\varepsilon =$ $= \varphi - \alpha - \arcsin\left\{\cos\alpha \sin\varphi - \frac{n_1'}{n_1} \sin\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_1'}\right)^2 \sin^2\varphi}\right]$, т.е. получим формулу (7.27). Для малых φ и α заменяя $\sin\alpha$ на аргумент и отбрасывая члены, пропорциональные α^2, получим $\varepsilon = \alpha\left(\frac{n_1'}{n_1} - 1\right)$, т. е. формулу (7.29).

27. Параллельный пучок света проходит через плоскопараллельную стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1{,}5$, толщина

которой $d = 1$ см. Определить величину смещения l пучка, т. е. расстояние между осями пучка до и после преломления, если угол падения $i_1 = \frac{\pi}{6}$.

Решение. Из рис. 44 видно, что величина $l = OP \sin(i_1 - i_1')$. Из $\triangle OLP$ получаем $OP = \frac{OL}{\cos i_1'}$, где $OL = d$, откуда $l = d \times \frac{\sin(i_1 - i_1')}{\cos i_1'} = d[\sin i_1 - \cos i_1 \operatorname{tg} i_1']$, так как $\operatorname{tg} i_1' = \frac{\sin i_1'}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1'}}$ и $\sin i_1' = \frac{1}{n} \sin i$, получаем $l = d \cdot \sin\left[1 - \frac{\cos i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_2}}\right]$. Подставив численные значения, получим $l \approx 0{,}2$ см.

28. Между двумя стеклянными пластинками с показателями преломления n_1 и n_2 находится тонкий слой жидкости. Луч света, распространяющийся в первой пластинке под углом i, пройдя через слой жидкости, входит во вторую пластинку под углом γ (рис. 47). Показать, что угол падения и угол преломления подчиняются обычному закону преломления $n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$ независимо от наличия слоя жидкости между первой и второй пластинами.

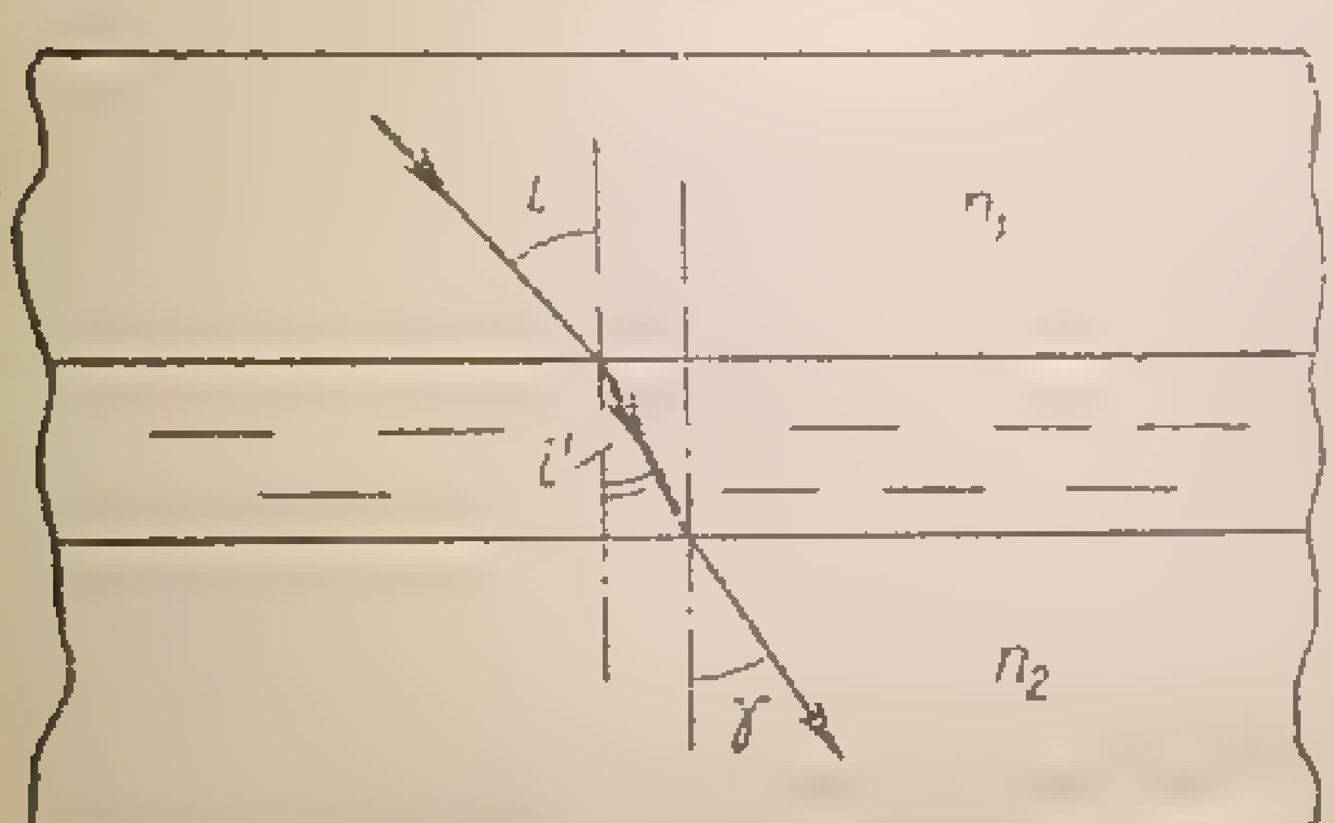


Рис. 47.

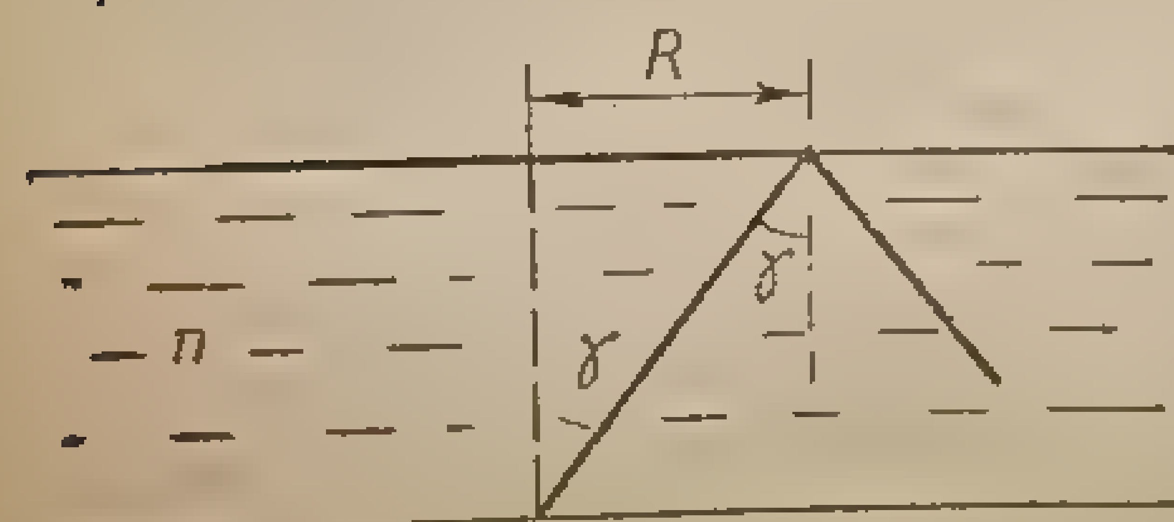


Рис. 48.

Решение. Обозначим угол преломления светового луча на границе первой пластины с жидкостью через i', а коэффициент преломления жидкости через n, тогда $n_1 \sin i = n \sin i'$, а для границы жидкости со второй пластиной $n \sin i' = n_2 \sin \gamma$, откуда $n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$, что и требовалось доказать. Следовательно, прозрачный плоскопараллельный слой вещества с любым коэффициентом преломления, расположенный на границе между двумя средами, не меняет условий преломления. Приведенные рассуждения неверны, когда на какой-либо из границ раздела происходит полное внутреннее отражение.

29. На дне сосуда, наполненного водой до высоты h, находится точечный источник света. На поверхности воды плавает круглый диск так, что центр его находится над источником света. При каком минимальном радиусе диска ни один луч не выйдет на поверхность? Коэффициент преломления воды n.

Решение. Ни один луч не выйдет через поверхность воды, если луч, идущий к краю диска от точечного источника, будет испытывать полное внутреннее отражение. Из рис. 48 условие полного внутреннего отражения можно записать в следующем виде: $\sin \gamma = \frac{R}{\sqrt{h^2 + R^2}} \geqslant \frac{1}{n}$, откуда $n^2R^2 \geqslant h^2R^2$ и $R \geqslant \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}}$.

30. Луч света падает на поверхность раздела двух прозрачных сред под углом $i_1 = 35°$ и преломляется под углом $i'_1 = 25°$. Чему будет равен угол i'_2 преломления, если луч будет падать под углом $i = 50°$?

Ответ. $i'_2 = 34°$.

31. В дно водоема вертикально вбит шест высотой 1,25 *м*. Определить длину l тени от шеста на дне водоема, если солнечные лучи падают на поверхность воды под углом 38°, а шест полностью погружен в воду.

Ответ. $i'_2 = 65$ см.

32. Две плоскопараллельные пластинки толщиной 16 и 24 мм сложены вплотную. На внешнюю поверхность первой пластинки под углом $\varphi = 48°$ падает луч света. Определить, насколько сместится этот луч после выхода из обеих пластинок, если показатель преломления первой пластинки $n_1 = 1{,}5$, второй — $n_2 = 1{,}8$.

Ответ. $l = 1{,}6$ см.

33. На призму с преломляющим углом $\alpha = 30°$, выполненную из стекла с показателем преломления $n = 1{,}6$, падает луч под углом $\varphi_1 = 15°$. Определить, насколько изменится угол смещения луча, если его угол падения увеличится до 30°.

Ответ. $\Delta\varphi = 1°$.

34. Прямоугольный стеклянный сосуд наполнен жидкостью и освещается снизу лампочкой, расположенной под сосудом вблизи его дна. Определить наименьшее значение показателя преломления жидкости n, при котором лампочку нельзя увидеть сквозь боковые стенки сосуда.

Ответ. $n \geqslant \sqrt{2} \approx 1{,}41$; $n_{min} = 1{,}41$.

§ 4. Тонкие линзы и оптические приборы

Точечный источник света и его изображение. Световые лучи, исходящие из точечного источника света, распространяются во все стороны. Попадая в оптическую систему, отражаясь и преломляясь на границах сред различной оптической плотности, лучи от точечного источника могут собраться снова в одной точке. Такая точка называется изображением этого источника.

Лучи света после пересечения снова расходятся, и дальнейшее их распространение совпадает с распространением лучей от реального точечного источника. Поэтому попадая в глаз или на какой-нибудь регистрирующий прибор, лучи от изображения неотличимы от лучей, которые распространялись бы от реального источника, помещенного в месте расположения изображения. Лучи от изображения распространяются в узком интервале углов, в то время как от реального источника они распространяются во все стороны. Определить местоположение изображения можно, если проследить ход лучей в оптической системе. В случаях, когда излучающий (или освещенный) предмет занимает некоторый объем, каждую точку его поверхности можно рассматривать как точечный источник. Изображение предмета можно построить, проследив ход лучей в оптической системе от каждой точки рассматриваемого предмета.

Основной задачей геометрической оптики является получение изображений предметов в оптической системе с учетом всех прелом-

лений и отражений на границах сред с различной оптической плотностью.

Линза (от немецкого слова линзе — чечевица) — прозрачная среда, ограниченная сферическими поверхностями. В зависимости от сочетания различных форм поверхностей, ограничивающих линзу, различают линзы: *двояко-выпуклые* (обе поверхности выпуклы); *плоско-выпуклые* (одна поверхность — выпуклая сферическая, другая — плоская); *вогнуто-выпуклые* (одна поверхность — выпуклая, другая — вогнутая, причем радиус кривизны у выпуклой меньше, чем у вогнутой поверхности); *двояко-вогнутые* (обе поверхности вогнуты); *плоско-вогнутые* (одна поверхность — вогнута, другая — плоская); *выпукло-вогнутые* (одна поверхность — вогнута, другая — выпуклая, причем радиус кривизны выпуклой поверхности больше, чем у вогнутой).

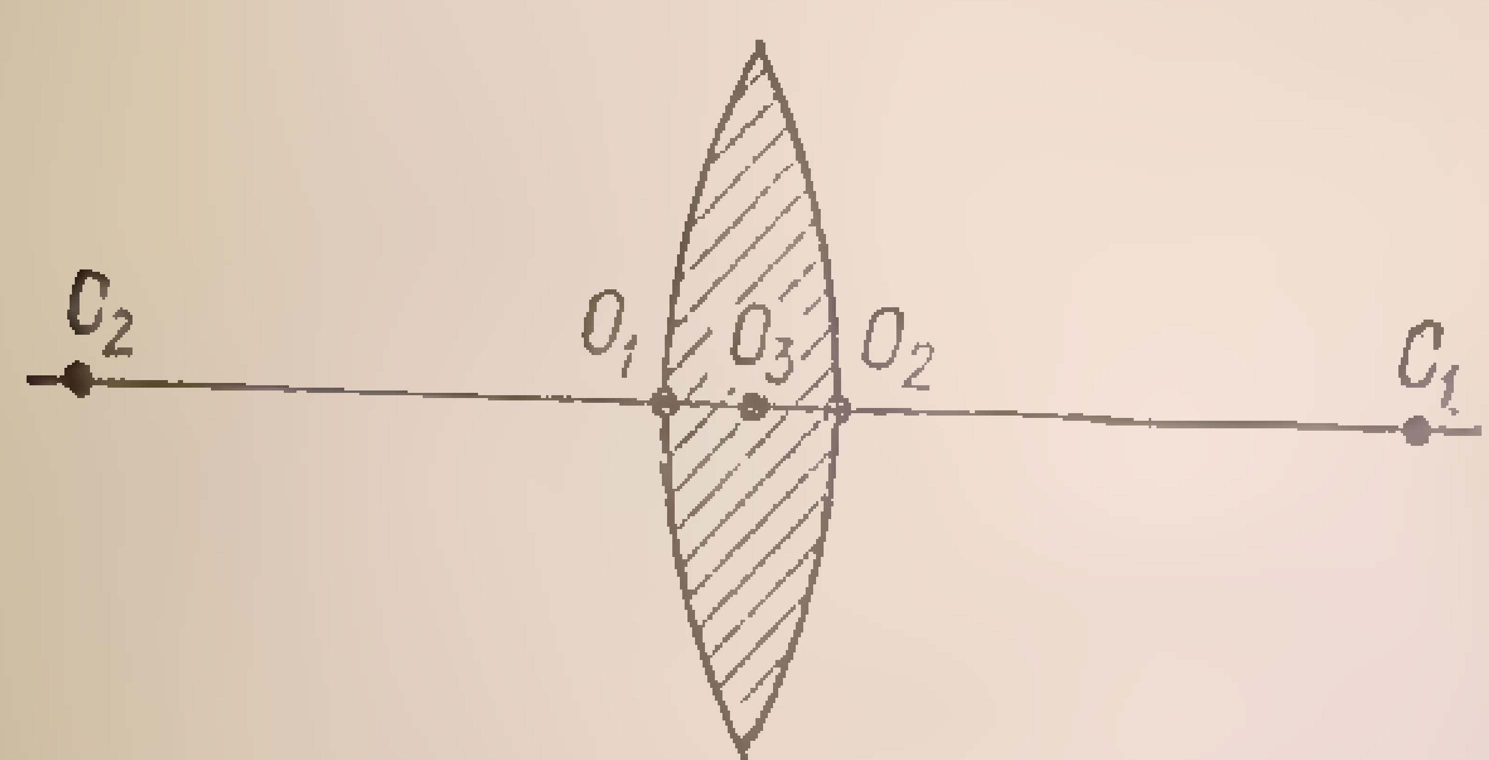


Рис. 49.

Все выпуклые линзы называют *собирающими*, а вогнутые — *рассеивающими*. Собирающие линзы можно представить как большое количество призм, основания которых обращены к середине линзы, а рассеивающие как призмы, основания которых обращены к краям. Середина любой линзы представляет собой плоско-параллельную пластинку. Поскольку при прохождении в призме лучи отклоняются в ту сторону, где линза утолщена, то собирающие линзы, утолщенные в середине, отклоняют падающие лучи к середине, а рассеивающие, утолщенные с краев, отклоняют падающие лучи к краям.

Фокус линзы. *Оптическим центром* линзы называется точка, расположенная на середине расстояния между преломляющими поверхностями в центре линзы. У *тонких линз* радиусы кривизны ограничивающих линзу поверхностей значительно больше расстояния между этими поверхностями в центре линзы. Можно считать, что точки O_1, O_2 и O_3 (рис. 49) практически совпадают.

Любая прямая, проходящая через оптический центр линзы, называется *оптической осью линзы*. Оптическая ось, проходящая через центры обеих ограничивающих линзу поверхностей, называется главной оптической осью линзы. Плоскость, проходящая через ее оптический центр перпендикулярно к главной оптической оси, называется *главной плоскостью линзы*.

Лучи света, параллельные главной оптической оси собирающей линзы, изменяют направление своего распространения на преломляющих поверхностях линзы и собираются на главной оптической оси. Точку, в которой пересекаются параллельные лучи после прохождения через линзы, называют *фокусом*. Расстояние от фокуса до линзы называется *фокусным расстоянием*. Плоскость, проходящая через фокус перпендикулярно к главной оптической оси, называется *фокальной плоскостью*.

Каждая линза имеет два фокуса, расположенных по обе стороны от преломляющих поверхностей линзы. В тонкой линзе фокусное расстояние одинаково с обеих сторон. Величина, обратная

фокусному расстоянию (как и в сферических зеркалах), называется *оптической силой линзы Ф*.

Лучи света, падающие на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси, отклоняются в сторону от этой оси. Однако если продолжить рассеянные лучи в обратном направлении, то они пересекут главную оптическую ось в точке, расположенной перед линзой. Поскольку пересекаются не сами лучи, а их продолжения, то точка их пересечения называется *мнимым фокусом*. Любая рассеивающая линза имеет два мнимых фокуса, расположенных по обе стороны от преломляющих поверхностей линзы. Фокусное расстояние f для мнимого фокуса имеет знак минус. В соответствии с формулой (7.19) оптическая сила Φ рассеивающей линзы есть величина отрицательная.

Оптическая сила линз, так же как и в сферических зеркалах, измеряется в *диоптриях*. Как и в сферических зеркалах (7.17), в линзах фокусное расстояние зависит от величины отклонения параллельного луча от главной оптической оси линзы. Поэтому преломленные линзой лучи собираются не в одной точке, а в некотором интервале вблизи фокуса. Это явление называется сферической аберрацией. Ослабить сферическую аберрацию можно, применив собирающую и рассеивающую линзы, у которых вклады в сферическую аберрацию равноудаленных от главной оптической оси зон линзы имеют разный знак.

Для линз с малым диаметром D, у которых величина радиуса кривизны поверхности R значительно больше максимально возможного отклонения луча от главной оптической оси $h=\frac{D}{2}$, сферическая аберрация мала, и можно считать фокус такой линзы точечным.

Построение изображения в тонкой линзе. Если известно положение светящейся точки относительно линзы и ее фокусное расстояние, то легко определить положение изображения этой точки. Световой поток, освещающий поверхность линзы, заключен в телесном угле, вершина которого совпадает с рассматриваемой точкой, а образующие проходят через линию, ограничивающую край преломляющей поверхности линзы. Изображение точки образуется всеми лучами, распространяющимися внутри этого телесного угла. Если считать, что сферическая аберрация отсутствует и что все лучи, прошедшие через тонкую линзу, собираются в одной точке, то для построения изображения данной точки достаточно рассмотреть ход двух любых лучей света. Из всех возможных лучей удобнее выбрать таких два, ход которых легко проследить. В тонкой линзе три луча могут быть построены легко. Это прежде всего луч AO (рис. 50), идущий вдоль побочной оптической оси. Поскольку он проходит через центральную часть линзы, которую можно считать плоско-параллельной пластинкой, то направление этого луча не меняется, а сам луч немного смещается на расстояние l, пропорционально толщине линзы. Этим смещением, ввиду тонкости линзы, можно пренебречь и считать, что луч, идущий вдоль побочной оптической оси, распространяется прямолинейно. Второй луч, который можно легко построить, это луч AM, падающий на поверхность линзы параллельно главной оптической оси. После преломления этот луч проходит через фокус, расположенный за линзой, и дальше распространяется до пересечения с первым лучом. Третий луч BM_1 проходит через фокус, лежащий перед

линзой. После преломления он будет распространяться параллельно главной оптической оси линзы. Выбирая для построения любые два из этих трех лучей, нетрудно построить изображения в тонкой линзе.

Например, для построения изображения линейного предмета AB достаточно построить изображения двух крайних точек A и B, которые определят положение всех остальных точек. Если предмет расположен далеко от собирающей линзы на расстоянии d, большем, чем $2f$, то изображение $A'B'$ будет уменьшенное, перевернутое. Предмет, находящийся на расстоянии $d = 2f$ от линзы, создает перевернутое и равное изображение. Увеличенное перевернутое изображение в тонкой собирающей линзе получается от предмета, находящегося между двойным фокусным расстоянием и фокусом этой линзы. Если предмет расположен от линзы на расстоянии, меньшем фокусного, то лучи света после прохождения линзы

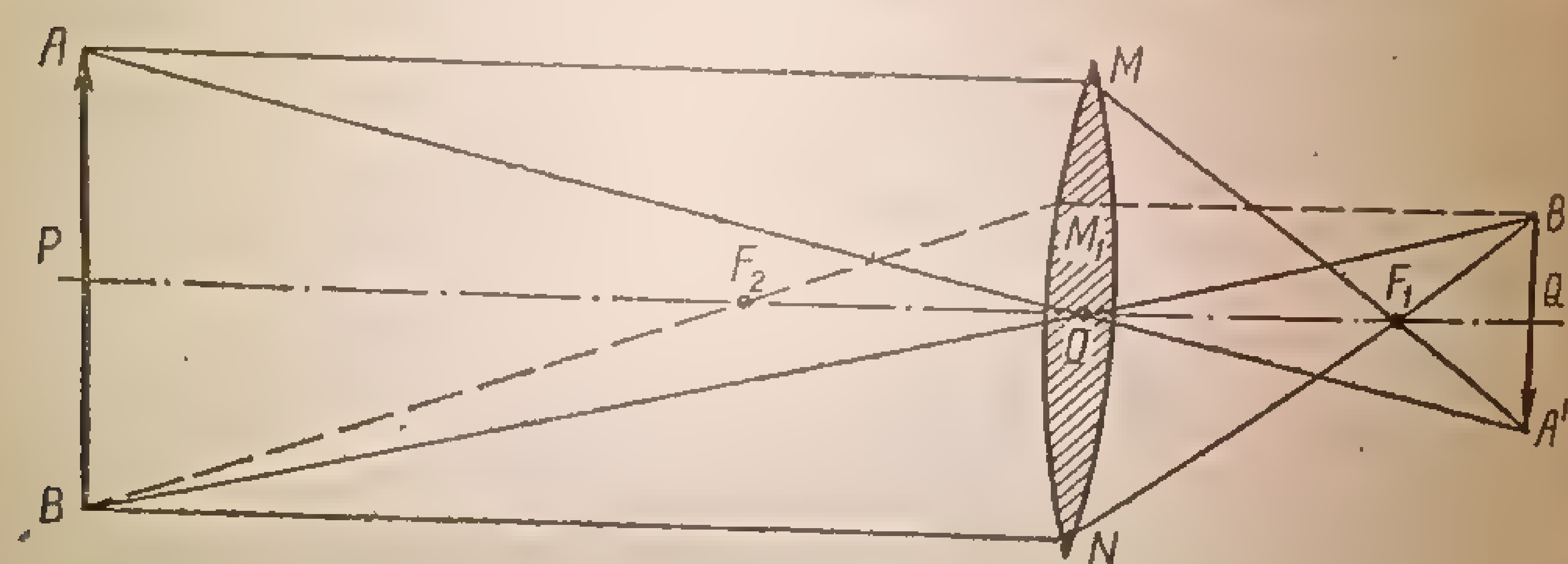


Рис. 50.

не пересекаются, а образуют расходящийся пучок. Продолжив лучи назад до их пересечения (рис. 51), получим мнимое изображение рассматриваемого предмета $A'B'$. Оно оказывается прямое, увеличенное и расположено дальше, чем сам предмет.

Собирательную линзу используют для получения увеличенного изображения. При этом предмет помещают от линзы на расстоянии, несколько меньшем, чем ее фокусное расстояние.

Формула линзы. Расстояние от линзы до предмета d_1 определяет расстояние между изображением и линзой d_2. Зная фокусное расстояние линзы f, можно найти связь между d_1 и d_2. Из подобия (см. рис. 50) $\triangle BPF_2$ и $\triangle F_2M_1O$, а также $\triangle NOF_1$ и $\triangle F_1QB'$ имеем $\frac{BP}{PF_2} = \frac{OM_1}{OF_2}$ и $\frac{ON}{OF_1} = \frac{B'Q}{QF_1}$. Учитывая, что $BP = ON$ и $OM_1 = B'Q$, получим $\frac{OF_1}{PF_2} = \frac{QF_1}{F_2O}$. Используя обозначения $OF_1 = f$; $PF_2 = d_1 - f$; $QF_1 = d_2 - f$; $F_2O = f$, находим $\frac{f}{d_1 - f} = \frac{d_2 - f}{f}$; откуда $d_1 d_2 = f(d_1 + d_2)$ или, разделив обе части на $d_1 d_2 f$, окончательно получим

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}. \qquad (7.30)$$

Уравнение (7.30) называется *основной формулой тонкой линзы*.

Отношение линейных размеров изображения к соответствующим линейным размерам предмета называется *линейным или поперечным увеличением* β.

Из подобия $\triangle BPO$ и $\triangle B'QO$ следует, что

$$\beta = \frac{d_2}{d_1}. \quad (7.31)$$

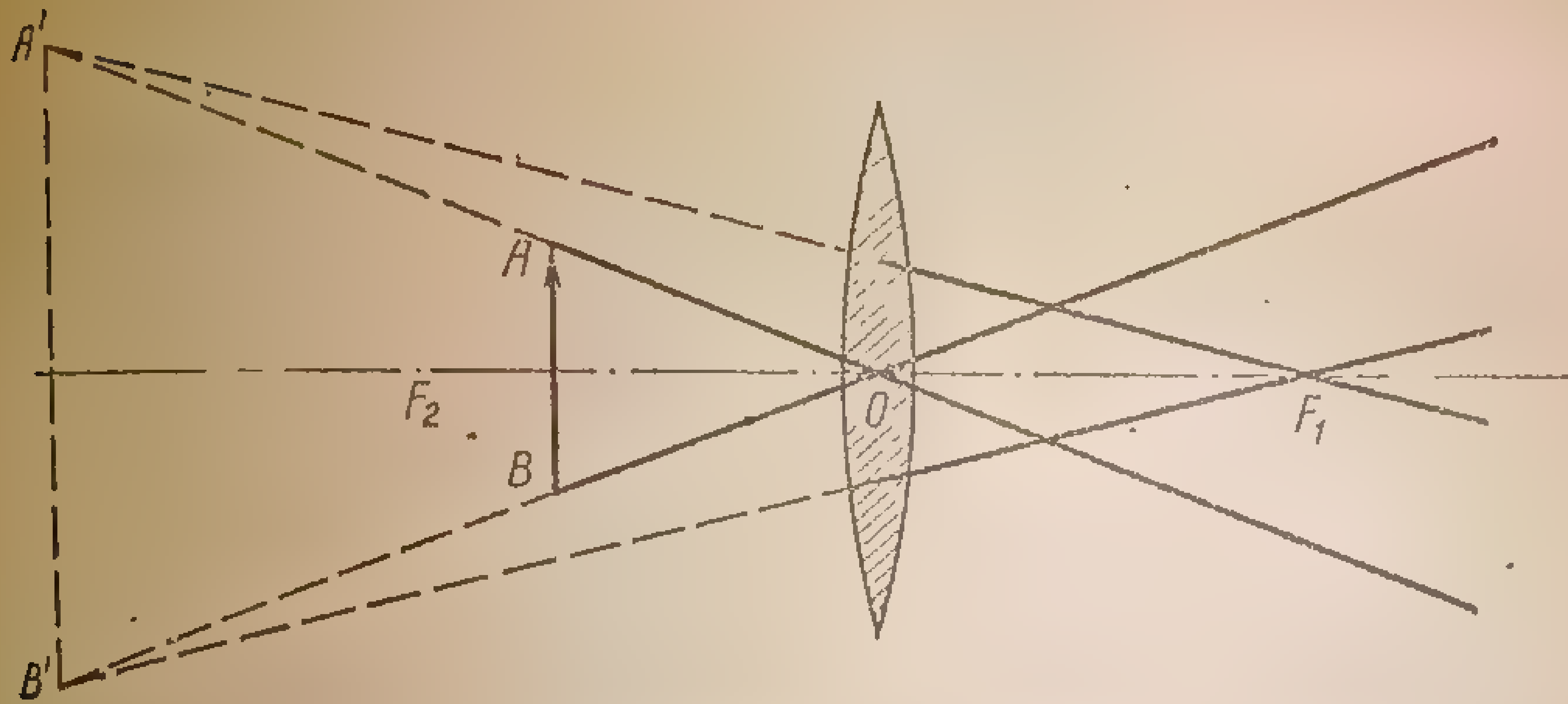


Рис. 51.

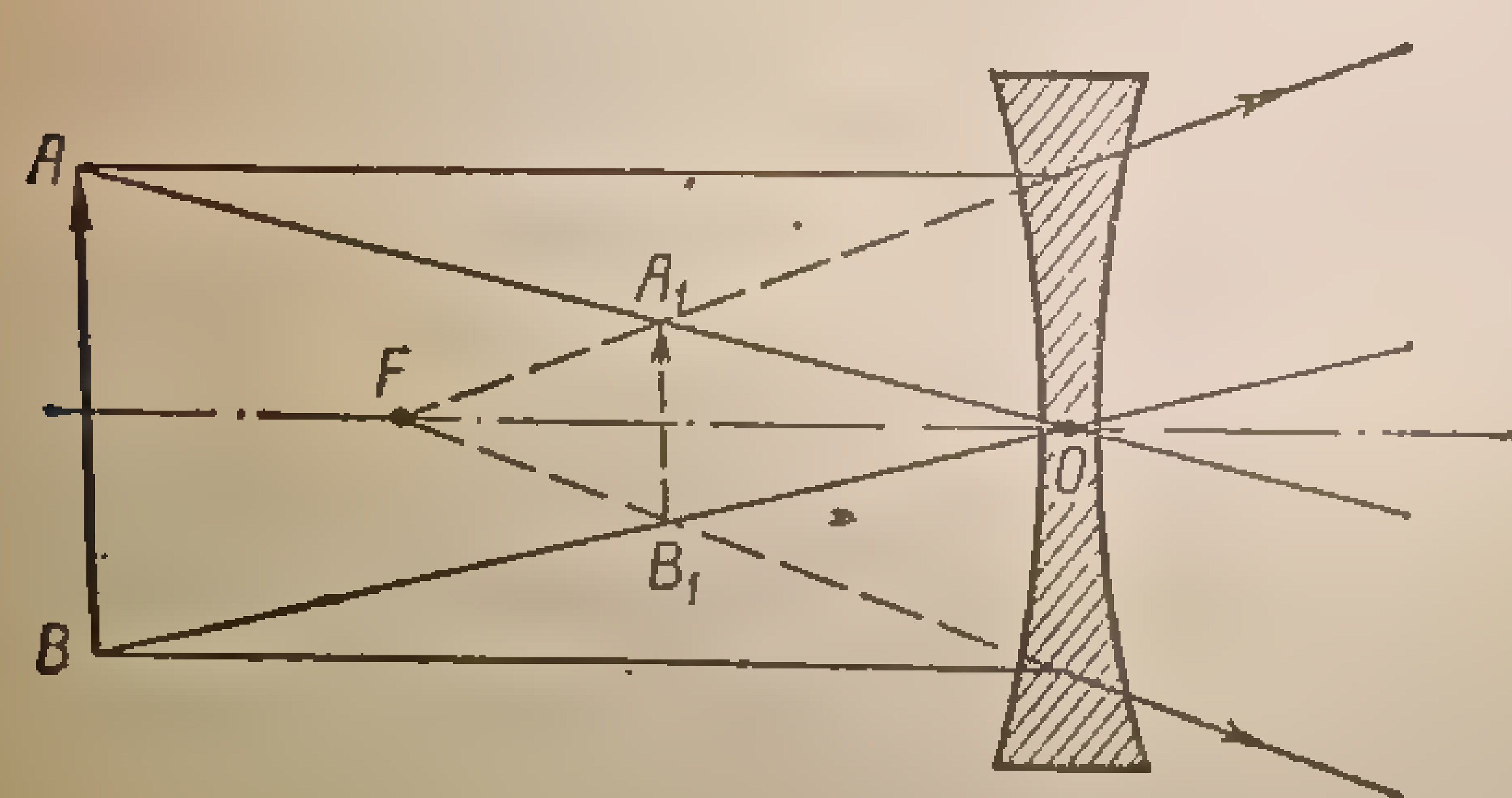


Рис. 52.

Иногда используется величина γ, обратная линейному увеличению, которая равна угловому увеличению линзы,

$$\gamma = \frac{1}{\beta}. \quad (7.32)$$

Угловое увеличение равно отношению тангенсов углов φ' и φ. Угол φ' образуется лучом, выходящим из линзы, с осью линзы. Угол φ образуется лучом, падающим на линзу, с осью линзы. Из формулы (7.32) следует, что чем больше линейное увеличение, тем меньше ширина пучка лучей, образующих изображение, и следовательно, тем меньше яркость изображения.

Построение изображения в рассеивающей линзе. Лучи после преломления в рассеивающей линзе не пересекаются (рис. 52). В фокусе собираются продолжения этих лучей, поэтому получаемое

изображение мнимое, прямое. Расположено изображение всегда между фокусом и оптическим центром линзы, и поэтому оно всегда уменьшенное. Формула (7.30) справедлива также и для рассеивающей линзы, нужно только учесть, что фокус этой линзы всегда мнимый, поэтому фокусное расстояние имеет знак минус.

Оптические приборы. Получение увеличенных изображений в несколько раз имеет большее значение в технике. При этом не ограничиваются одной линзой, а создают оптические системы, состоящие из многих линз, чем достигается большое увеличение и более четкое изображение.

Простейшими оптическими приборами являются проекционные аппараты, эпископы, фотоаппараты, микроскопы и телескопы.

Проекционные аппараты дают на экране действительное увеличенное изображение. Схема такого аппарата, предназначенного

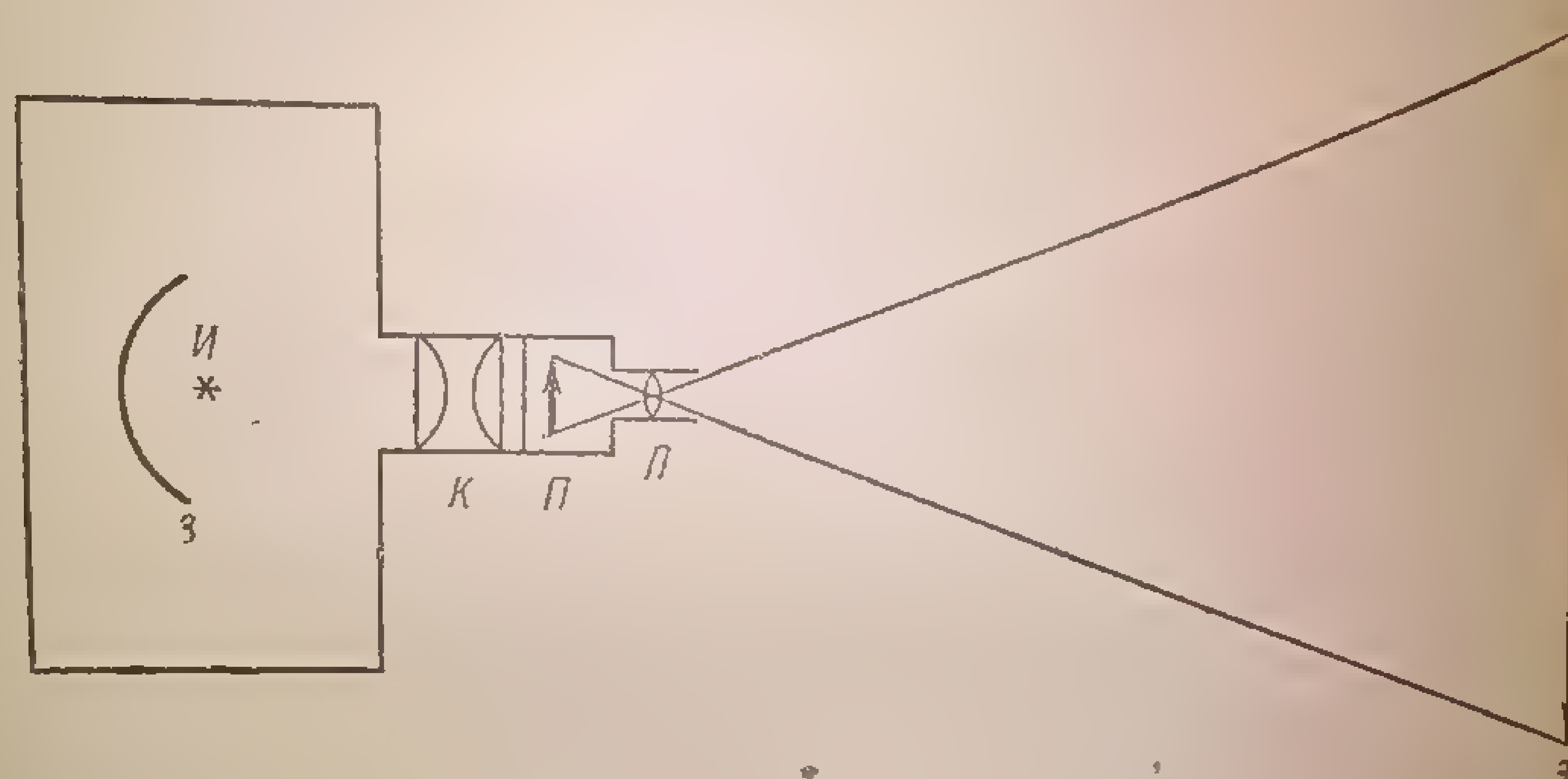


Рис. 53.

для демонстрации прозрачных объектов, показана на рис. 53. Источник света *И* помещен в фокусе сферического зеркала *З*, которое формирует параллельные лучи. С помощью конденсора *К* этот пучок лучей преобразуется в слабо сходящийся пучок, благодаря чему улучшается интенсивность и равномерность освещенности прозрачного объекта *П*, светящиеся точки которого формируют с помощью линзы *Л* (объектива) изображение на экране *Э*. Для улучшения резкости изображения вместо одной линзы часто применяют скорректированную оптическую систему. Изображение на экране фокусируется путем изменения расстояния от объектива до предмета. Аналогичную оптическую схему применяют в кинопроекторах.

Увеличенное изображение непрозрачных предметов на экране получают с помощью эпископа. Сильный источник света в эпископе обеспечивает боковое освещение предмета, затем лучи отражаются от специального зеркала и с помощью объектива увеличенное изображение проектируется на экран.

Широко распространенный фотоаппарат имеет очень простую оптическую схему. На фотопленку или фотопластинку, расположенную в задней части светонепроницаемой камеры, с помощью объек-

тива проектируется уменьшенное перевернутое изображение окружающих предметов. Чтобы фотографировать предметы, расположенные на разных расстояниях от камеры, предусмотрено передвижение объектива относительно задней стенки камеры. Качество фотоснимков сильно зависит от фотообъектива. Обычно объектив представляет собой сложную конструкцию из многих линз.

Основные параметры фотообъектива — фокусное расстояние и светосила. Светосила линзы (или объектива) *характеризует освещенность изображения, которая обеспечивается данной линзой.* Светосила пропорциональна квадрату диаметра D линзы и обратно пропорциональна квадрату ее фокусного расстояния:

$$\delta = \frac{D^2}{f^2}. \qquad (7,33)$$

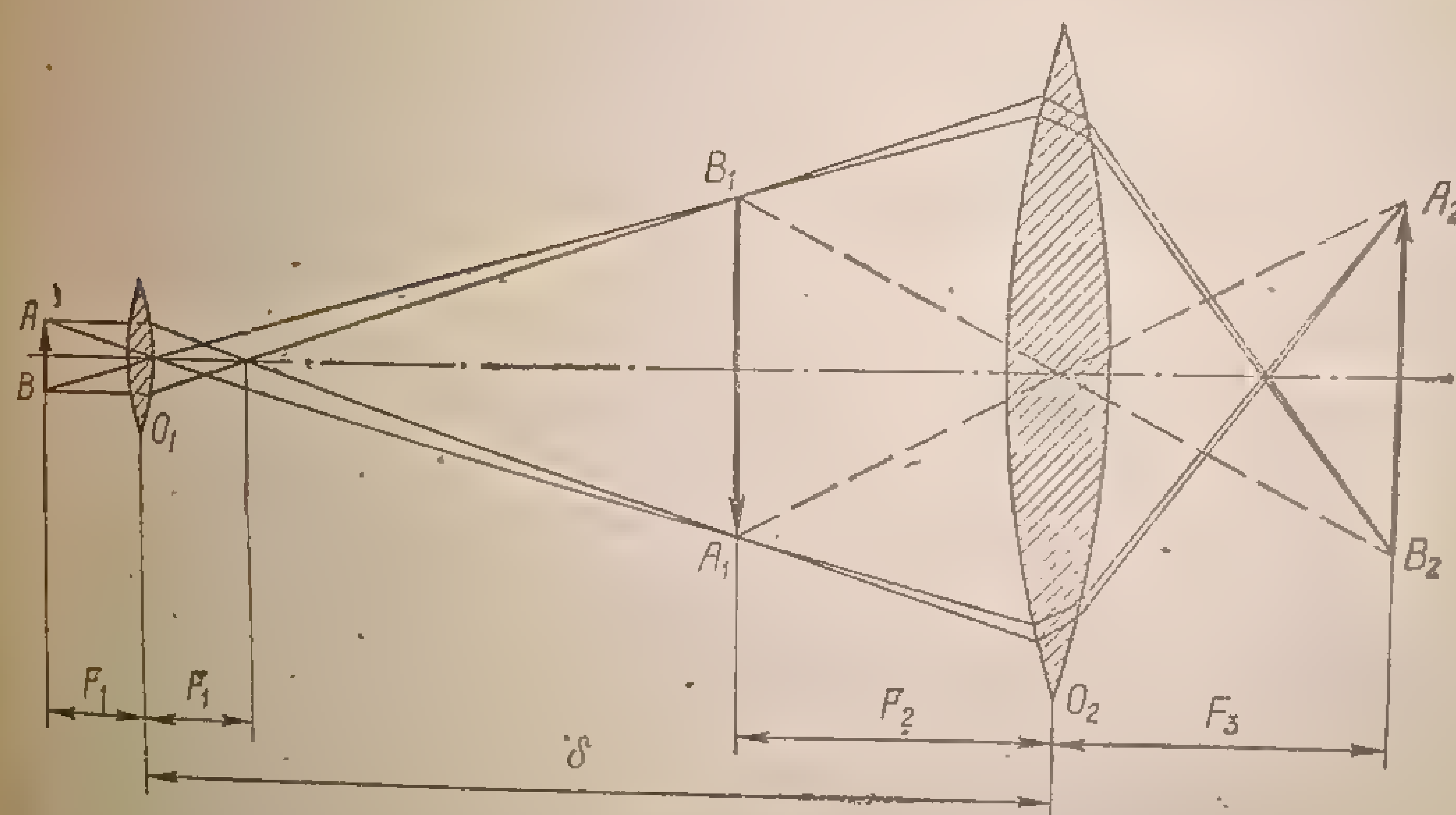


Рис. 54.

На фотоаппаратах вместо светосилы обычно указывается *величина относительного отверстия линзы* $\frac{1}{a}$, которая есть частное от деления диаметра линзы на ее фокусное расстояние:

$$1 : a = \frac{D}{f}. \qquad (7.34)$$

Обычно на объективе относительное отверстие дается в виде дроби $1/a$, где $a = \frac{f}{D}$.

Микроскоп. С помощью специальной оптической системы — микроскопа можно рассматривать мелкие предметы, невидимые невооруженным глазом. Ход лучей в микроскопе показан на рис. 54. Объектив O_1 и окуляр O_2, оптические оси которых совпадают, представляют собой сложные системы линз, обеспечивающие высокое качество изображения. Рассматриваемый предмет AB помещают перед объективом O_1 на расстоянии, несколько большем его фокусного

расстояния. Пройдя через объектив, лучи формируют увеличенное, перевернутое, действительное изображение A_1B_1. Окуляр O_2 дает увеличенное, прямое, мнимое изображение A_2B_2. Полное увеличение микроскопа

$$K_м = \frac{\delta D}{F_1 F_2},$$

где δ — расстояние между объективом и окуляром, $D = 25$ см — расстояние наилучшего зрения глаза, F_1 и F_2 — фокусные расстояния объектива и окуляра. Микроскоп может увеличить в 2500 раз. Предметы, размер которых меньше 0,3 мкм, в микроскопе неразличимы из-за явления дифракции света.

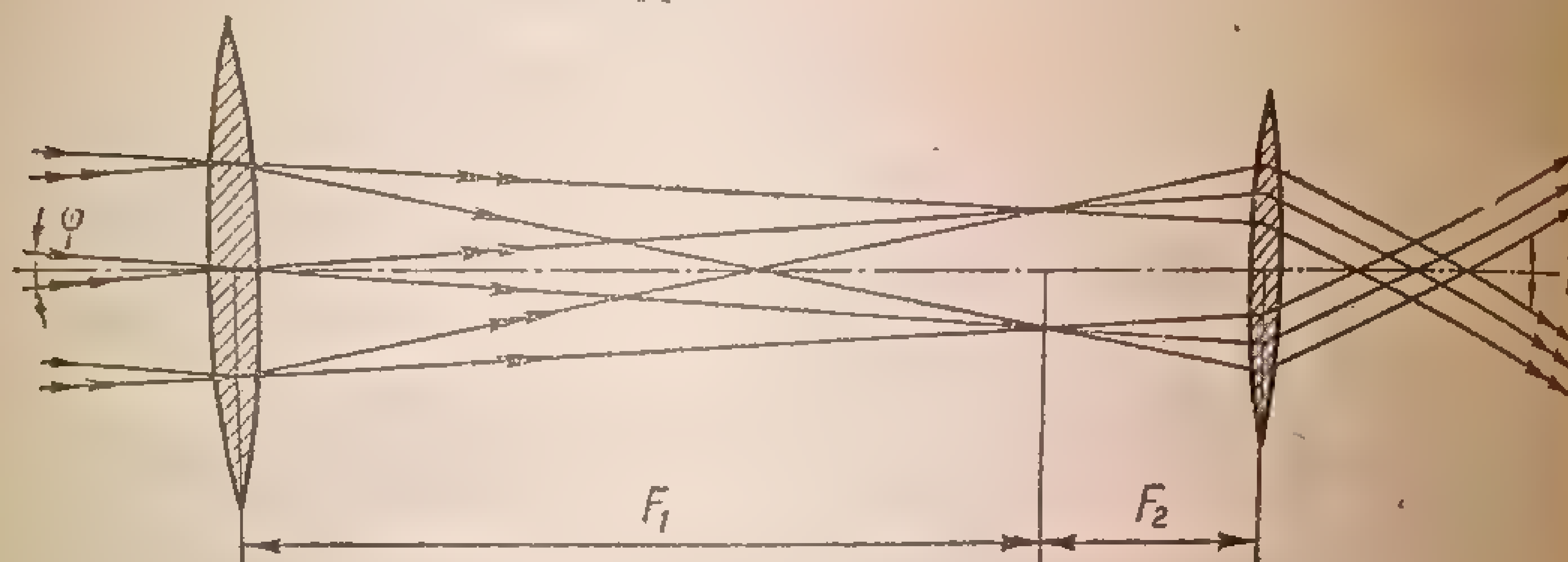


Рис. 55.

Телескоп. Для наблюдения удаленных предметов, например небесных светил, применяют специальную оптическую систему — телескоп. Ход лучей в телескопе показан на рис. 55. Увеличение телескопа

$$K_т = \frac{F_1}{F_2},$$

где F_1 и F_2 — фокусные расстояния объектива и окуляра.

Задачи

35. Линза дает действительное изображение предмета с увеличением $\beta = 3$. Определить фокусное расстояние линзы, если изображение расположено на расстоянии $d_2 = 28$ см от главной плоскости линзы.

Решение. Из формулы (7.30) $f = \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}$, согласно (7.31), $\beta = \frac{d_2}{d_1}$, следовательно, $d_1 = \frac{d_2}{\beta}$ и $f = \frac{d_2^2}{d_2\beta\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}$, или $f = \frac{d_2}{1+\beta}$. Подставив численные значения, получим $\beta = 7$ см.

36. На рассеивающую линзу с главным фокусным расстоянием f_1 падает пучок параллельных лучей. Определить расстояние от центра этой линзы, на котором необходимо поместить собирающую линзу с фокусным расстоянием $f_2 = 2f_1$, чтобы лучи из нее вышли параллельным пучком.

Решение. Из формулы (7.30) $\frac{1}{f_1}=\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}$. По условию источник дает параллельные лучи, значит, $d_2=\infty$ и, следовательно, $f_1=d_1$. Это изображение в фокусе рассеивающей линзы является предметом для собирающей линзы, поэтому уравнение для собирающей линзы имеет вид $\frac{1}{f_2}=\frac{1}{x+f_1}+\frac{1}{d_2'}$. Лучи параллельны при $d_2'=\infty$ и, следовательно, $f_2=x+f_1$ или $x=f_2-f_1=f_1$.

37. С помощью собирающей линзы получено уменьшенное действительное изображение предмета на экране. Размер предмета $x=8$ см, размер изображения $y_1=4$ см. Оставляя экран и предмет неподвижным, линзу перемещают в сторону предмета до тех пор, пока не получат второе четкое изображение предмета. Определить его величину y_2.

Решение. Запишем формулу линзы для двух положений:

$$\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{f} \text{ и } \frac{1}{D_1}+\frac{1}{D_2}=\frac{1}{f}.$$

Так как по условию $d_1+d_2=D_1+D_2$, то $\frac{d_1+d_2}{d_1d_2}=\frac{D_1+D_2}{D_1D_2}$, или $d_1d_2=D_1D_2$, т. е. $d_1=D_2$ и $d_2=D_1$. По формуле (7.31) увеличение $\beta_1=\frac{d_2}{d_1}=\frac{x}{y_1}$, соответственно $\beta_2=\frac{D_2}{D_1}=\frac{x}{y_2}$; $y_2=x\frac{D_1}{D_2}=x\frac{d_1}{d_2}=\frac{x^2}{y_1}$; окончательно $y_2=x^2/y_1$ или $y_2=16$ см.

38. Отрезок длиной l расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием f. Середина отрезка расположена на расстоянии a от главной плоскости линзы. Определить продольное увеличение k отрезка, если линза дает действительное изображение всех его точек.

Решение. Обозначим длину изображения отрезка x. Тогда для каждой точки, расположенной на концах отрезка, можно записать две формулы линзы: $\frac{1}{a+\frac{l}{2}}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{f}$ и $\frac{1}{a-\frac{l}{2}}+\frac{1}{d_2-x}=\frac{1}{f}$. Из первой формулы

$d_2=\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{a+\frac{l}{2}}\right)^{-1}=\frac{f\left(a+\frac{l}{2}\right)}{a+\frac{l}{2}-f}$. Подставив значение d_2 во вторую формулу $d_2-x=\frac{f\left(a-\frac{l}{2}\right)}{a-\frac{l}{2}-f}$, найдем $x=\frac{f\left(a+\frac{l}{2}\right)}{a+\frac{l}{2}-f}-\frac{f\left(a-\frac{l}{2}\right)}{a-\frac{l}{2}-f}=$

$$=\frac{f\left(a+\frac{l}{2}\right)\left(a-\frac{l}{2}-f\right)-f\left(a-\frac{l}{2}\right)\left(a+\frac{l}{2}-f\right)}{(a-f)^2-(l/2)^2}=\frac{f^2l}{(a-f)^2-(l/2)^2}.$$

Продольное увеличение предмета $K=\frac{x}{l}=\frac{f^2}{(a-f)^2-(l/2)^2}$

39. Источник света расположен на двойном фокусном расстоянии от собирающей линзы, на ее оси. На каком расстоянии за линзой перпендикулярно к ее оси необходимо поместить плоское зеркало, чтобы лучи, отраженные зеркалом, пройдя вторично через линзу, стали параллельными?

Решение. Изображение источника света при отсутствии плоского зеркала располагается на двойном фокусном расстоянии. Для того чтобы лучи, отраженные от зеркала, пройдя вторично через линзу, стали параллельными, необходимо, чтобы они пересеклись в фокусе за линзой. Это произойдет в том случае, если зеркало поместить посредине между двойным фокусным расстоянием и фокусом. Следовательно, расстояние от зеркала до линзы будет равно $\frac{2}{3} f$.

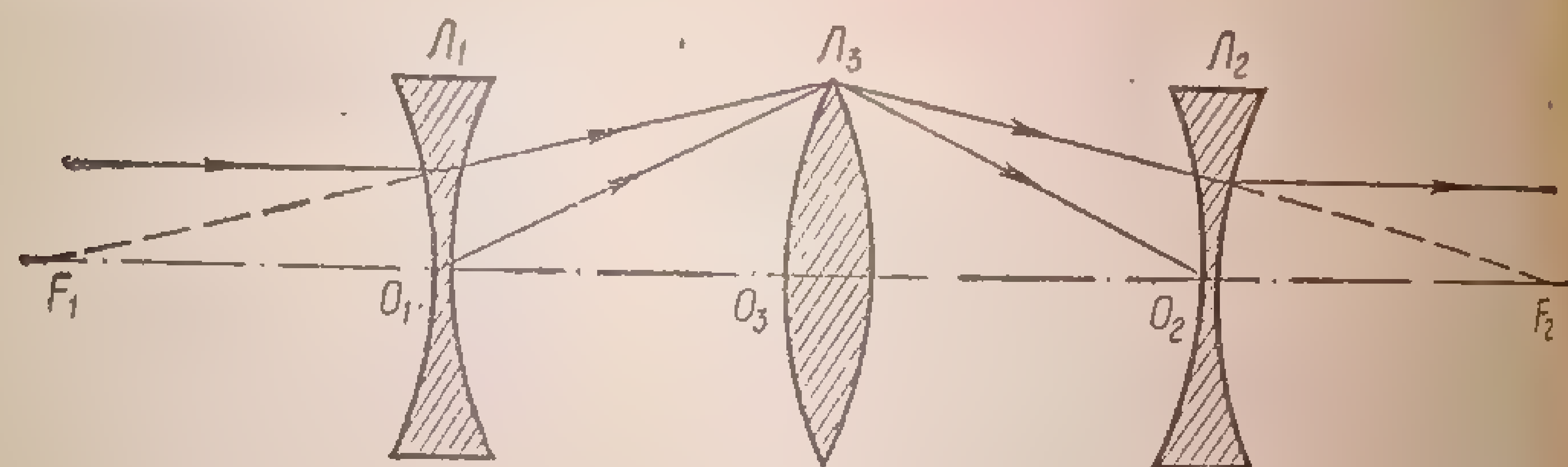


Рис. 56.

40. Две одинаковые рассеивающие линзы с фокусным расстоянием $f_1 = f_2 = -f$ расположены на расстоянии $2f$ друг от друга. Предмет находится на оптической оси системы перед одной из линз. Какую линзу следует поместить посредине между рассеивающими линзами, чтобы при любых положениях предмета его изображение, даваемое системой трех линз, было действительным?

Решение. Изображение, получаемое с помощью отрицательной линзы $Л_2$, будет действительным только в том случае, когда на линзу падает сходящийся пучок лучей так, что их продолжение пересечет главную оптическую ось на расстоянии от линзы $Л_2$ меньше ее фокусного расстояния f_2. Следовательно, при любых положениях предмета изображение, получаемое с помощью системы линз $Л_1 Л_3$ (рис. 56), должно находиться в пределах отрезка O_2F_2. Значит, линза $Л_3$ должна быть собирательной, формула которой: $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_3}$.

При перемещении предмета из бесконечности к линзе $Л_1$ мнимое изображение, даваемое этой линзой, перемещается от точки F_1 до O_1. Это накладывает следующие условия: при $d_1 = 2f_1$, $d_2 \geqslant f$ и при $d_1 = f$, $d_2 \leqslant 2f$. Подставив эти значения в формулу линзы, получим: $Л_3 f_3 \geqslant \frac{2f}{3}$ и $f_3 \leqslant \frac{2f}{3}$, откуда следует единственный непротиворечивый результат $f_3 = \frac{2}{3} f$.

41. Определить увеличение предмета линзой, если расположить ее на расстоянии наилучшей видимости.

Решение. При этом предмет помещается между фокусным расстоянием линзы f и ее оптическим центром, так что изображение оказывается мнимым. Следовательно, формула линзы (8.30) в этом случае может быть записана в виде $\frac{1}{d_1}-\frac{1}{D_1}=\frac{1}{f}$, откуда $d_1=\frac{Df}{D+f}$. Увеличение, согласно (7.31), $\beta=\frac{D}{d_1}$, откуда $\beta=1+\frac{D}{f}$.

42. Границей раздела двух сред является сфера радиуса R. На ее поверхность падает узкий пучок лучей, параллельный одному из диаметров сферы. Найти точку, в которой сходятся лучи, зная, что тонкая плоско-выпуклая линза радиуса R изготовлена из того же вещества, относительный коэффициент преломления которой равен n, имеет фокусное расстояние f. Углы между падающими и преломленными лучами считать малыми.

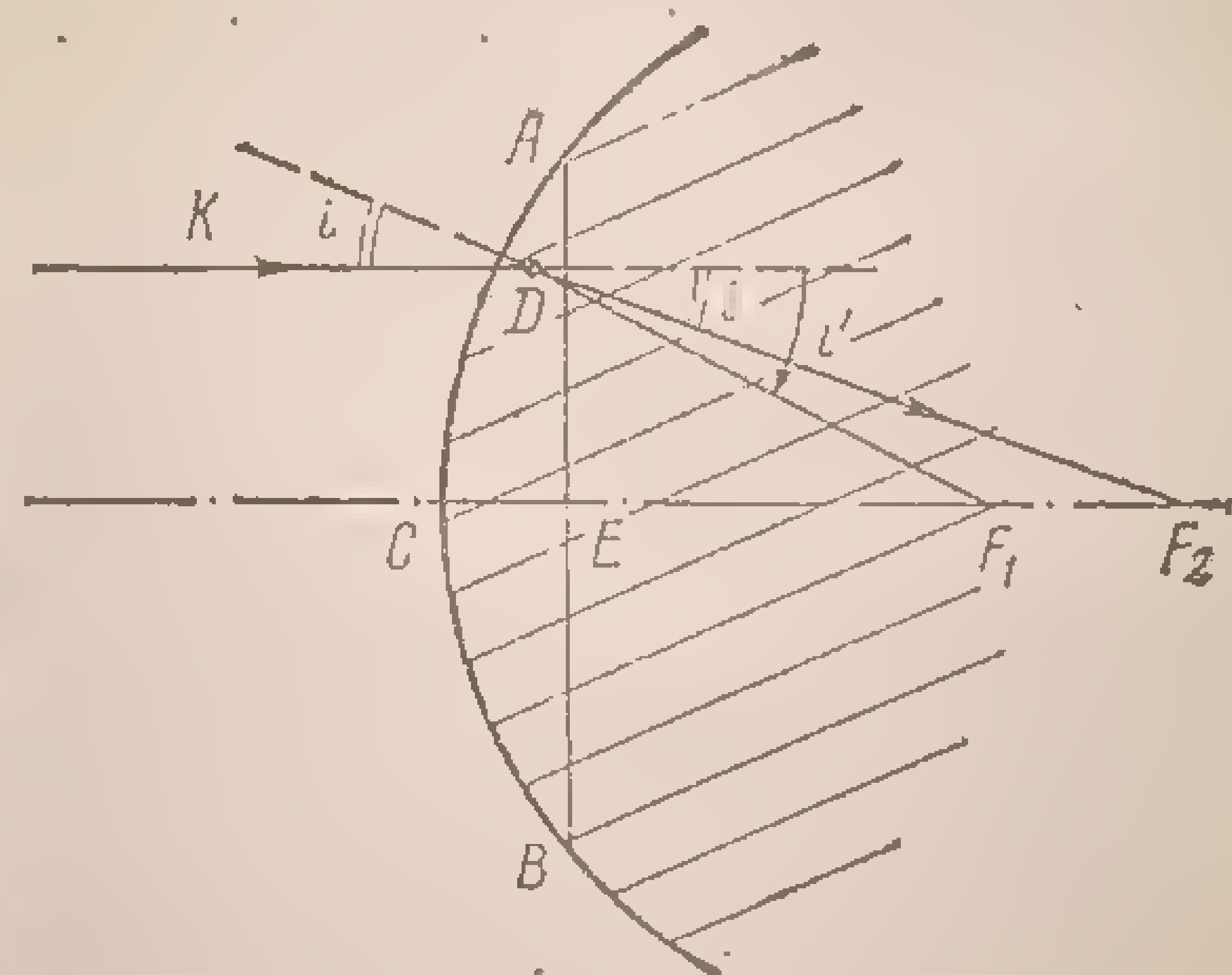


Рис. 57.

Решение. Проведем мысленно плоскость AB, чтобы в передней части сферы образовалась плоско-выпуклая линза ABC, полностью собирающая падающий пучок (рис. 57). Вторую среду теперь можно рассматривать как плоско-выпуклую линзу, приложенную вплотную к плоской поверхности толстой пластинки с показателем преломления n. Если бы справа от линзы был воздух, то лучи пересеклись бы в точке F_1, на фокусном расстоянии этой линзы f. Реальный луч, кроме того, еще преломится на границе DE. Из формулы (8.23) $n \sin i = \sin i'$ или, учитывая малость углов i и i', имеем $ni = i'$. Из $\triangle DEF_1$ и $\triangle DEF_2$ получим $EF_2 = f\frac{\operatorname{tg} i'}{\operatorname{tg} i} = f\frac{i'}{i}$, откуда $EF_2 = fn$.

43. Фотоаппарат, объектив которого имеет фокусное расстояние $f = 20$ см, наведен на предмет, находящийся на расстоянии $a_1 = 4$ м. Какая диафрагма должна быть у объектива, чтобы размытость предметов, находящихся на расстоянии $a_2 = 5$ м от фотоаппарата, не превышала $d = 0{,}2$ мм?

Решение. Любая точка предмета S, находящегося на расстоянии a_2, даст на фотопластинке пятно диаметром d (рис. 58). Из подобия $\triangle ABS$ и $\triangle A'B'S_1$ имеем $\frac{d}{b_1-b_2}=\frac{D}{b_2}$, где D — диаметр диафрагмы, b_1 — расстояние от объектива до пластинки, b_2 — расстояние от объекта до плоскости, в которой располагается резкое изображение предметов, удаленных на расстояние a_2. Из формулы линзы (8.30) для двух положений предмета определим $b_1=\frac{a_1 f}{a_1-f}$ и $b_2=\frac{a_2 f}{a_2-f}$. Следователь-

но, $\dfrac{d}{\dfrac{a_1 f}{a_1 - f} - \dfrac{a_2 f}{a_2 - f}} = D\,(a_2 - f)/a_2 f$, откуда $D = \dfrac{a_2(a_1 - f)\,d}{f\,(a_2 - a_1)}$.

Подставив численные значения, получим $D = 1{,}9$ см.

44. К вогнутому, сферическому зеркалу, радиус кривизны которого $R = 1$ м, приложена вплотную тонкая собирающая линза. На расстоянии $a = 20$ см перед этой системой перпендикулярно к ее оптической оси расположен плоский предмет, причем плоскость предмета совпадает с плоскостью изображения, образованного после прохождения света через линзу, отражения его от зеркала и вторичного прохождения через линзу. Определить фокусное расстояние f линзы.

Ответ. $f = 25$ см.

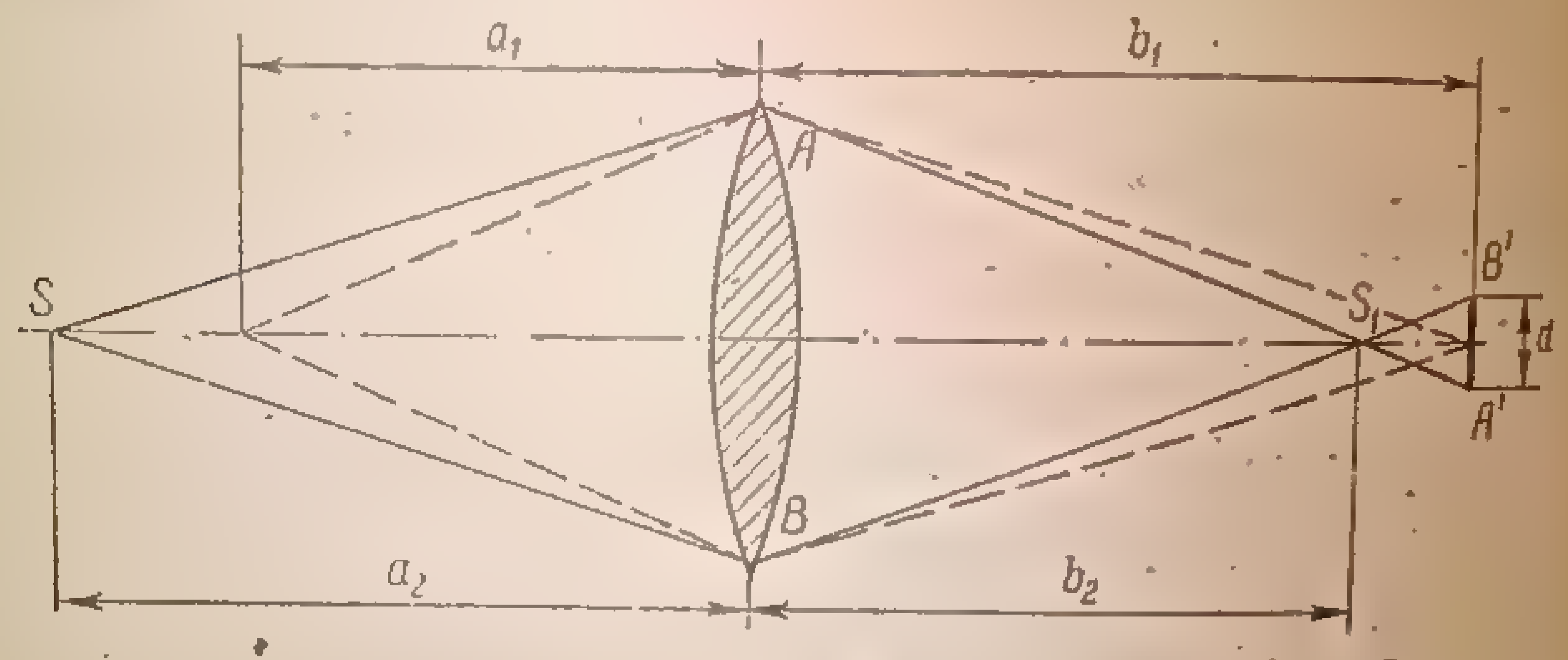


Рис. 58.

45. Проекционный аппарат, объектив которого имеет фокусное расстояние f_1, установлен на расстоянии L от экрана. Во сколько раз изменится размер h_1 изображения, если на объектив надеть насадочную собирающую линзу с фокусным расстоянием f_2?

Ответ. $\dfrac{h_2}{h_1} = \dfrac{L\left(1 - \dfrac{f_1}{f_2}\right) - f_1}{L - f_1}$.

§ 5. Физическая оптика

Свет как электромагнитные волны. Видимый свет является электромагнитным излучением, длины волн которого λ лежат в довольно узком интервале от 400 до 780 нм. Красный цвет соответствует длине волны ≈ 700 нм, оранжевый ≈ 630, желтый ≈ 590, зеленый ≈ 520, голубой ≈ 480, синий ≈ 440, фиолетовый ≈ 400 нм. Распределение длин волн по цветам довольно условно и несколько различно для разных наблюдателей. По физической природе видимый свет ничем не отличается от других электромагнитных волн. Шкала электромагнитных волн от длинноволновых радиоволн до коротковолновых гамма-лучей изображена на рис. 35. Частота колебаний меняется в широких пределах от 0,3 до 10^{22} Гц.

В зависимости от способа получения различают: *радиоволны* (10^6 км — 1 мм), получаются при колебаниях в электрических цепях; *инфракрасные лучи* ($\lambda = 0{,}5$—780 нм), излучаются нагре-

тыми телами вне видимого света; узкий *диапазон частот видимого света*; *ультрафиолетовые лучи* (λ = 400 нм — 1 нм), возникают с помощью тлеющего разряда; *рентгеновские лучи* (λ = 40 нм — 10 нм), излучаются специальными рентгеновскими трубками; *гамма-лучи* ($\lambda > 5 \cdot 10^{-2}$ нм), испускаются некоторыми радиоактивными элементами.

В ряде случаев диапазоны соседних лучей перекрываются и различить их невозможно, если не известен способ их получения.

В физике часто термин «свет» понимается в более широком смысле этого слова; он включает весь интервал электромагнитных волн. Волновые свойства света, которые несущественны в геометрической оптике, проявляются в целом ряде физических процессов, таких как интерференция, дифракция, поляризация, дисперсия и т. п.

Интерференция света. Явление интерференции—это образование чередующихся светлых и темных полос в результате сложения световых пучков. При этом в одних местах в результате взаимодействия световых лучей происходит усиление, в других— ослабление интенсивности света. Это свойство световых потоков является доказательством их волновой природы. Действительно, две системы волн будут усиливаться в тех местах, куда приходят одновременно гребни волн обеих систем, и будут ослабляться или даже полностью гаситься, если в данное место одновременно приходят гребни от одной и провалы от другой системы волн. Одним из важных условий наблюдения интерференции является условие когерентности излучения.

Источники, которые излучают волны, обладающие одинаковым периодом и неизменной разностью фаз на протяжении всего времени наблюдения, называются *когерентными источниками*, а излучаемые ими волны — когерентными. При сложении когерентных волн результирующая интенсивность не равна сумме интенсивности от каждой отдельной волны, т. е. наблюдается интерференция колебаний.

Если период колебаний различен или разность фаз беспорядочно меняется за время наблюдения, то интенсивность результирующего колебания оказывается равной сумме интенсивностей исходных колебаний. Такие колебания называют некогерентными. Явление интерференции при сложении некогерентных колебаний не наблюдается.

Наблюдение световых потоков с помощью человеческого глаза, фотопластинок и т. д. происходит за время $\approx 10^{-3}$— 10^{-2} с, необходимое для того, чтобы зафиксировать распределение интенсивности света. Если распределение света меняется за время меньше указанного, то фиксируется некоторая усредненная картина. Именно поэтому нельзя наблюдать интерференционную картину от аналогичных, но независимых источников света. В каждом из таких источников излучение испускают отдельные атомы, причем условия испускания для каждого атома быстро меняются обычно за время $\approx 10^{-8}$ с.

Таким образом, интерференционная картина, получаемая от независимых источников, остается неизменной очень короткое время. За время наблюдения $\approx 10^{-3}$ с происходит смена более ста тысяч различных интерференционных картин и, в результате, фик-

сируется усредненная картина, представляющая собой практически равномерное распределение интенсивности.

Для наблюдения явления интерференции можно использовать излучение одного и того же источника, расщепив его на части и заставив их достигать точки наблюдения разными путями. Тогда между этими двумя частями возникнет постоянная разность хода и будет соблюдаться условие когерентности. Существует несколько способов искусственного разделения светового потока от одного источника. Если перед источником света поместить непрозрачный экран с малым отверстием, формирующим световой пучок, а затем установить еще один непрозрачный экран с двумя близко расположенными малыми отверстиями, то за этими двумя отверстиями мы получим два пучка когерентных световых волн. Разность хода волн в некоторой точке будет определяться величиной пройденного пути. Следовательно, за вторым экраном можно будет наблюдать интерференционную картину.

Такой же эффект получается, если применить две очень тонкие призмы с малым преломляющим углом, сложив их друг с другом основаниями. При этом волна, идущая от источника, расположенного на продолжении основания этих призм, преломляясь в каждой из призм в отдельности, доходит до точек наблюдения по различным путям, т. е. сохраняя постоянной разность фаз. Аналогично можно получить два когерентных световых пучка, применяя два зеркала, развернутые друг относительно друга на малый угол.

Все ограничения на малые расстояния между отверстиями в экране, малый угол преломления в призмах и малый угол разворота зеркал, по сути дела, связаны с ограничением величины разности хода между интерферирующими лучами. Действительно, атом испускает систему гармонических волн, которая не меняется в течение 10^{-8} с, пока не произойдет изменение условий в результате столкновения его с другими атомами при их тепловом движении. Длина такого цуга гармонических волн или длина когерентности цуга волн, испущенных атомом за время между столкновениями, достигает 20—30 см. Поэтому необходимое условие для наблюдения явления интерференции заключается в том, чтобы разность путей, которыми пришли в рассматриваемую точку два луча, была не больше длины когерентности цуга испускаемых волн (т. е. не больше 30 см). По этим же соображениям следует использовать по возможности менее протяженный источник света.

Дифракция света. Распространение волны сопровождается перемещением *фронта волны*, т. е. поверхности, на которой фаза световых колебаний оказывается постоянной. Направления, перпендикулярные к фронту волны, совпадают с направлением распространения лучей. Вид фронта волны определяет характер ее распространения. При плоском фронте волна распространяется в виде параллельного пучка лучей. Если фронт волны имеет вид сферической поверхности, то соответствующий пучок лучей оказывается сходящимся в случае, когда центр этой сферической поверхности лежит впереди по направлению распространяющейся волны или расходящимся, когда центр находится сзади волны. При прохождении волны через оптическую систему ее фронт изменяется. Одновременно изменяется и направление распространения лучей.

Именно это соответствие между волновым процессом и его геометрической интерпретацией позволяет в геометрической оптике

отвлечься от волновой природы света с тем, чтобы упростить рассмотрение прохождения света в различных оптических системах.

Однако в ряде физических процессов наблюдается нарушение законов геометрической оптики. Так, при прохождении света через малое отверстие в непрозрачном экране наблюдается процесс огибания света, в результате которого световые волны попадают в область геометрической тени. Это явление огибания света за края непрозрачных преград называется *явлением дифракции*. В более общем смысле под дифракцией понимают явление рассеяния света на неоднородностях. Дифракция — это чисто волновое свойство света. Его можно описать с помощью принципа Гюйгенса (см. стр. 110).

Свет создает сложную картину чередующихся светлых и темных областей. Например, в результате дифракции образуется совокупность светлых и темных концентрических колец, постепенно переходящих друг в друга. Такое сложное распределение интенсивности при нарушении прямолинейного распространения света называется *дифракционной картиной*.

Характерная дифракционная картина в виде правильно чередующихся максимумов и минимумов интенсивности получается на специальных дифракционных решетках, которые представляют собой систему параллельных штрихов, нанесенных на стеклянную пластинку. Для получения отчетливой дифракционной картины необходимо, чтобы густота штрихов n была достаточно большой, порядка 500 штрихов на 1 мм.

Расстояние между ближайшими максимумами Δl в дифракционной картине оказывается пропорционально отношению длины волны света λ к характерному размеру неоднородности d, приводящей к явлению дифракции

$$\Delta l = k\frac{\lambda}{d}, \qquad (7.35)$$

где величина $k \approx 1$ и зависит от геометрии рассматриваемой неоднородности. В случае дифракции при малом отверстии значение d совпадает с величиной диаметра этого отверстия; в случае дифракционной решетки $d = \frac{1}{n}$ есть расстояние между штрихами.

Из (7.35) следует, что дифракционная картина четко наблюдается, когда значение размера d близко к величине длины волны света λ.

Зная период дифракционной решетки и коэффициент k, можно, измеряя расстояние между максимумами на дифракционной картине, определить по (7.35) длину волны падающего света. Метод определения длины световой волны с помощью дифракционной решетки является наиболее точным.

Дифракция на кристаллической решетке. Закон Вульфа—Брэгга. При рассеянии рентгеновских лучей на атомах твердого тела наблюдается дифракционная картина. В большинстве случаев атомы в твердом теле распределяются в правильные, повторяющиеся в трех измерениях структуры, образующие кристаллическую решетку. В кристаллах расположение атомов соответствует определенным законам симметрии, причем вся кристаллическая решетка может быть получена путем повторения трехмерного элемента этой решетки. Наименьший из возможных параллелепипедов, повторе-

нием которых воссоздается кристаллическая решетка, называется элементарной ячейкой этой решетки. Имеется 230 типов симметрии пространственных решеток, называемых пространственными группами. В кристаллической решетке всегда можно выделить ряд параллельных атомных плоскостей, удаленных друг от друга на постоянное расстояние d. Такие атомные плоскости могут быть выделены различными способами и в общем случае могут отличаться величиной d.

Рентгеновские лучи, падающие на такую систему атомных плоскостей под углом θ (рис. 59), отражаются, согласно законам отражения, под таким же углом.

Отраженные лучи, пришедшие от разных атомов, в значительной мере гасят друг друга, так что интенсивность отраженного излучения мала. Однако для определенных значений угла θ, когда разность хода между лучами $A'B'C'$ и ABC равна целому числу длин волн, отраженные лучи распространяются в одинаковой фазе и, следовательно, усиливают друг друга. Разность хода равна $DB' + B'E$, где E и D — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые $A'B'$ и $B'C'$. Из $\triangle BEB'$ и $\triangle BDB'$ $EB' = B'D = d \sin\theta$. Следовательно, интенсивность отраженных лучей максимальна при выполнении условия (закон Вульфа—Брэгга):

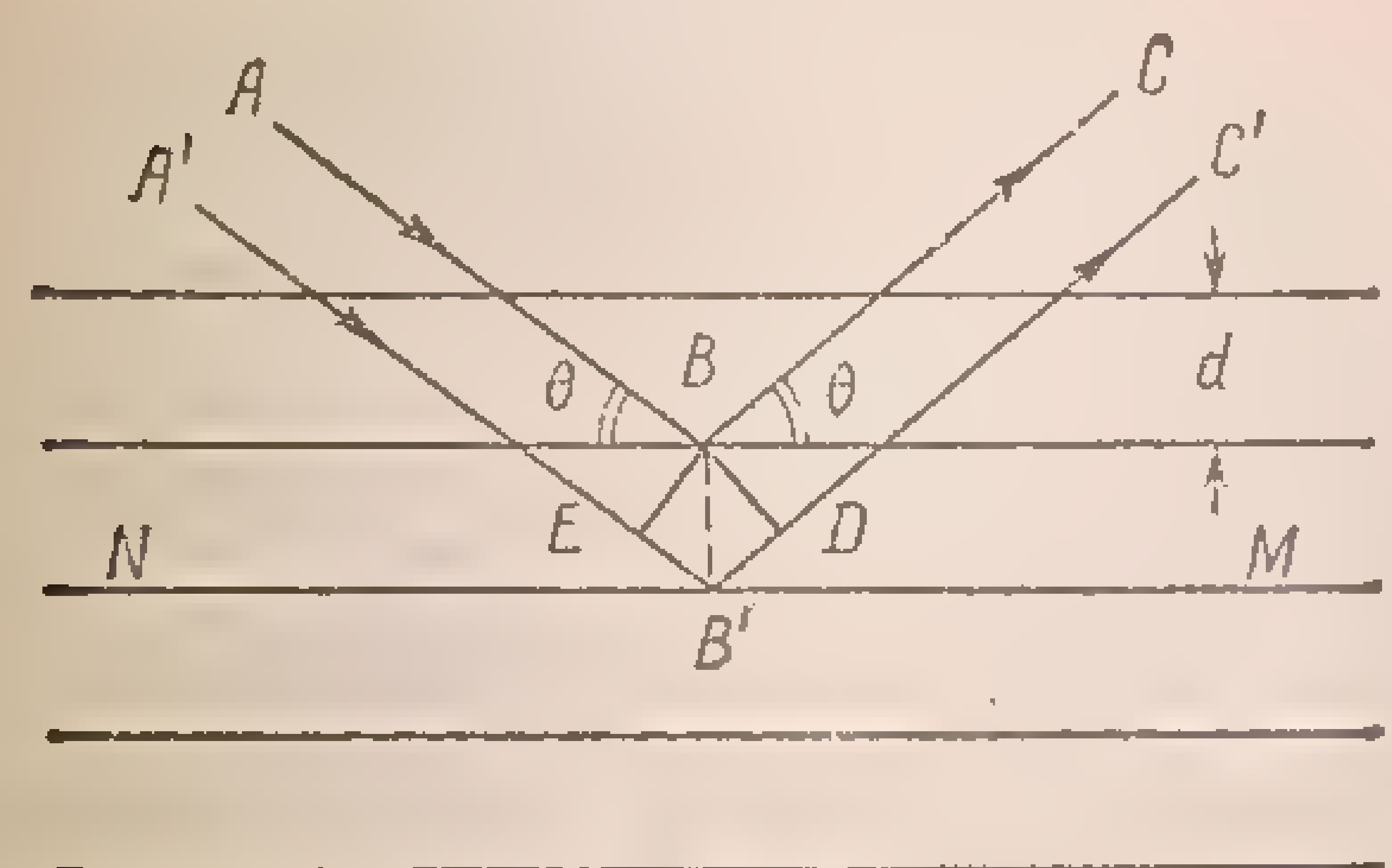


Рис. 59.

$$2d \sin\theta = n\lambda. \tag{7.36}$$

При $n = 1$ отражение называется отражением первого порядка, при $n = 2$ — отражением второго порядка и т. д.

Поляризация света. Световые волны представляют собой распространение поперечных электромагнитных колебаний, т. е. направление колебания перпендикулярно к направлению распространения волны. Световой пучок, все колебания в котором совершаются в одной системе параллельных плоскостей, называется *поляризованным светом*. Плоскость, в которой расположен магнитный вектор, называется *плоскостью поляризации света*.

Естественный свет содержит колебания, плоскости которых равномерно распределены по всем возможным направлениям.

Установлено, что *при отражении от прозрачной поверхности происходит поляризация света в плоскости падения света на рассматриваемую поверхность*. При этом отраженная световая волна полностью поляризована, если угол падения i удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} i = n, \tag{7.37}$$

где n — коэффициент преломления вещества. Если поляризованный свет падает на прозрачную пластинку так, что плоскость поляризации света составляет некоторый угол с отражающей плоскостью,

то отражается только часть интенсивности света. Максимальная интенсивность отражается, когда плоскости падения и поляризации совпадают. Свет практически совсем не отражается, когда плоскость падения и поляризации взаимно перпендикулярны.

Установлено, что естественный свет поляризуется, проходя в определенных направлениях через некоторые кристаллы (турмалин — кристалл буро-зеленого цвета исландский шпат и др.).

Дисперсия света. Свет разных длин волн преломляется не одинаково на границе двух сред, обладающих различной оптической плотностью. Явления, обусловленные зависимостью коэффициента преломления от длины волны, называется дисперсией света.

Если на пути узкого пучка белого света поставить призму, то на экране получится растянутая световая полоска, цвет которой непрерывно меняется. При этом при прохождении через призму меньше отклоняются красные лучи, больше — фиолетовые. Между красным и фиолетовым цветами расположено множество других цветов, среди которых обычно выделяют оранжевый, желтый, зеленый, голубой и синий. Такая цветная полоса, получаемая при прохождении света через преломляющую призму, называется *спектром*. Солнечный свет дает сплошной спектр, т. е. в свете от Солнца присутствуют колебания всех возможных длин волн. Спектр некоторых искусственных источников света имеет линейчатую структуру, когда отдельные светлые полосы (линии спектра) разделены темными промежутками. Это означает, что свет содержит электромагнитные колебания с определенными длинами волн.

Спектральные аппараты. Для изучения спектра различных источников света применяются специальные аппараты — спектрографы или спектроскопы. Основной частью спектрографа является призма, на которую через щель и объектив проектируются исследуемые лучи, причем щель помещают в главной фокальной плоскости объектива. Прошедшие призму лучи с помощью второго объектива собираются на экран, расположенный в фокальной плоскости второго объектива. Если спектр фиксируется на экране с помощью фотопластинки, то такой спектральный аппарат называют спектрографом, если же спектр на экране наблюдают визуально, то аппарат называют спектроскопом. Для получения четких спектров, призмы и объективы для спектральных аппаратов изготовляют из прозрачных материалов, обладающих большой дисперсией (из кварца, флюорита или каменной соли — для спектрографов, работающих в ультрафиолетовой или инфракрасной части спектра).

Закономерности спектра излучения. Свечение газов или паров малой плотности характеризуется *линейчатыми* или *полосатыми* спектрами, расположение линий в которых подчинено определенным закономерностям. Швейцарский физик И. Бальмер (1825—1898) установил, что частоты ν линий спектра водорода могут быть найдены с помощью простой формулы:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad (7.38)$$

где m — целое число больше двух ($m = 3, 4, 5 \ldots$), а постоянная $R = 3{,}28787 \cdot 10^{15}\ c^{-1}$, называемая постоянной Ридберга, в честь шведского физика И. Р. Ридберга (1854—1919). Совокупность

линий, имеющих частоту, соответствующую формуле (7.38), называется серией *Бальмера*. Кроме этой серии в спектре водорода обнаружены аналогичные серии, частоты линий в которых подчиняются более общему соотношению:

$$\nu = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \tag{7.39}$$

где n — целое число ($n = 1, 2, 3, \ldots$), причем выполняется условие $m \geqslant n + 1$.

Спектральные линии других атомов также могут быть расположены сериями, однако формулы для частот у них более сложные. Наличие спектральных серий отражает внутреннюю структуру атома и особенности испускания света возбужденным атомом.

Поскольку каждый атом испускает точно определенные серии линий, то с помощью *спектрального анализа* (анализа спектров светящихся паров) можно надежно установить присутствие атомов данного вещества в исследуемых парах. При таком спектральном анализе могут быть зафиксированы ничтожные количества вещества до 10^{-8} г, а иногда и до 10^{-10} г. С помощью спектрального анализа были открыты некоторые неизвестные до того времени элементы (рубидий, цезий, таллий, индий, галлий).

Спектры поглощения. Если световое излучение проходит сквозь прозрачную среду (цветное стекло, раствор краски, пары металлов и др.), то спектр такого света обладает некоторыми особенностями. Оказывается, что определенные линии в таком спектре сильно ослаблены, т. е. волны соответствующей длины поглощаются рассматриваемой средой. Такие спектры называются спектрами поглощения. Вид спектра поглощения зависит от рассматриваемого вещества. Наиболее характерными являются спектры поглощения паров металлов. Установлено, что *линии поглощения любого атома точно соответствуют линиям спектра этого атома при испускании.*

Поэтому, сравнивая положение линий поглощения с линиями испускания различных элементов, можно определить состав поглощающих паров. Такое сравнение позволило установить состав атмосферы, окружающей Солнце (и некоторых других звезд).

Задачи

45. Два когерентных источника S_1 и S_2 с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мк находятся на расстоянии $d = 2$ мм друг от друга. Параллельно линии, соединяющей источники, расположен экран на расстоянии $L = 2$ м от них. Определить, какова будет интенсивность в точке A на экране, лежащей на перпендикуляре, опущенном из первого источника.

Решение. Вычислим разность хода Δl лучей, приходящих в точку A. От первого источника свет проходит расстояние $l_1 = L$, а от второго — $l_2 = \sqrt{L^2 + d^2}$, откуда $\Delta l = \sqrt{L^2 + d^2}$. Если $\frac{\Delta l}{\lambda} = n$, где n — целое число, то в данной точке будет максимум интенсивности; если $\frac{\Delta l}{\lambda} = \frac{2n+1}{2}$, т. е. половине целого числа, то в рассматриваемой точке будет минимум интенсивности. Подставляя численные значения, получим

$\frac{\Delta l}{\lambda}=2$, следовательно, в точке A будет наблюдаться максимум интенсивности.

47. Найти наибольший порядок спектра $k_{\max}$ желтой линии натрия с длиной волны $\lambda = 589$ км, если период дифракционной решетки $d = 2$ мк.

Решение. Дифракционная решетка с периодом d дает спектры k-го порядка для луча, отклоняющегося на угол φ в соответствии с формулой

$$d \sin \varphi = k\lambda.$$

Максимальный порядок спектра будет при $\sin \varphi = 1$. Следовательно, $k_{\max} \leqslant \frac{d}{\lambda}$, откуда $k_{\max} = 3$ $\left(\text{ближайшее целое число меньше, чем } \frac{d}{\lambda}\right)$.

48. Четкость изображения, получаемого с помощью малого отверстия, увеличивается с уменьшением размера отверстия. Почему при очень малом отверстии резкость изображения снова падает?

Ответ. Изображение получается четким в соответствии с законами геометрической оптики до тех пор, пока размеры отверстия значительно больше длины волны падающего света. Как только размеры отверстия становятся порядка длины волны падающего света, начинает существенно проявляться явление дифракции света.

49. Определить, какую наибольшую длину волны $\lambda_{\max}$ можно наблюдать в спектре дифракционной решетки, имеющей 500 штрихов на 1 мм.

Ответ. $\lambda_{\max} = 6{,}67 \cdot 10^{-7}$ м.

§ 6. Законы теплового излучения. Квантовая природа света

Испускательная и поглощательная способность света. Испускание и поглощение света происходит в результате колебаний заряженных частиц в атомах и молекулах. Законы, описывающие процессы излучения, носят квантовый характер. Полно описать явления испускания и поглощения излучения можно, только учитывая взаимодействие между заряженными частицами и излучением.

Однако ряд явлений можно описать, используя законы термодинамики, не вникая в детали механизма взаимодействия излучения с веществом, а рассматривая только энергетические преобразования и изменения, сопровождающие процессы излучения.

Любое нагретое тело излучает электромагнитные волны. При этом энергия излучения черпается за счет поглощения некоторого количества тепла. Такое излучение называется *тепловым*. Состояние излучающего тела можно характеризовать определенной температурой T в том случае, если энергия, которую теряет тело при излучении, компенсируется количеством тепла, получаемого этим телом от окружающих предметов. Излучение такого тела происходит равновесно, если затраченная при этом энергия компенсируется за счет поглощения излучения от других тел.

Для характеристики теплового излучения вводится понятие испускательной способности, которая равна величине потока световой энергии, излучаемой единицей поверхности излучающего тела во всех направлениях. Таким образом, определенная испускательная способность соответствует светимости E (7.10).

Если на поверхность какого-либо тела падает световой поток F, то часть этого потока F' будет поглощена телом. Отношение величины поглощенного потока F' к величине падающего потока F называется поглощающей способностью этого тела A.

$$A = \frac{F'}{F}. \tag{7.40}$$

Величина A в общем случае зависит от интервала частот поглощаемых световых волн и температуры.

Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа. *Тела, у которых поглощательная способность для всех частот и температур равна единице, называют абсолютно черными телами.*

Моделью абсолютно черного тела может служить небольшое отверстие в полой непрозрачной сфере. Лучи света, попадая через такое отверстие внутрь сферы, испытывают большое количество отражений и практически полностью поглощаются.

Немецкий физик Г. Р. Кирхгоф (1824—1887) установил закон, согласно которому *отношение испускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от природы тела и является одинаковой для всех тел функцией температуры и частоты излучения:*

$$\frac{E}{A} = \varepsilon(\lambda, T). \tag{7.41}$$

Следовательно, при данной температуре и заданной длине волны излучения испускательная способность любого тела прямо пропорциональна его поглощательной способности. Поскольку поглощательная способность $A \leqslant 1$, то из (7.41) следует, что абсолютно черное тело является самым интенсивным источником теплового излучения. Кроме того, из (7.38) при $A = 1$ видно, что *универсальная функция $\varepsilon(\lambda, T)$ равна испускательной способности абсолютно черного тела.*

Законы излучения абсолютно черного тела. Основной задачей учения о тепловом излучении является определение вида функции $\varepsilon(\lambda, T)$.

Сначала экспериментально австрийским физиком И. Стефаном в 1872 г., а затем теоретически Л. Больцманом в 1885 г. был установлен закон для суммарного излучения черного тела ε. Этот закон Стефана—Больцмана гласит, что *полная излучающая способность абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры, т. е.*

$$\varepsilon = \sigma T^4, \tag{7.42}$$

где постоянная Стефана $\sigma = 5{,}689 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^{2}К^4. К телам с поглощающей способностью A, отличной от единицы, закон Стефана—Больцмана (7.42) не применим.

При заданной температуре T_0 функция $\varepsilon(\lambda, T_0)$ представляет собой кривую с максимумом, причем положение этого максимума обратно пропорционально абсолютной температуре:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}. \qquad (7.43)$$

Формула (7.43) математически описывает *закон смещения Вина*. Постоянная $b = 2{,}898$ мм К. Излучение Солнца очень близко к излучению абсолютно черного тела, причем максимум солнечного излучения приходится на 470 нм. Из закона смещения Вина следует, что температура поверхности Солнца $\approx 6200°$ К.

Недостаточность классической теории. Кванты излучения. Попытки теоретически получить зависимость $\varepsilon(\lambda, T)$ долгое время терпели неудачу. Причина этих неудач состояла в принципиальной неприменимости классической электродинамики к элементарным процессам, обусловливающим тепловое излучение. Решение этой проблемы удалось получить лишь после создания основ квантовой теории путем кардинальных изменений в представлениях о законах излучения.

Немецкий физик М. Планк (1858—1947) высказал гипотезу, что процесс испускания и поглощения света происходит не непрерывно, а определенными порциями — *квантами* (от латинского слова квантум — количество). Величина электромагнитной энергии излучаемая светящимся телом, кратна определенному значению энергии ε_0, пропорциональному частоте колебаний волны:

$$\varepsilon_0 = h\nu, \qquad (7.44)$$

где величина $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с — универсальная константа, названная постоянной Планка.

Эти новые квантовые законы в области длинных волн (радиоволн) совпадают с законами классической электродинамики. Действительно, если $\nu = \frac{c}{\lambda}$ мало, то величина ε_0 настолько мала, что опытным путем невозможно обнаружить дробности излучения, и оно практически неотличимо от непрерывного. Так, например, при $\lambda = 0{,}3$ см величина $\varepsilon_0 = h\nu$ равна $6{,}62 \cdot 10^{-23}$ Дж — порция энергии, которую невозможно измерить экспериментально. Таким образом, классическая электродинамика верно описывает явление в макросистемах. Расхождение между классической электродинамикой и квантовой теорией излучения становится существенным при излучении высоких частот. Излучение атомов и молекул рассматривается на основе законов квантовой механики.

Так, на основе квантовых законов, Планк нашел выражение для функции распределения энергии излучения абсолютно черного тела по длинам волн в следующем виде:

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5 \left\{\exp\left[\frac{hc}{\lambda kT}\right]\right\}}, \qquad (7.45)$$

где c — скорость света, k — постоянная Больцмáна.

Формула Планка (7.45) прекрасно согласуется с экспериментальными измерениями $\varepsilon(\lambda, T)$.

Задачи

50. В два одинаковых алюминиевых чайника налито равное количество воды при температуре 90° С. Один из них закоптился и стал черным, а другой остался чистым. Какой из чайников быстрее остынет?

Ответ. Согласно закону Кирхгофа (7.41) при заданной температуре испускательная способность любого тела пропорциональна его поглощательной способности. Черный чайник поглощает излучение больше, чем чистый, следовательно, и остывать он будет быстрее.

51. Зеленое стекло при комнатной температуре сильно поглощает красные лучи, но испускает их в заметном количестве. Нет ли здесь противоречия с законом Кирхгофа?

Ответ. Зеленое стекло должно излучать лучи красного цвета не большей интенсивности, чем интенсивность излучения красных лучей абсолютно черным телом при той же температуре.

52. При открытой дверце в печи поддерживается температура $t = 800°$ С. Размеры дверцы $S = 22 \times 15$ см². Сколько энергии в секунду выделяется в комнату через открытую дверцу печи?

Решение. Искомая энергия $w = \varepsilon S$, где суммарная интенсивность ε из (7.42) $\varepsilon = \sigma(t + 273)^4$, откуда $w = \sigma S(t + 273)^4$. Подставив численные данные, получим: $w = 2{,}5$ кДж.

53. Принимая температуру накала нити электрической лампочки за $t = 2000°$ С, определить длину волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения этой лампы.

Решение. Согласно смещению Вина (7.43), $\lambda_{max} = \frac{b}{t + 273}$, откуда $\lambda_{max} = 1270$ км.

54. Определить длину волны λ, на которую приходится максимум энергии в спектре звезды, температура поверхности которой $t = 30\,000°$ К. Чему равна интенсивность ε излучения такой звезды?

Решение. Из (7.45) $\lambda_{max} = \frac{b}{T}$, откуда $\lambda_{max} = 96$ нм. Из (7.42) $\varepsilon = \sigma T^4$, следовательно, $\varepsilon = 4{,}6 \cdot 10^{10}$ дж/м²·с.

55. Определить мощность N, необходимую для того, чтобы поддерживать температуру расплавленной платины $t = 1773°$ С, если площадь поверхности платины 1,0 см². Считать платину абсолютно черным телом. Потери энергии на теплопроводность не учитывать. Чему равна длина волны λ_{max} в спектре излучения платины, на которую приходится максимальная энергия?

Ответ. $N = 99{,}3$ Вт; $\lambda_{max} = 1400$ нм.

56. При изучении закона Стефана—Больцмана измеряется поток, направляемый из отверстия модельного абсолютно черного тела через линзу на термоэлемент. Затем термоэлемент нагревают вместо излучения током, так чтобы достичь того же стационарного состояния, и оценивают количество энергии, приносимой за $\tau = 1$ с потоком излучения. Рассчитать мощность N, поглощаемую термоэлементом, если отверстие в сфере, моделирующее абсолютно черное тело, есть квадрат со стороной $l = 4$ мм, расположен-

ный перпендикулярно к главной оптической оси линзы. Линза диаметром $d = 40$ мм и фокусным расстоянием $f = 40$ см дает изображение отверстия на термоэлементе в натуральную величину. Потери на отражение и поглощение в линзе составляют 9%, потери на отражение в термоэлементе — 1%. Температура абсолютно черного тела $T = 1000°$ К.

Ответ. $N = 16{,}2 \cdot 10^{-4}$ Вт.

§ 7. Воздействие света на вещество

Фотоэффект. Согласно квантовой теории свет испускается отдельными небольшими порциями (квантами). Элементарные частицы света, соответствующие этим квантам электромагнитной энергии, называются *фотонами*. Поглощение света также происходит порциями. Если на поверхность тела падает фотон с энергией, которая больше энергии связи электрона в твердом теле, то при поглощении фотона может произойти вылет электронов. Этот процесс вылета электрона из атома под действием света называется фотоэлектрическим эффектом или просто *фотоэффектом*.

Подробное изучение влияния света на заряженные тела было проведено русским физиком А. Г. Столетовым (1839—1896). Схема опытов Столетова состояла в следующем. На обкладках специального конденсатора, представляющего собой полированную металлическую пластинку и металлическую сетку, создавалась разность потенциалов. Ток в цепи измерялся гальванометром. Было установлено, что отрицательно заряженная пластинка под действием света теряет свой заряд. При этом оказалось, что 1) тело теряет заряд только в том случае, если оно заряжено отрицательно, 2) явление особенно четко обнаруживается при облучении тела ультрафиолетовыми лучами, 3) разряжающее действие лучей прямо пропорционально их энергии, 4) эффект заметен даже при очень кратковременном освещении, причем между моментом освещения и началом разряда проходит очень мало времени.

Исследуемый эффект особенно четко проявляется, если поместить конденсатор в сосуд с достаточным вакуумом. Ультрафиолетовые лучи при этом необходимо пропускать через специальное кварцевое окошко.

Явление потери заряда отрицательно заряженной пластинкой, под действием света, связанное с вылетом электронов, называется внешним фотоэффектом. Основные закономерности внешнего фотоэффекта состоят в следующем:

1. Скорость электронов, вылетающих из тела при фотоэффекте, определяется частотой света ν и не зависит от его интенсивности;

2. Число электронов, вылетающих в единицу времени, прямо пропорционально интенсивности падающего излучения;

3. Для каждого вещества существует предельная наименьшая частота света ν_0 (красная граница фотоэффекта), при которой возможен внешний фотоэффект. Излучение с частотой $\nu < \nu_0$ не вызывает явление внешнего фотоэффекта.

Первый и третий из перечисленных основных законов внешнего фотоэффекта нельзя объяснить классической электромагнитной теорией. Эти законы фотоэффекта имеют чисто квантовый характер.

Уравнение Эйнштейна и квантовое объяснение законов внешнего фотоэффекта. Немецкий физик Альберт Эйнштейн (1879—1955) показал, что все основные законы внешнего фотоэффекта могут быть объяснены, если предположить, что свет представляет собой поток частиц — фотонов — с энергией $\varepsilon_0 = h\nu$, так что поглощение происходит порциями, кратными величине энергии одного фотона.

Если фотон передает электрону энергию $h\nu$, большую или равную величине работы A по удалению электрона с поверхности рассматриваемого тела (величину A называют *работой выхода электрона*), то электрон покинет поверхность этого тела. Разность между $h\nu$ и A приведет к возникновению кинетической энергии электрона $\frac{mv^2}{2}$. Из закона сохранения энергии

$$h\nu = \frac{mv^2}{2} + A. \qquad (7.46)$$

Эта формула называется *уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*, которое описывает все законы внешнего фотоэффекта. Из (7.46) следует, что кинетическая энергия электрона линейно зависит от частоты ν и не зависит от интенсивности излучения.

Поскольку общее число электронов n, покидающих поверхность тела, пропорционально числу падающих фотонов, то величина n прямо пропорциональна интенсивности падающего излучения.

Наименьшую частоту света, при которой возможен внешний фотоэффект, можно получить из (7.46), если скорость v электрона, покидающего поверхность рассматриваемого тела, равна нулю, тогда

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \qquad (7.47)$$

т. е. красная граница фотоэффекта зависит только от работы выхода электрона A. Учитывая, что $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$ из (7.47), получим значение предельной длины волны λ_0:

$$\lambda_0 = \frac{ch}{A}. \qquad (7.48)$$

При длинах волн λ, бо́льших λ_0, т. е. расположенных ближе к красным волнам, фотоэффект не наблюдается. Отсюда происходит название предельной длины волны λ_0 — красная граница внешнего фотоэффекта.

Практическое применение явления фотоэффекта. В технике широко используется явление фотоэффекта для создания специальных приборов фотоэлементов, регистрирующих или измеряющих световой поток. Вакуумный фотоэлемент представляет собой откачанный стеклянный баллон, внутренняя поверхность которого (катод) с одной стороны покрыта светочувствительным слоем. Анод выполняют обычно в виде кольца, с тем чтобы свет свободно проходил через него. Нередко в баллон вводят инертный газ (например, аргон), который ионизируется под действием летящих электронов и увеличивает наблюдаемый ток. Между анодом и катодом прикладывается разность потенциалов, так что при освещении светом поверхности чувствительного слоя в цепи возникает ток. Чув-

ствительность вакуумных фотоэлементов достигает 10—15 мкА/лм, а газонаполненных фотоэлементов — 100 мкА/лм. Между силой тока в цепи и интенсивностью освещения существует прямая пропорциональная зависимость.

Использование специальных светочувствительных покрытий с малой работой выхода позволило создать фотоэлементы, чувствительные не только к ультрафиолетовым лучам, но и к видимому, и даже к инфракрасному свету. Для такого покрытия используются щелочные металлы — натрий, калий, рубидий и особенно цезий.

Широкое применение получили твердые фотоэлементы с запирающим слоем (медно-закисные, серно-серебряные, селено-свинцовые, теллуро-свинцовые и др.). Они обладают большей чувствительностью, чем вакуумные фотоэлементы, не нуждаются в специальном источнике тока и могут быть выполнены в удобной форме. Чувствительность твердых фотоэлементов с запирающим слоем распространяется далеко в инфракрасную область спектра и может достигать 1000 мкА/лм. Однако между силой тока и освещенностью твердых фотоэлементов не всегда выполняется строгая пропорциональность, поэтому такие фотоэлементы менее пригодны для точных измерений световых потоков.

Фотоэлементы применяются в разных отраслях науки и техники: в измерительной аппаратуре, в виде различного рода реле, в автоматических системах и т. п. Твердые фотоэлементы используют в качестве преобразователей светового излучения в электричество (солнечные батареи).

Люминесценция. Некоторые вещества обладают способностью под действием падающих световых лучей испускать свет, который имеет спектральный состав, отличный от спектра падающего излучения. Такое свечение тел называется люминесценцией. Свет люминесцентного излучения имеет меньшую частоту, чем свет, вызвавший люминесценцию. Если использовать источники коротковолновых лучей (ультрафиолетовых), то можно обнаружить люминесценцию многих веществ.

Некоторые твердые тела продолжают светиться после прекращения действия падающего света, причем время, в течение которого происходит послесвечение, может быть достаточно большим. Экран, покрытый порошком сернистого цинка, сохраняет свечение две-три минуты после прекращения освещения. Свечение, прекращающееся одновременно с прекращением освещения, называется *флюоресценцией*. Длительное послесвечение называется *фосфоресценцией*.

Фосфоресцирующие порошки применяют для покрытия внутренней поверхности ламп дневного света. Подбирая состав порошка, можно улучшить спектр получаемого послесвечения. Эффективное использование ультрафиолетовых лучей позволяет повысить экономичность таких светильников.

В настоящее время используется большое количество разнообразных люминесцентных красок для декоративных и театральных целей.

Используя явление люминесценции, можно обнаружить ничтожно малые (до 10^{-10} г) примеси светящегося вещества, например следы загнивания органических веществ, ничтожные количества нефти в почве, извлекаемой при бурении, что имеет большое значение для обнаружения нефтеносных месторождений.

Химическое действие света. Световые лучи оказывают большое влияние на возникновение и протекание различных химических процессов, например изменение цвета красок (выцветание), фотохимические процессы, лежащие в основе фотографии, важнейшие процессы усвоения энергии солнечных лучей зелеными растениями (фотосинтез).

Растения используют энергию света для расщепления углекислоты CO_2 и усвоения углерода, причем этот процесс лежит в начале длинной цепи химических превращений, приводящих к построению основных органических соединений.

В основе фотографии лежит процесс воздействия света на молекулу бромистого серебра (AgBr), которая при этом распадается, выделяя металлическое серебро в чистом виде. Плотность выделившихся частичек серебра пропорциональна освещенности и образует потемнение на пластинке. Обычно это потемнение невелико, однако под действием специального раствора (проявителя) скрытое изображение можно усилить. В процессе проявления идет интенсивное выделение серебра в местах, где имеется достаточная плотность затравочных крупинок серебра, возникших при непосредственном воздействии света. Потемнение тем больше, чем больше освещен рассматриваемый участок пленки при экспонировании. После удаления остатков неразложившегося бромистого серебра (процесс закрепления) и промывки пленки в проточной воде получают негативное изображение, нечувствительное к действию света. Для получения позитивного изображения, в котором освещенные участки были бы светлыми, необходимо произвести экспонирование с негатива на фоточувствительную бумагу и повторить процесс проявления и закрепления.

Задачи

57. Определить наибольшую длину световой волны λ_0, при которой может наблюдаться фотоэффект для платины. Работа выхода электронов для платины $A = 1{,}008 \cdot 10^{-18}$ Дж.

Решение. Из формулы (7.48) $\lambda_0 = \frac{ch}{A}$. Подставляя значения $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, получим $\lambda_0 = 1{,}98 \times 10^{-7}$ м.

58. Вычислить наибольшую скорость электрона, вылетевшего из металла цезия при освещении его светом, длина волны которого $\lambda = 400$ ммк, если работа выхода электрона для цезия $A = 3{,}04 \times 10^{-19}$ Дж.

Решение. Из уравнения Эйнштейна (7.46), учитывая, что $\nu = \frac{v}{\lambda}$, получим $\frac{hv}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} + A\right)}$. Подставив числа, получим $v = 6{,}5 \cdot 10^5$ м/с.

59. Красная граница фотоэффекта для вольфрама $\lambda_0 = 275$ нм. Найти: 1) работу выхода электронов из вольфрама A; 2) наибольшую скорость электронов, вылетающих из вольфрама под действием света с длиной волны $\lambda = 180$ нм; 3) наибольшую энергию ω этих электронов.

Решение. Из (7.48) получим $A = \frac{hc}{\lambda_0}$, откуда $A = 7{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж. По формуле Эйнштейна (7.46), учитывая, что $\nu = \frac{c}{\lambda}$, имеем $v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}$, откуда $v = 9{,}1 \cdot 10^{5}$ м/с. Далее, $w = \frac{mv^2}{2}$, и так как $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, то $w = 3{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж.

60. Найти работу выхода электронов A из металла, если фотоэффект начинается при частоте падающего света $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ $с^{-1}$.

Ответ. $A = 3{,}97 \cdot 10^{-19}$ Дж.

61. Красная граница фотоэффекта для калия $\lambda_0 = 6{,}2 \cdot 10^{-5}$ см. Найти работу выхода электронов из калия.

Ответ. $A = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж.

62. Будет ли фотоэффект при освещении меди видимым светом ($\lambda = 400 - 700$ нм), если работа выхода электронов у меди $A = 7{,}68 \cdot 10^{-19}$ Дж?

Ответ. Не будет, ибо энергия фотонов с длиной волны $\lambda = 400$ нм $W = 4{,}96 \cdot 10^{-19}$ Дж, т. е. меньше A.

63. Какими лучами освещен стронций, если с его поверхности вылетают электроны с максимальной кинетической энергией $W = 1{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж, если красная граница фотоэффекта для стронция $\lambda = 550$ нм?

Ответ. $\lambda = 367$ нм.

Глава 8

ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Ограниченность механики Ньютона случаем малых скоростей. Исследования явлений, происходящих при больших скоростях, близких к величине скорости света c, показывают неприменимость законов обычной классической механики в физике высоких скоростей, которая получила название *релятивистской физики.*

Основные представления о пространстве и времени, созданные человеком на основании опыта повседневной жизни, когда скорости движения ничтожно малы по сравнению со скоростью света, кардинально изменяются в релятивистской физике. Теория относительности, описывающая явления, происходящие при высоких скоростях, раскрывает новые удивительные свойства окружающего мира. При этом законы механики Ньютона оказываются частным случаем (справедливым при малых скоростях) более общих законов движения. Таким образом, релятивистская физика является развитием и расширением классической физики. В теории относительности определены границы применимости законов Ньютона. Результаты теории относительности при обычных скоростях $v \ll c$ практически не отличаются от результатов, полученных с использованием законов классической физики.

Однако при больших скоростях, близких к скорости света, отличия не только велики, но и приводят к принципиально новым результатам.

Опыт Майкельсона. Ряд опытов по определению скорости увлечения гипотетического эфира движущимися средами потребовал критического пересмотра представлений классической электродинамики о распространении света. Вначале эфир считали механической средой, в которой распространяются упругие волны, воспринимаемые как световые. Затем, с развитием электромагнитной теории света, эфиру приписали электромагнитную природу. Эфир считали средой, заполняющей все пространство, так что любое движение якобы происходило относительно этого неподвижного мирового эфира. Гипотеза об эфире в дальнейшем была отвергнута.

Американский физик А. Майкельсон (1852—1931) осуществил опыт, в котором он пытался обнаружить «абсолютное» движение Земли относительно покоящейся среды — мирового эфира. Идея опыта состояла в следующем: если Земля движется в эфире со скоростью v в некотором направлении, то время, за которое свет пройдет один и тот же отрезок l вдоль этого направления и в обратном направлении, в соответствии с законами механики должно оказаться различным. Действительно, в соответствии с законом сложения скоростей механики Ньютона, скорость света, устремляющегося вслед удаляющейся Земле $v_1 = c - v$, а скорость света, идущего на-

встречу $v_2 = c + v$. Соответствующие времена, за которые лучи света проходят расстояние l в этих двух случаях:

$$t_1 = \frac{l}{c - v} \text{ и } t_2 = \frac{l}{c + v}. \qquad (8.1)$$

Если свету приходится преодолевать путь l в направлении, перпендикулярном к направлению движения Земли, то

$$t_3 = \frac{1}{c} \sqrt{l^2 + (vt_3)^2},$$

откуда

$$t_3 = \frac{l}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (8.2)$$

Учитывая, что t_1, t_2 и t_3 различны, Майкельсон решил обнаружить эти различия, наблюдая интерференционную картину. С этой целью был использован специальный интерферометр, ход лучей в котором взаимно перпендикулярен. Схема интерферометра Майкельсона изображена на рис. 60. Из источника S световые лучи попадают под углом $\frac{\pi}{4}$ на полупосеребренную плоско-параллельную пластинку A, которая разделяет лучи на два взаимно перпендикулярных пучка, каждый из которых, отразившись от плоских зеркал M и M', вновь возвращается на ту же пластинку. Часть света проходит к источнику, а часть попадает в точку S', где наблюдается интерференция, связанная с разностью хода лучей в этих пучках. Если $AM = AM'$, то разность хода может возникнуть только за счет разного времени, в течение которого свет преодолевает эти отрезки, проходя в одну и обратную стороны. Поворачивая интерферометр, можно добиться, чтобы одно из направлений, например AM, оказалось параллельно направлению скорости движения Земли. Тогда время, в течение которого свет преодолеет путь AM туда и обратно из (8.1), равно:

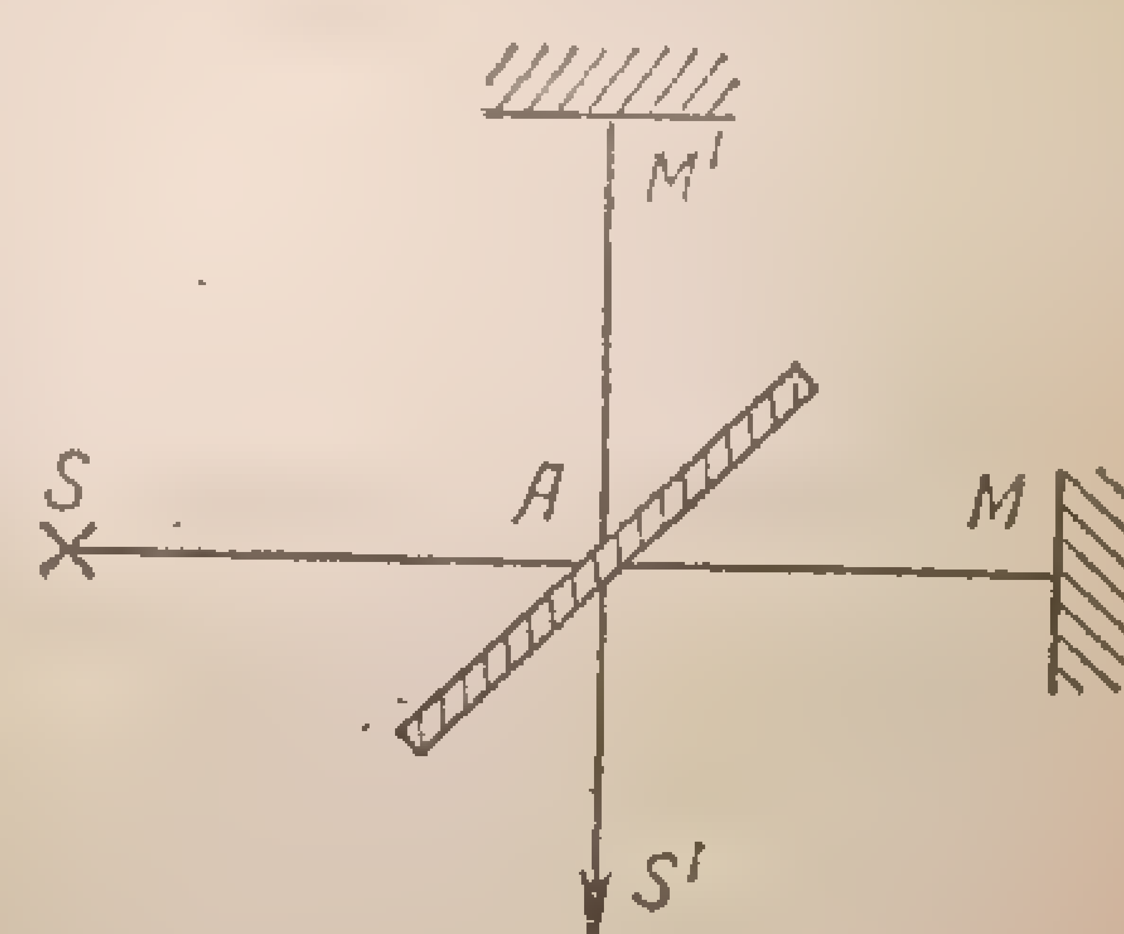


Рис. 60.

$$t = t_1 + t_2 = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \qquad (8.3)$$

Согласно равенству, второй луч пройдет путь AM' туда и обратно за $2t_3$. Следовательно, разность времен

$$\Delta t = 2t_3 - t = \frac{2l}{c} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right]. \qquad (8.4)$$

Так как величина $\frac{v}{c} = \beta$ мала, то приближенно

$$\Delta t \cong \frac{l\beta^2}{c}. \quad (8.5)$$

При повороте всего интерферометра на угол $\varphi = \frac{\pi}{2}$ знак Δt изменится и общее Δt_0 удвоится:

$$\Delta t_0 = 2\frac{l\beta^2}{c}. \quad (8.6)$$

Смещение интерференционной картины при этом должно произойти на некоторую долю расстояния между максимумами ξ_0:

$$\xi_0 = \frac{2l}{\lambda}\beta^2. \quad (8.7)$$

При $v = 3 \cdot 10^6$ см/с, $\lambda = 5{,}9 \cdot 10^{-5}$ см, $l = 11$ м, $\xi = 0{,}4\,\xi_0$. Точность измерений в интерферометре позволяет фиксировать смещение на несколько процентов ξ_0.

Однако в опытах Майкельсона никакого смещения полос интерференционной картины при повороте прибора на $\varphi = \frac{\pi}{2}$ *обнаружить не удалось.* Отрицательный результат многократно повторяющегося опыта Майкельсона показал, что скорость света не зависит от состояния движения системы, в которой производится измерение. Это находится в противоречии с законом сложения скоростей механики Ньютона, которая для таких скоростей неприменима.

Постулаты Эйнштейна. Специальная теория относительности, описывающая законы релятивистской физики, исходит из двух основных постулатов, сформулированных Эйнштейном в 1905 г. *Первый постулат* гласит, что *никакими измерениями, произведенными в произвольной системе, нельзя обнаружить прямолинейное и равномерное движение этой системы*, т. е. все процессы, происходящие в системе, не зависят от ее прямолинейного и равномерного движения. Следовательно, все системы, находящиеся в равномерном прямолинейном движении, эквивалентны.

Принцип относительности Эйнштейна обобщает принцип относительности Галилея на все физические явления, включая и электромагнитные.

Второй постулат гласит: *скорость света в пустоте есть величина постоянная, не зависящая от того, в какой из эквивалентных прямолинейно и равномерно движущихся систем она измеряется.* Следовательно, если вести измерение в двух системах, находящихся в прямолинейном, равномерном движении относительно друг друга, то время распространения света между любыми точками A и B равно времени распространения света в обратном направлении от точки B к точке A каково ни было бы движение точек A и B относительно друг друга.

Преобразования Лоренца. Основные постулаты специальной теории относительности приводят к следующей связи между координатами и временем x, y, z, t и x', y', z', t'. В двух системах, движу-

щихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно со скоростью v вдоль оси OX:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}; \; y' = y; \; z' = z; \tag{8.8}$$

$$t' = \frac{t - \beta \frac{x}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{8.9}$$

где $\beta = \frac{v}{c}$. В предельном случае малых скоростей при $v \to 0$ получим $\beta \to 0$ и формулы (8.8) и (8.9) переходят в классические преобразования Галилея. Преобразования (8.8) и (8.9) впервые были получены голландским физиком Г. Лоренцом (1853—1928) в его попытке спасти теорию абсолютно неподвижного мирового эфира. Развитие специальной теории относительности привело к заключению, что преобразования Лоренца отражают объективные свойства пространства и времени, вытекающие из экспериментальных данных.

Из (8.8) и (8.9) следует, что штрихованная и нештрихованная системы отсчета эквивалентны, тогда

$$x = \frac{x + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}; \; y = y'; \; z = z'; \tag{8.10}$$

$$t = \frac{t' + \beta \frac{x'}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{8.11}$$

Формулы (8.10) и (8.11) отличны от формул (8.8) и (8.9) только изменением знака относительной скорости v.

Согласно основным постулатам специальной теории относительности, любой физический закон должен удовлетворять преобразованиям Лоренца, т. е. при переходе от одной системы отсчета к другой вид закона не должен изменяться. Иначе говоря, *все физические законы должны быть инвариантными по отношению к преобразованиям Лоренца.*

Из формул (8.8) и (8.9) следует, что при $v \geqslant c$ преобразования Лоренца теряют смысл. Это означает, что движение тела со скоростью больше скорости света невозможно.

Длина и объем тел в разных системах. Предположим, что в системе координат XYZ покоится стержень, расположенный вдоль направления OX так, что начало и конец его расположены в точках с координатами x_1 и x_2. Тогда длина l этого стержня в неподвижной системе

$$l_0 = x_2 - x_1. \tag{8.12}$$

В системе координат, движущейся со скоростью v относительно XYZ, следует измерять величину l в одно и то же время t'. Тогда из (8.10) и (8.11) получим

$$x_1' = x_1 \sqrt{1-\beta^2} - vt'; \tag{8.13}$$

$$x_2' = x^2 \sqrt{1-\beta^2} - vt'. \tag{8.14}$$

откуда

$$l' = x_2' - x_1' = (x_2 - x_1)\sqrt{1-\beta^2},$$

или

$$l' = l_0\sqrt{1-\beta^2}. \qquad (8.15)$$

Таким образом, длина стержня l' в системе координат, движущейся относительно местоположения данного стержня, оказывается меньше, чем длина стержня l_0 в покоящейся системе координат. Следовательно, величина, характеризующая размер тела и его объем, оказывается не постоянной, а зависит от того, в какой системе (движущейся или неподвижной) этот размер рассматривается. *Наибольший размер тело имеет в той системе, относительно которой оно покоится.*

Понятие об одновременности событий в теории относительности. Длительность событий в разных системах. Постулат теории относительности о постоянстве скорости света, измеряемой в любой из эквивалентных систем, движущихся прямолинейно и равномерно относительно друг друга, позволяет ввести понятие одновременности для событий, происходящих в разных точках A и B. Событие в точке A называется одновременным с событием, происходящим в точке B, отстоящей от A на расстоянии l, если световой сигнал, вышедший из точки A в начале этого события, приходит в точку B спустя время $t = \frac{l}{c}$ после того как в B началось другое событие.

Длительность одних и тех же событий в разных системах оказывается разной. Так, пусть в неподвижной системе XYZ в точке A происходит событие в течение времени $\tau = t_2 - t_1$. Здесь t_1 и t_2 — моменты начала и конца этого события, фиксированные в неподвижной системе. В системе, движущейся со скоростью v, этим моментам времени соответствуют моменты t_1' и t_2' в одной и той же точке пространства A. Из формулы (8.9) получим

$$t_1'\sqrt{1-\beta^2} = t_1 - \beta\frac{x}{c} \qquad (8.16)$$

и

$$t_2'\sqrt{1-\beta^2} = t^2 - \beta\frac{x}{c}, \qquad (8.17)$$

откуда

$$(t_2' - t_1')\sqrt{1-\beta^2} = t_2 - t_1,$$

или

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (8.18)$$

Из (8.18) видно, что $\tau' \leqslant \tau$. Следовательно, длительность события оказывается наименьшей в покоящейся системе.

Различие в длительности событий, измеренных в разных системах, тем больше, чем больше скорость относительного движения этих систем.

Закон сложения релятивистских скоростей. Из основных постулатов теории относительности следует, что законы сложения скоростей механики Ньютона (правило параллелограмма скоростей) неприменимы в релятивистской физике.

Если за время t точка A прошла расстояние от начала координат до x, то ее скорость в покоящейся системе

$$u_x = \frac{x}{t}. \tag{8.19}$$

Подставляя значения x и t из (8.10) и (8.11), получим

$$u_x = \frac{x' + vt'}{t' + \frac{x'}{c}\beta}, \tag{8.20}$$

или

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \beta\frac{u'_x}{c}}. \tag{8.21}$$

Для других проекций скоростей аналогично получим

$$u_y = \frac{u'_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \beta\frac{u'_y}{c}}, \tag{8.22}$$

$$u_z = \frac{u'_z\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \beta\frac{u'_z}{c}}. \tag{8.23}$$

Эти формулы дают результаты, сильно отличающиеся при скоростях v, близких к скорости света, от результатов классической механики. Например, если в движущейся системе распространяется луч света со скоростью $u'_x = c$, то в неподвижной системе его скорость $u_x = \frac{c + v}{1 + \beta\frac{c}{c}} = c$, т. е. также равна c. Отсюда видно, что *величина скорости света является предельным значением*, больше которого не может принимать скорость тела ни при каком движении.

Закон преобразования массы. Для того чтобы уравнения движения тел в релятивистской механике были инвариантны по отношению к преобразованию Лоренца, необходимо учитывать, что масса тела m, измеренная в движущейся системе, оказывается равной:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{8.24}$$

где m_0 — масса тела, измеренная в системе, относительно которой данное тело покоится. Соотношение (8.24) получается из закона сохранения количества движения, если учесть формулу для преобразования скоростей (8.21).

Таким образом, специальной теорией относительности установлено, что масса тела не является абсолютно постоянной величиной, она обладает таким же относительным характером, как и время или размеры и форма тела.

Из формулы (8.24) следует, что *масса движущегося тела больше массы тела, которое покоится*. Если величина скорости тела приближается к скорости света, то масса тела стремится к бесконечно большой величине. Следовательно, если тело движется со скоростью света, то никакими конечными силами нельзя увеличить скорость такого движения, т. е. из (8.24) также следует, что скорость света является предельной наибольшей возможной скоростью.

Если скорость тела v мала по сравнению с c, то увеличение массы Δm также мало:

$$\Delta m = m - m_0 = m_0 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right\}. \tag{8.25}$$

Однако для больших скоростей, например, в случае элементарных частиц, которые разгоняются в ускорителе до скоростей, близких к скорости света, это увеличение может оказаться большим.

Релятивистское соотношение между массой и энергией. Исключительно важным следствием постулатов специальной теории относительности является связь между энергией и массой.

Кинетическая энергия E массы m_0, движущейся со скоростью v, согласно специальной теории относительности, равна:

$$E = m_0 c^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right\}. \tag{8.26}$$

Таким образом, обычное классическое выражение для кинетической энергии $E = \frac{mv^2}{2}$ представляет собой только первое приближение для малых v. При больших v, близких к скорости света, величина кинетической энергии становится значительно большей, чем это следует из классического выражения. Если величина v приближается к c, то E стремится к бесконечно большой величине.

Сравнение (8.26) с формулой (8.25) показывает, что

$$E = \Delta m c^2. \tag{8.27}$$

Таким образом, *энергия тела прямо пропорциональна массе этого тела и коэффициент пропорциональности равен квадрату скорости света.*

Величина

$$E_0 = m_0 c^2 \tag{8.28}$$

называется *энергией покоя тела* с массой m_0. Всякая покоящаяся масса содержит в себе колоссальное количество энергии.

Полная энергия W равна сумме кинетической энергии и энергии покоящегося тела. Следовательно,

$$W = E + E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{8.29}$$

Из этого соотношения между полной энергией тела W и его массой m следует связь между энергией и количеством движения. Возводя в квадрат обе части равенства (8.29), получим

$$W^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2 c^4,$$

или

$$W^2 - W^2 \frac{v^2}{c^2} = m_0^2 c^4.$$

Учитывая, что количество движения $p = mv$ и, следовательно, $W = \frac{p}{v} c^2$, получим

$$m_0^2 c^4 = W^2 - p^2 c^2. \qquad (8.30)$$

Таким образом, постулаты специальной теории относительности требуют пересмотра представлений о независимости длины тела, его массы, а также скорости протекания процессов от состояния его движения.

Экспериментальные исследования в области релятивистской физики подтвердили справедливость постулатов теории относительности и следствий, из них вытекающих.

Обобщение понятия относительности на системы, движущиеся с ускорением, позволило Эйнштейну создать «общую теорию относительности», которая связывает явление тяготения с кривизной пространства.

Задачи

1. Материальная точка покоится относительно инерциальной системы K. Инерциальная система K' движется относительно системы K со скоростью $v = 0{,}8$ с в сторону положительных значений x так, что оси x и x' совпадают, а оси y и y', z и z', соответственно, параллельны. В момент $t = 0$ начала координат O и O' этих систем совпадают. Определить координаты материальной точки в системе K, если в системе K' ее координаты:

$$x' = 6{,}0 \cdot 10^3 \text{ м}, \; y' = 2{,}0 \cdot 10^2 \text{ м}, \; z' = 15 \text{ м},$$

$$t' = 2{,}0 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

Решение. С помощью преобразований Лоренца (8.10) и (8.11) получим $x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $x = 3{,}4 \cdot 10^3$ м; $y = y'$; $y = 2{,}0 \cdot 10^2$ м; $z = z'$; $z = 15$ м; $t = \frac{t' + \beta \frac{x'}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $t = 6{,}0 \cdot 10^{-5}$ с.

2. Ракета движется относительно неподвижного наблюдателя со скоростью $v = 0{,}99$ с. 1) Какое время τ пройдет по часам неподвижного наблюдателя, если для наблюдателя в ракете $\tau_0 = 1$ год? 2) Как изменятся линейные размеры l_0 тел в ракете для неподвижного наблюдателя? 3) Как изменится плотность вещества ρ в ракете для неподвижного наблюдателя?

Решение. 1) По формуле (8.18) $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, откуда $\tau = 7{,}1$ года.

2) Изменение длины тел, находящихся в движении, происходит только вдоль направления, совпадающего с направлением движения.

Изменение размеров тела l_0 вдоль этого направления из (8.15) $l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$, где l_0 — длина тела в состоянии покоя. Отсюда $l \approx 0{,}14\ l_0$.

3) Плотность вещества $\rho = \frac{m}{v}$, где $v = lS$ (причем сечение S перпендикулярное к направлению движения ракеты, не изменяется), а $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, в соответствии с (8.24). Следовательно, $\rho = \frac{m_0}{l_0 S\,(1-\beta^2)}$, или $\rho = \frac{\rho_0}{1-\beta^2}$. Подставив численные значения, получим $\rho = 50{,}2\ \rho_0$.

3. μ-мезоны космических лучей рождаются в верхних слоях атмосферы. При скорости $v = 0{,}995c$ они успевают пролететь до распада $l = 6{,}0 \cdot 10^3$ м. Определить: 1) время жизни μ-мезона для наблюдателя на Земле; 2) собственное время τ_0 жизни μ-мезона; 3) собственную длину пути l_0, пройденную μ-мезоном до распада.

Решение. 1) $\tau = \frac{l}{v}$; $\tau = 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ с; 2) из формулы (8.18) $\tau_0 = \tau\sqrt{1-\beta^2}$, откуда $\tau_0 = 2{,}10^{-6}$ с; 3) из формулы (8.15) $l_0 = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}$, или $l_0 = 6 \cdot 10^4$ м.

4. Два тела движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = v_2 = 2{,}0 \cdot 10^5$ км/с относительно неподвижного наблюдателя. Насколько отличаются скорости их движения относительно друг друга, вычисленные по классической и релятивистской формулам сложения скоростей?

Решение. Согласно классической формуле сложения скоростей, относительная скорость $u_k = v_1 + v_2$, т. е. $u_k = 4{,}0 \cdot 10^5$ км/с. Эта величина больше, чем скорость света $c = 3{,}0 \times 10^5$ км/с. По релятивистской формуле сложения скоростей (8.21) $u_p = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c}}$, или

$u_p = 2{,}8 \cdot 10^5$ км/с. Отличие $\Delta u = u_k - u_p$ равно $\Delta u = 1{,}2 \cdot 10^5$ км/с.

5. Ускоритель разгоняет протоны до кинетической энергии $E_к = 11{,}2\ 10^{-10}$ Дж. 1) С какой скоростью v движутся протоны? 2) Во сколько раз увеличивается их масса m?

Решение. 1) Из (8.26) для кинетической энергии $E_к = m_0c^2 \times \left\{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right\}$. Определим величину v: $E_к + m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$;

$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{m_0^2c^4}{(E_к + m_0c^2)^2}$; $v = c\sqrt{1 - \frac{m_0^2c^4}{(E_к+m_0c^2)^2}}$. Подставив численные значения, получим $v \approx 3 \cdot 10^8$ м/с; $v < c$. 2) Из (8.29) $mc^2 = m_0c^2 + E_к$

или $\frac{m}{m_0} = 1 + E_к/m_0c^2$. Подставив числа, получим $\frac{m}{m_0} \approx 75{,}5$.

6. При какой скорости кинетическая энергия частицы равна ее энергии покоя?

Решение. Из (8.26) $E = E_0 \left\{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right\}$, следовательно, $E = E_0$ при $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 = 1$, откуда $2\sqrt{1-v^2/c^2} = 1$ и $v = c\sqrt{3/4} \approx 0{,}866\ c$.

7. Какой стала бы длина тела по направлению движения относительно неподвижного наблюдателя при $v = c$?

Ответ. Из (8.15) при $v \to c$ $l \to 0$.

8. Собственное время жизни μ-мезона $\tau_0 = 2{,}21 \cdot 10^{-6}$ с. Определить, прилетают ли μ-мезоны, наблюдаемые у поверхности Земли, из мирового пространства или рождаются в земной атмосфере. Скорость μ-мезона относительно Земли принять $v = 0{,}99$ с.

Ответ. Путь по отношению к неподвижному наблюдателю, проходимый μ-мезоном до распада, $l = 5 \cdot 10^3$ м, следовательно, μ-мезоны образуются в атмосфере Земли.

9. Самолет движется со скоростью v навстречу свету, излучаемому неподвижным источником. С какой скоростью v' сближается самолет с фотоном этого света?

Ответ. $v' = c$.

10. Будет ли ускорение тела под действием постоянной силы F оставаться постоянным?

Ответ. Ускорение приблизительно постоянно только при малых скоростях. При больших скоростях v, ввиду зависимости массы от v (8.24), ускорение при $F = \text{const}$ будет уменьшаться с ростом скорости.

11. Какая энергия E выделилась бы при полном превращении 1 г вещества в материю в виде поля?

Ответ. $E = 9 \cdot 10^{13}$ Дж.

12. Какому изменению массы Δm соответствует энергия, вырабатываемая за один час электростанцией мощностью $2{,}5 \cdot 10^3$ МВт?

Ответ. $\Delta m = 1{,}0 \cdot 10^{-7}$ кг.

13. На каждый квадратный метр границы земной атмосферы, расположенной перпендикулярно к солнечным лучам, солнечное излучение ежесекундно приносит энергию $E = 1{,}37 \cdot 10^3$ Дж. Определить: 1) энергию ΔE, излучаемую Солнцем за одну секунду; 2) массу Δm, теряемую Солнцем ежесекундно. Расстояние от Солнца до Земли принять $R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м.

Ответ. 1) $\Delta E \approx 3{,}87 \cdot 10^{26}$ Дж; 2) $\Delta m = 4{,}3 \cdot 10^9$ кг.

Глава 9

ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ И ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

§ 1. Введение в теорию строения атома

Представления об атоме как о наименьшей неделимой частице вещества, положенные в основу кинетической теории газов, объяснили и предсказали ряд экспериментальных явлений. Однако уже в конце XIX века были установлены новые экспериментальные данные, свидетельствующие о сложном строении атома: открытие катодных лучей показало, что электрически нейтральные атомы и молекулы состоят из противоположно заряженных частиц. Экспериментально установленные законы излучения и поглощения энергии атомами (спектральные серии, излучение абсолютно черного тела, фотоэффект) не получили объяснения в рамках классической электродинамики.

Не укладывались в рамки классических представлений также результаты опытов Франка и Герца по взаимодействию свободных электронов с атомами. В одном из вариантов их опыта изучалось взаимодействие вылетевших из раскаленного катода электронов с атомами ртути, встречающимися на их пути. Энергию электронов можно было изменять, изменяя ускоряющий потенциал между катодом и анодом. Перед анодом находилась сетка, на которую подавался небольшой задерживающий потенциал. При упругом столкновении электронов с атомом ртути энергия, приобретенная каждым электроном, не изменялась и электроны достигали анода, создавая ток, регистрируемый гальванометром. С увеличением разности потенциалов между катодом и анодом ток рос за счет увеличения числа электронов, вылетающих из катода. Если бы столкновение было неупругим и электрон отдал бы всю свою энергию атому ртути, он не смог бы пройти область задерживающего потенциала и был бы выловлен сеткой, что вызвало бы снижение анодного тока.

Опыт показал, что при постепенном увеличении ускоряющего потенциала анодный ток растет, однако каждый раз при значениях ускоряющего потенциала, кратных 4,9, а именно: 4,9; 9,8; 14,7 В и т. д., ток резко падает. Из этого следует, что атомы ртути способны поглощать энергию только порциями строго определенной величины, кратной 4,9 В, и, если энергия электрона отличается от этого значения, столкновение электронов с атомами происходит почти без изменения энергии электрона.

Для объяснения этих явлений, носящих *квантовый характер*, потребовалось создание новых представлений о строении атома.

Модель Резерфорда. Исследуя рассеяние α-частиц, проходящих через тонкую металлическую фольгу, английский физик Э. Резерфорд (1871—1937) создал планетарную модель атома. В соответствии с этой моделью атом представляет собой как бы миниатюрную планетарную систему, в которой действуют силы электрического притяжения.

В центре атома находится положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена практически вся масса атома. Вокруг ядра, подобно планетам вокруг Солнца, вращаются отрицательно заряженные электроны.

Самое простое строение имеет *атом водорода*. Положительно заряженное ядро атома водорода было названо *протоном*. Вокруг протона вращается единственный *электрон*. Позднее было установлено, что ядро атома какого-либо элемента состоит из протонов и нейтронов. Нейтрон имеет массу, почти равную массе протона, но, в отличие от него, электрически нейтрален.

Масса электрона составляет приблизительно 1/1840 массы протона и поэтому почти не влияет на атомный вес вещества. Число положительных и отрицательных зарядов атома определяет положение элемента в периодической системе элементов Менделеева. Положительный заряд ядра какого-либо атома равняется порядковому номеру элемента в таблице Менделеева. Число нейтронов в ядре определяется разностью между целым числом, ближайшим к атомному весу элемента, и числом протонов в ядре, или, иными словами, разностью между округленным атомным весом и порядковым номером элемента.

Из условия электрической нейтральности атома следует, что число электронов, вращающихся вокруг ядра, равно числу протонов, содержащихся в ядре атома.

В соответствии с экспериментальными результатами Резерфорда радиус траектории электрона в водородном атоме составляет $0{,}53 \cdot 10^{-10}$ м, диаметр ядра атома водорода равен $2{,}6 \cdot 10^{-15}$ м. Таким образом, объем электронов и ядра в веществе заполняет приблизительно 1/10 000 объема атома. Наглядное представление об относительных размерах атома водорода и его ядра дает такое сравнение: так выглядит шарик сечением в однокопеечную монету внутри сферы диаметром 1 км. Вещество ядра обладает огромной плотностью: 200 млн. т в 1 см^3. Это объясняется тем, что вся масса атома фактически сосредоточена в его ядре. Масса протона приблизительно равна массе нейтрона и равняется $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. Масса электрона составляет $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Классический радиус электрона, r_0, равен $2{,}8 \cdot 10^{-17}$ м. Он определяет расстояние, на котором электростатическая энергия взаимодействия электрона с точечным зарядом такой же величины равна собственной энергии электрона:

$$\frac{e^2}{r_0} = m_0c^2,$$

где e — заряд электрона; c — скорость света в вакууме; m_0 — масса электрона. Сравнение с размерами ядра показало, что даже в одноэлектронном атоме водорода ядро не может вместить свой электрон.

Резерфордовская модель атома хорошо согласовывалась с результатами рассеяния α-частиц атомами вещества, однако она не объяснила ни самого процесса излучения атомов, ни закономерностей в спектрах излучения. В соответствии с законами электродинамики при вращении вокруг ядра электрон должен излучать электромагнитные волны. В результате излучения собственная энергия электрона должна уменьшаться, при этом траектория его будет изобра-

жаться спиралью, и за время порядка 10^{-8} с электрон должен будет упасть на ядро. Такой вывод, полученный на основе представлений классической физики об излучении, противоречил известной стабильности атомов и характеру атомных спектров излучения.

Модель Бора. Датский физик Н. Бор (1885—1962) создал теорию строения атома, лишенную основных недостатков модели атома Резерфорда. При этом ему пришлось кардинальным образом изменить некоторые привычные представления классической физики. Учитывая стабильность атомов и структуру линейных спектров излучения, Бор сформулировал *три постулата**:

1. *Электроны в атоме вращаются вокруг ядра только по определенным стационарным орбитам. Движениям по этим орбитам отвечают стационарные состояния атома, не изменяющиеся во времени без внешних воздействий. Вращаясь по стационарным орбитам, электроны не излучают энергии.*

2. *Стационарным состояниям атома соответствуют разрешенные, дискретные значения энергии электрона.* Этот постулат называется *правилом квантования орбит* и сводится к утверждению, что при движении по стационарным орбитам электрон должен иметь дискретные значения момента количества движения:

$$m_0vr = n\frac{h}{2\pi}, \quad n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots, \tag{9.1}$$

где m_0 — масса электрона, v — его скорость, r — радиус орбиты, h — постоянная Планка, $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с.

3. *Излучение или поглощение энергии атомом происходит только при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую; при этом излучается или поглощается квант световой энергии (фотон). Энергия фотона равна разности энергий электрона на соответствующих стационарных орбитах:*

$$h\nu = E_m - E_n, \tag{9.2}$$

где ν — частота света, E_m и E_n — энергия электрона на m- и n-й орбитах.

Постулаты Бора находятся в принципиальном противоречии с законами классической физики, согласно которым переход тел от одного состояния к другому происходит непрерывно при непрерывном излучении или поглощении энергии.

Классические законы были установлены и проверены в экспериментах с макротелами — телами, содержащими большое количество атомов и имеющими по сравнению с атомом большие размеры. Эти законы оказались неприменимыми к явлениям, происходящим в микромире — системах, размер которых сравним с размерами атома.

Радиусы стационарных орбит и энергии находящихся на них электронов определяются зависимостью энергии атома от радиуса электронной орбиты. Простейшей системой является водородоподобный атом. *Водородоподобным* называется атом, в котором вокруг

---

* Иногда первый и второй постулаты объединяют, тогда боровская теория атома сводится к двум постулатам.

ядра, имеющего заряд Ze, где Z — целое число (порядковый номер элемента в периодической системе), вращается по круговой орбите один электрон.

Энергия электрона в атоме складывается из кинетической энергии движения по орбите $\frac{m_0 v^2}{2}$ и потенциальной энергии в электрическом поле ядра $-\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$, где m_0 — масса электрона, v — скорость его движения по орбите, r — радиус орбиты, ε_0 — электрическая постоянная вакуума

$$E = \frac{m_0 v^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{9.3}$$

Кинетическая энергия определяется из условия, что центростремительное ускорение $\frac{v^2}{r}$ создается силой кулоновского притяжения зарядов $\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Приравнивая создаваемое этой силой ускорение $\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 m_0 r^2}$ центростремительному, получим

$$\frac{m_0 v^2}{2} = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 2r}, \tag{9.4}$$

откуда следует, что *кинетическая энергия электрона обратно пропорциональна радиусу орбиты*. Полная энергия электрона

$$E = \frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{9.5}$$

Из последнего выражения видим, что *при движении электрона вокруг ядра его кинетическая энергия равна половине потенциальной энергии с обратным знаком*. Поэтому полная энергия электрона при изменении радиуса орбиты изменяется так же, как и потенциальная энергия. Следовательно, *чем больше радиус орбиты электрона, вращающегося вокруг ядра, тем больше полная энергия атома*.

Исключив из условия квантования орбит (9.1) и из выражения для кинетической энергии электрона (9.4) его скорость, получим радиус орбиты, по которой движется электрон в атоме:

$$r = h^2 n^2 \frac{\varepsilon_0}{\pi m_0 Z e^2}. \tag{9.6}$$

Подставляя в эту формулу численные значения входящих величин и ряд последовательных целых чисел для n, можно получить набор радиусов стационарных орбит электрона.

Размер атома водорода, вычисленный по формуле (9.6) для $n = 1$ (z для водорода равняется единице), согласуется с величиной, определенной из опытов Резерфорда. Величина $r_1 = a_0 = \frac{h^2}{\pi}\frac{\varepsilon_0}{m_0 e^2} = 0{,}528 \cdot 10^{-10}$ м называется *первым боровским радиусом*. Для

последующих значений n радиус изменяется пропорционально квадрату n:

$$r_n = n^2 r_1. \tag{9.7}$$

Подставив в (9.5) выражение для радиуса орбиты, получим соответствующее ей значение энергии электрона:

$$E = -\frac{m_0 Z^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}. \tag{9.8}$$

Подставляя ряд последовательных целочисленных значений n, называемого *главным квантовым числом*, получим ряд дискретных уровней энергии электрона в атоме. Для $n = 1$ $E_1 = \frac{m_0 Z^2 e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2}$. Для любого уровня с главным квантовым числом n справедливо

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}. \tag{9.9}$$

Таким образом, *ряд разрешенных значений радиусов орбит пропорционален ряду квадратов последовательных чисел, а значения дискретных уровней энергии электрона на этих орбитах относятся, как обратные квадраты ряда последовательных чисел.*

Подставляя известные выражения для энергии n и m-й орбит, получим, согласно третьему постулату Бора, спектральную линию, соответствующую частоте, излучаемой при переходе электрона с m-й на n-ю орбиту:

$$\nu = \frac{m_0 Z^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right). \tag{9.10}$$

Введя обозначение $R = \frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}$, преобразуем это выражение в формулу, совпадающую по виду с экспериментально установленной для спектральных линий водорода ($Z = 1$) (7.40):

$$\nu = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right). \tag{9.11}$$

Величина R, вычисленная через известные атомные константы, совпадает с постоянной Ридберга, определенной из спектральных данных. Это дает возможность объяснить закономерности наблюдаемого спектра водорода, а также графически построить схему энергетических уровней атома водорода (рис. 61).

Горизонтальными линиями представлены энергетические уровни, где n — номер уровня. За начало отсчета по шкале энергий принимается наименьшая энергия атома водорода, т. е. энергия уровня $n = 1$. Уровню $n = \infty$ соответствует значение энергии $E = 0$, что отвечает свободному состоянию электрона, не связанного с ядром. Остальные уровни энергии с ростом главного квантового

числа n располагаются все ближе друг к другу по мере приближения к границе $E = 0$.

Расстояние между двумя энергетическими уровнями равно разности энергий двух состояний атома.

Вертикальные линии соответствуют переходам электронов с верхних энергетических уровней на нижние с излучением квантов энергии $h\nu$, величины которых пропорциональны частотам соответствующих спектральных линий водорода.

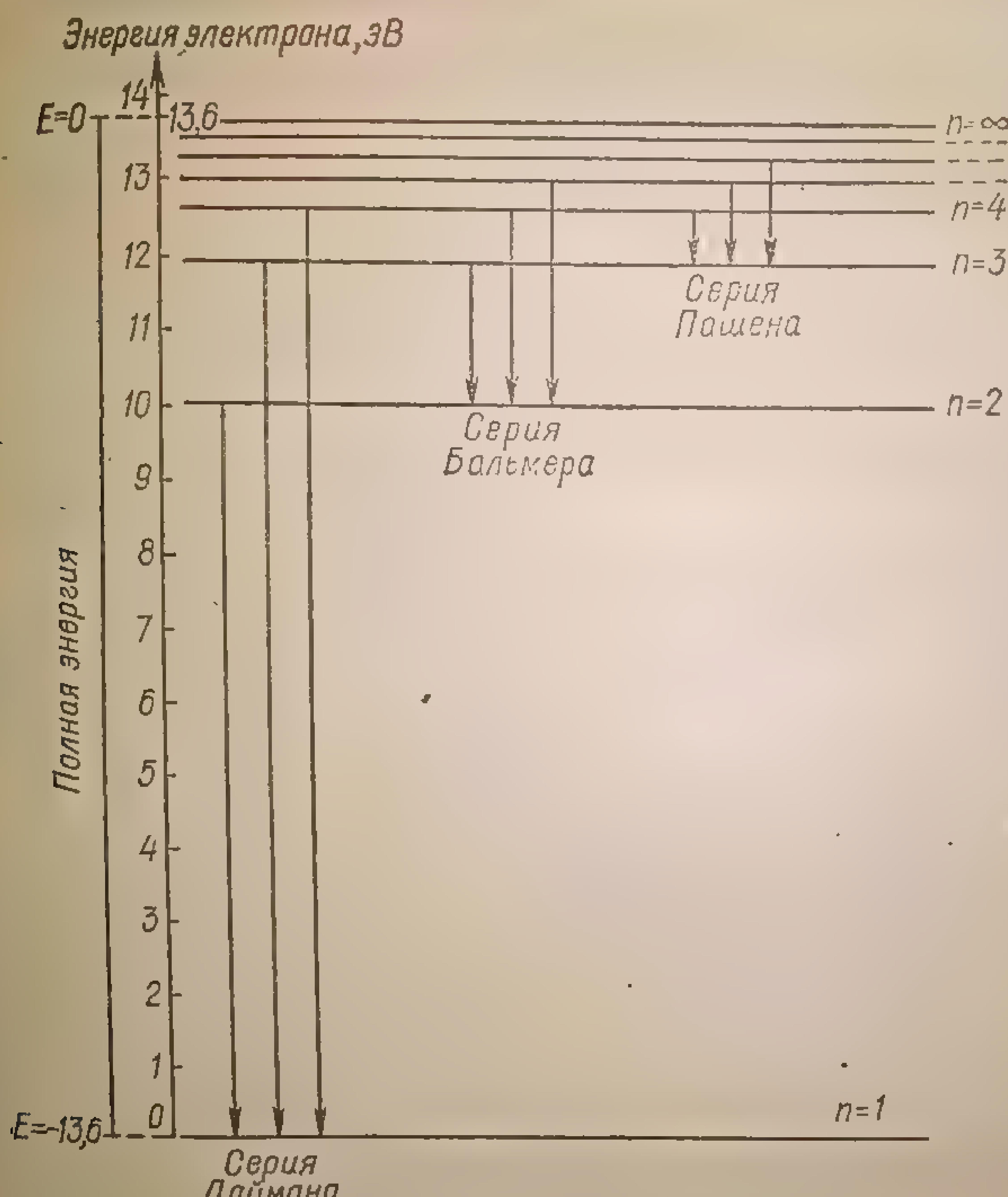


Рис. 61.

Экспериментально обнаруженные серии спектральных линий водорода получают наглядное объяснение: серия Лаймана — переходы с уровней $n > 1$ на уровень $n = 1$; серия Бальмера — переходы с уровней $n > 2$ на уровень $n = 2$; серия Пашена — переходы с уровней $n > 3$ на уровень $n = 3$ и т. д.

Атом, находящийся в энергетическом состоянии с уровнем $n > 1$, нестабилен и через промежуток времени, близкий к 10^{-8} с, переходит в состояние с меньшей энергией, испуская квант энергии, соответствующий переходу. Из низшего энергетического состояния (с $n = 1$) атом не может самопроизвольно, без поглощения

энергии извне, перейти в другое состояние. Отсюда следует, что низшее состояние атома является устойчивым. При нормальных условиях все атомы находятся в низшем, устойчивом состоянии. Сообщая атому энергию, можно его возбудить, т. е. перевести из низшего (нормального) основного состояния в одно из состояний с высшей энергией. В атоме водорода расстояние от низшего энергетического уровня с $n = 1$ до ближайшего уровня с высшей энергией $n = 2$ составляет 10,1 эВ $= 16{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж*. Эта энергия является наименьшей порцией энергии, которую может поглотить атом водорода, находящийся в нормальном состоянии. Величина энергии, которую нужно сообщить атому, чтоб перевести его из состояния с минимальной энергией (с уровня $n = 1$) в состояние с максимальной энергией $E = 0$ (на уровень $n = \infty$), соответствует ионизации атома, т. е. отрыву от него электрона. *Энергия ионизации* по абсолютной величине равна энергии связи электрона в атоме. Для атома водорода энергия ионизации (потенциал ионизации) равна 13,6 эВ $= 2{,}18 \cdot 10^{-19}$ Дж. Это наименьшее количество энергии, которое необходимо для отрыва электрона от свободного невозбужденного атома водорода.

Многоэлектронные атомы. Рентгеновские спектры атомов. Так же, как и в атоме водорода, в более сложных атомах электроны могут вращаться вокруг ядра только по разрешенным орбитам. Орбиты в сложных атомах группируются в систему оболочек, которые можно представить в виде концентрических сфер, окружающих ядро. Каждая оболочка содержит определенное число орбит, на каждой из которых может находиться один электрон. Ближайшая к ядру оболочка, называемая K-оболочкой, содержит две орбиты. В следующей за ней L-оболочке имеется восемь орбит. На третьей, M-оболочке — восемь орбит, на четвертой, N-оболочке — 18 орбит, и т. д.

При переходе электрона с орбиты большего радиуса на орбиту меньшего радиуса выделяется энергия. Однако переход с внешних оболочек на внутренние возможен только в случае, если на последних оболочках окажутся свободные орбиты. Внешние электроны связаны с ядром значительно слабее, чем внутренние: они находятся на большем расстоянии от ядра, и, кроме того, электроны внутренних оболочек в значительной степени экранируют заряд ядра. Поэтому для возбуждения внешних электронов достаточна небольшая энергия. Кванты энергии, излучаемые при переходе таких электронов в невозбужденное состояние, имеют величину порядка нескольких электронвольт, т. е. соответствующие им длины волн приходятся на инфракрасную, видимую или ультрафиолетовую области спектра. Для отделения от атома внутренних электронов нужна гораздо большая энергия, быстро увеличивающаяся с ростом заряда ядра. Поэтому при переходе электронов с внешних оболочек на K-оболочку в тяжелых атомах возможно испускание квантов с энергией в сотни и даже тысячи электронвольт. Такие фотоны высокой энергии называются рентгеновскими лучами.

Рентгеновское излучение возникает в результате потери атомом внутреннего электрона: происходящие при этом быстрые переходы

* В атомной физике используется единица энергии электронвольт: 1 эВ = $= 1{,}60210 \cdot 10^{-19}$ Дж.; это количество энергии, приобретаемой электроном при ускорении разностью потенциалов в 1 В.

внешних электронов на освободившиеся уровни сопровождаются испусканием квантов высокой энергии с малой длиной волны, называемых рентгеновскими лучами.

Внутренние электроны атом может терять в результате бомбардировки его пучком электронов, ускоренных до энергии в несколько тысяч электронвольт. Длина волны рентгеновского излучения сравнима с межатомным расстоянием в твердых телах. Исследование дифракции рентгеновских лучей на кристаллических решетках твердых тел дает возможность, зная длину волны рентгеновских лучей, определять в них межатомные расстояния. Исследования рентгеновских лучей позволяют также определять заряд ядра (порядковый номер элемента Z), так как он связан простым соотношением с энергией связи электрона в атоме, выражаемой через энергию рентгеновского излучения. Это соотношение называется *законом Мозли*:

$$\nu = A (Z - B)^2, \tag{9.12}$$

где ν — частота линии в рентгеновском характеристическом спектре элемента, A и B — константы, Z — порядковый номер элемента в таблице Менделеева.

Недостатки теории Бора. Теория Бора объяснила природу спектральных серий водорода, позволила теоретически определить размеры атома и энергетические уровни электронов для атома водорода.

Недостатком теории Бора является непоследовательность ее построения. Постулаты Бора имеют квантовый характер, в то время как стационарные электронные орбиты и разрешенные уровни энергии атома определяются методами классической механики и электродинамики. Вследствие этого теория Бора оказалась применимой к расчетам только одновалентных атомов, так как в классической механике полное решение имеет задача о движении только двух тел.

Теория Бора не дает возможности рассчитать интенсивность спектральных линий, связанную с вероятностями электронных переходов. Более того, введение Бором квантовых правил для определения орбит и уровней элекронов не было логически обосновано, а явилось скорее гениальной догадкой.

Дальнейшее усовершенствование теории Бора немецким физиком А. Зоммерфельдом (1868—1951) связано с заменой круговых орбит эллиптическими. Это дало возможность применить теорию Бора к многоэлектронным атомам. Однако радикальное модифицирование и создание фундаментальной теории атома связано с возникновением принципиально новых взглядов на явления, происходящие в атомных системах, с развитием представлений о волновых свойствах частиц и созданием квантовой механики.

Задачи

1. Как следует из опытов Франка и Герца, атом ртути переходит в возбужденное состояние, поглощая энергию электрона, прошедшего разность потенциалов 4,9 В. Определите длину волны спектральной линии ртути, излучаемой при переходе возбужденного атома ртути в нормальное состояние.

Решение. В соответствии с теорией Бора, энергия излучаемого кванта равна разности энергий между соответствующими энергети-

ческими уровнями: $h\nu = E_2 - E_1$. В рассматриваемой задаче эта энергия равна энергии электрона, прошедшего разность потенциалов 4,9 В, т. е. $E_2 - E_1 = 4{,}9 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж. Поскольку $\lambda = \frac{c}{\nu}$, $\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$, получаем $\lambda = \frac{hc}{E_2 - E_1}$. Подставляя в формулу значения величин $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с и $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, найдем $\lambda \approx 25 \cdot 10^{-8}$ м.

2. Согласно теории Бора, радиус первой орбиты электрона в атоме водорода $r_1 = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ м. Определите линейную и угловую скорость движения электрона по этой орбите.

Решение. Условием обращения электрона вокруг ядра на расстоянии r_n является равенство действующих на него сил: центростремительной $\frac{mv_n^2}{r_n}$ и кулоновской силы притяжения электрона к ядру $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n^2}$, где ε_0 — электрическая постоянная вакуума. Приравняв эти силы, получим $\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}$, откуда для $n = 1$ линейная скорость электрона равна $v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m r_n}}$. Подставляя численные значения $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, получим для $n = 1$ $v_1 \approx 2{,}2 \cdot 10^6$ м/с. Угловая скорость $\omega_1 = \frac{v_1}{r_1} \approx$ $\approx 4{,}1 \cdot 10^{16}$ $с^{-1}$.

3. Определите частоту и период обращения электрона в атоме водорода для первой и второй орбит.

Решение. Учитывая, что радиус n-й орбиты выражается через радиус первой орбиты по формуле $r_n = n^2 r_1$, найдем $r_2 = 4r_1$. Используя выражение для v_n из предыдущей задачи, определим $v_2 = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m r_2}}$. Период обращения электрона по n-й орбите определяется формулой $T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n}$, частота — $\nu_n = \frac{1}{T_n}$. Подставляя численные значения величин, получим $\nu_1 = 6{,}6 \cdot 10^{15}$ Гц, $T_1 = 1{,}5 \times$ $\times 10^{-16}$ с, $\nu_2 = 8{,}3 \cdot 10^{14}$ Гц, $T_2 = 1{,}2 \cdot 10^{-15}$ с.

4. В спектре испускания водорода есть линия с частотой $\nu =$ $= 4{,}57 \cdot 10^{14}$ Гц. Определить изменение энергии атомов водорода при излучении света, соответствующего данной спектральной линии.

Решение. Изменение энергии атома $E_n - E_m$ равно энергии излученного фотона $h\nu = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с · $4{,}57 \cdot 10^{14}$ $с^{-1} \approx 3{,}03 \times$ $\times 10^{-19}$ Дж.

5. Имеется ли какая-либо связь между частотой обращения электрона вокруг ядра атома водорода и частотой его излучения?

Ответ. Никакой связи между этими частотами нет.

6. Чем определяется частота излучения атома по теории Бора?

Ответ. Частота излучения определяется изменением энергии атома при переходе его с одного разрешенного энергетического уровня на другой.

7. Определите длину волны излучения λ, соответствующего переходу атома водорода из одного энергетического состояния в другое, разница в энергиях которых $\Delta E = 3,027 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Ответ. $\lambda = 65,6 \cdot 10^{-8}$ м.

8. Вычислить электрическую силу и силу тяготения, действующие между электроном и ядром в атоме водорода. Радиус атома принять $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м.

Ответ. Электрическая сила равна $\sim 9 \cdot 10^{-8}$ Н, сила тяготения $4 \cdot 10^{-47}$ Н.

§ 2. Волновые свойства частиц

Корпускулярно-волновые свойства света. В одних явлениях, связанных с распространением света, проявляются его волновые свойства — интерференция, дифракция. В других — проявляются его квантовые свойства — в фотоэффекте, при излучении и поглощении света, в процессах взаимодействия света с веществом.

Свет обладает одновременно и волновыми и квантовыми свойствами, по-разному проявляющимися в разных явлениях. Однако с уменьшением длины волны света ослабляются его волновые свойства и ярче проявляются квантовые.

Эффект Комптона. Опыты Комптона по рассеянию рентгеновских лучей веществами, состоящими из атомов легких элементов, показали, что рассеянные рентгеновские лучи имеют бо́льшую длину волны λ', чем падающие λ. При этом разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ зависит от свойств рассеивающего вещества и длины волны падающего света:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_к \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Величина $\lambda_к$, постоянная для всех веществ, называется *комптоновской длиной волны*, $\lambda_к = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м. Это явление, называемое эффектом Комптона, невозможно объяснить волновой теорией света. В квантовой теории наблюдаемое увеличение длины волны излучения при рассеянии объясняется взаимодействием фотонов падающего излучения с электронами атомов и молекул. Часть энергии падающего фотона, передаваемая электронам рассеивающего вещества, зависит от угла рассеяния фотона. При $\theta = \pi$, т. е. при условии, что после рассеяния фотон полетит в сторону, противоположную первоначальному направлению, потеря фотоном энергии будет максимальной, что и приводит к максимальному увеличению длины волны излучения.

Световое давление. Некоторые свойства, например давление, могут быть рассмотрены одновременно в электромагнитной и в квантовой теории. Согласно электромагнитной теории света, давление p, оказываемое световым потоком мощностью W, падающим нормально на единичную поверхность, равно $\frac{W}{c}(1 + R)$, где R — коэффициент отражения света поверхностью; c — скорость света. Для абсолютно черного тела ($R = 0$) $p = \frac{W}{c}$, для абсолютно отражающего тела

$(R = 1)$ $p = \frac{2W}{c}$. Согласно квантовой теории света, фотоны переносят импульс, равный $\frac{h\nu}{c}$, следовательно, они должны оказывать давление на поглощающую стенку $\frac{h\nu}{c}$ и удвоенное давление — на полностью отражающую, так как при этом их импульс меняется с $\frac{h\nu}{c}$ на $-\frac{h\nu}{c}$. Если на единичную поверхность за 1 с падает N фотонов светового потока с частотой ν, несущего энергию $W = N \cdot h\nu$, то общий переданный фотонами импульс при коэффициенте отражения R

$$p = \frac{N \cdot h\nu}{c}(1 + R) = \frac{W}{c}(1 + R), \quad (9.13)$$

т. е. электромагнитная и квантовая теория дают совпадающие результаты. Однако в электромагнитной и квантовой теориях света используют существенно различные представления. Понятие электромагнитной волны в применении к свету предполагает существование волны в определенной области пространства, способной вместить хотя бы несколько длин волн света. Кванты света рассматриваются как частицы, локализованные в очень малом объеме пространства. Представление о световой волне предполагает непрерывное распределение энергии в пространственной волне; представление о квантах предполагает локализацию энергии в малой части пространства. Оба эти, казалось бы, несовместимые представления отражают единство корпускулярно-волновой природы света, проявляющейся при распространении света и его взаимодействии с веществом.

Волны де Бройля. Французский физик Луи де Бройль применил корпускулярно-волновую трактовку и к частицам вещества: поскольку свет обнаруживает корпускулярные свойства, то и частицы вещества должны обнаруживать волновые свойства. Используя уже принятые для света корпускулярное и волновое представления, а также связывающее их квантовое правило, де Бройль аналогичным образом выразил длину волны через характеристики частицы.

Для света корпускулярная точка зрения определяет энергию и импульс соответственно выражениями $E = mc^2$ и $p = mc$. Квантовое правило для выражения энергии дает формулу $E = h\nu$. Волновая точка зрения для длины волны света дает выражение $\lambda = \frac{c}{\nu}$. Из этих соотношений следует $p = mc = \frac{mc^2}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$, или $\lambda = \frac{h}{p}$. То же самое соотношение определяет длину волны частицы вещества:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}. \quad (9.14)$$

Введя в правило квантования момента количества движения электрона $m_0vr = \frac{nh}{2\pi}$ импульс электрона, выраженный через длину волны, получим соотношение $n\lambda = 2\pi r$. Из него следует, что на

длине разрешенной, стационарной орбиты электрона должно укладываться целое число длин волн. Таким образом, требование существования разрешенных орбит, формально введенное постулатом Бора, приобретает четкий физический смысл: *разрешенные орбиты — это орбиты, допускающие образование на них стоячих волн электрона.*

Для прямолинейного движения частиц де Бройль предложил выражение, составленное по аналогии с уравнением для распространяющейся плоской световой волны в комплексной форме:

$$\psi = \psi_0 e^{i\left(\omega t - \frac{x}{\lambda}\right)}, \tag{9.15}$$

где $\lambda = \frac{h}{p}$, x — координата, t — время, ψ_0 — максимальная амплитуда волны. Волны, описываемые уравнениями (9.14—9.15), получили название волн де Бройля. Таким образом, *волны де Бройля* — это бегущие волны для свободно движущихся электронов или стоячие волны для электронов, связанных в атомах.

Волны де Бройля не являются волнами движущегося вещества, интерпретация их не имеет аналога в классической физике.

Предположение де Бройля о существовании волновых свойств частиц носит всеобщий характер: волновыми свойствами должен обладать электрон, протон, нейтрон, атом, молекула, любой движущийся объект. Однако объекты, обладающие большими массами и движущиеся с обычными скоростями, будут иметь, согласно формуле (9.14), настолько малую длину волны λ по сравнению с размерами самих объектов, что явлениями интерференции и дифракции для них можно полностью пренебречь. Волновые свойства света отчетливо проявляются в случаях, когда длина волны сравнима с размерами тел, с которыми свет взаимодействует. Длины волн электронов в обычных условиях имеют порядок атомных размеров, следовательно, для них характерны эффекты, наблюдаемые обычно для рентгеновских лучей. Для таких малых длин волн можно наблюдать дифракцию на атомных кристаллических решетках.

Исследование волновых свойств частиц. Существование волновых свойств вещества было обнаружено при наблюдении картин дифракции пучков частиц. Четкие картины интерференции и дифракции дают пучки электронов, обладающие почти одинаковыми импульсами. Эти картины очень похожи на аналогичные оптические картины интерференции и дифракции.

Изменяя величину количества движения электронов и измеряя наблюдаемую в дифракционных картинах длину волны, можно получить соотношение между этими величинами. Оно оказалось равным известному соотношению $\lambda = \frac{h}{p}$. Это соотношение де Бройля справедливо для любого вида частиц. Однако для больших энергий частиц необходимо учитывать релятивистские поправки.

Волновые свойства частиц обнаружены при наблюдении картины дифракции пучка электронов на кристаллах. Измеряя углы рассеяния и используя соотношения Брегга, можно определить длину волны электронов. При этом, зная величину потенциала, использованного для ускорения пучка электронов, можно вычислить их скорость, а затем, используя соотношение де Бройля,

получить независимое значение длины волны электрона. Определенное таким способом значение длины волны электрона полностью совпадает с величиной длины волны, найденной из дифракционной картины.

Волновые свойства электронов были также обнаружены в опытах с потоком электронов при большой скорости, который пропускался через тонкую металлическую фольгу на фотографическую пластинку. После проявления фотопластинки на ней вместо одного пятна была видна дифракционная картина из колец различной интенсивности, похожая на картины, получающиеся при дифракции рентгеновских лучей на кристаллах. Однако эта дифракционная картина была обусловлена не рентгеновскими лучами, которые могли бы возникнуть при соударении быстрых электронов с металлом, потому что наложение магнитного поля вызывало смещение дифракционной картины, подтверждая наличие потока заряженных частиц.

В настоящее время волновые свойства электронов очень хорошо изучены и широко используются в современных *электронных микроскопах* и *электронографах* для исследования структуры кристаллических тел.

Задачи

9. Сколько фотонов рентгеновского излучения с длиной волны $1{,}5 \cdot 10^{-9}$ м должно падать в секунду на поверхность абсолютно черного тела площадью 2,4 см^2, чтобы оказать на него такое же давление, какое создается солнечным светом на черную поверхность, полностью поглощающую лучи и находящуюся на орбите Земли? Как изменится ответ, если считать, что солнечные лучи падают на зеркальную поверхность, полностью отражающую их? Солнечная постоянная равна $J_c = 1370$ Дж/м$^2 \cdot$ с.

Решение. Поскольку давление рентгеновского излучения и солнечного света должно быть одинаковым, можно записать $\frac{J_c}{c} = \frac{J_p}{c}$.

Давление света выражается формулой $p = \frac{J}{c}$, где J является интенсивностью излучения, которую можно найти из соотношения $J = \frac{E}{st}$. Поскольку солнечная постоянная известна, из последнего соотношения найдем энергию излучения E, затем и число фотонов N, так как $E = \varepsilon N$, где ε — энергия одного фотона рентгеновского излучения, в соответствии с формулой Планка, равная $\frac{hc}{\lambda}$. Так как давление на зеркальную поверхность вдвое больше, чем на черную, то во втором случае число фотонов должно быть вдвое больше, чем в первом. На основании равенства интенсивностей излучения имеем $J_c = \frac{E}{st} = \frac{\varepsilon N_1}{st} = \frac{hcN_1}{\lambda st}$, откуда $N_1 = \frac{J_c \lambda st}{hc}$. Подставив численные значения величин, получим число фотонов рентгеновского излучения $N_1 = 2{,}5 \cdot 10^{15}$; так как давление света на зеркальную поверхность выражается формулой $p = \frac{2J}{c}$, то $N_2 = 2 \cdot N_1 = 5 \cdot 10^{15}$.

10. Вычислить длину волны светового кванта с энергией $1,6 \times \times 10^{-18}$ Дж и длину волны де Бройля электрона и протона с такой же энергией.

Решение. Длина волны светового кванта $\lambda_{кв} = \frac{h}{p} = \frac{hc}{E}$, длина волны электрона $\lambda_0 = \frac{h}{p_0} = \frac{h}{\sqrt{2m_0E}}$, длина волны де Бройля протона $\lambda_p = \frac{h}{p_p} = \frac{h}{\sqrt{2m_pE}}$. Подставив численные значения $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг, получим $\lambda_{кв} = 12,4 \cdot 10^{-8}$ м; $\lambda_0 = 3,9 \cdot 10^{-10}$ м; $\lambda_p = 9 \cdot 10^{-12}$ м.

11. Почему при рассеянии на кристаллах медленных нейтронов (энергия $\sim 10^{-21}$ Дж) наблюдаются резкие дифракционные явления, в то время как для более быстрых нейтронов (энергия $\sim 10^{-17}$ Дж) эти явления незаметны?

Решение. Достаточно медленные нейтроны имеют, в соответствии с уравнением де Бройля $\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{mv}$, длину волны порядка атомных размеров, что является подходящим условием для возникновения дифракционных картин. Быстрые нейтроны имеют длину волны, значительно меньше межатомных расстояний, что исключает возможность дифракции.

12. Масса микроба порядка 10^{-15} кг. Определить для него длину волны де Бройля λ, если скорость передвижения его равна 10^{-6} м/с (порядка 10 см в день).

Ответ. $\lambda = 6,62 \cdot 10^{-13}$ м, т. е. даже для таких малых макрообъектов, как микроб, длина волны настолько мала, что волновыми свойствами можно пренебречь.

13. Пучок электронов ускоряется потенциалом 100 В. Определить для них длину волны де Бройля.

Ответ. $\lambda = 1,23 \cdot 10^{-10}$ м.

§ 3. Основные идеи и принципы квантовой механики

Накопившиеся многочисленные экспериментальные данные по фотоэлектрическому эффекту, атомным спектрам, волновой природе электронов показали неспособность классической механики описать свойства электронов. Возникла необходимость в совершенно ином, принципиально новом подходе. Развитие нового подхода привело к созданию *квантовой механики.*

Уравнение Шредингера. В квантовой механике, учитывающей волновые свойства частиц вещества, описание состояния частицы и описание ее движения принципиально отличается от способа, принятого в классической механике.

В классической механике описание состояния частицы задается значениями координат и скорости частицы в некоторый момент времени. В квантовой механике описание состояния частицы задается вероятностью нахождения ее в определенный момент времени в определенной области пространства. Волновые свойства любого

движущегося объекта в квантовой механике характеризуются *волновой функцией* или *пси-функцией*, зависящей от четырех переменных — трех координат и времени: $\psi(x, y, z, t)$. ψ-Функцию называют *функцией Шредингера*, в честь австрийского физика Э. Шредингера, создавшего в 1926 году основополагающие работы в области квантовой механики. Квантовая механика возникла на основе обобщения оптико-механической аналогии между распространением света и движением частиц. Она относится к старой классической механике, как волновая оптика к геометрической. Шредингер разработал общий метод нахождения волновых функций и метод решения квантовых задач для любого вида движения частиц в заданном потенциальном поле. По своему значению в квантовой механике уравнение Шредингера аналогично основному закону классической механики — второму закону Ньютона. Уравнение Шредингера дает возможность решать задачи, связанные с движением микротел, так же, как второй закон Ньютона—описывать движение макротел.

Законы квантовой механики выражаются в сложной математической форме Решение уравнения Шредингера для движения определенной частицы дает ψ-функцию, которая является основной характеристикой состояния этой частицы в квантовой механике.

Вероятностная интерпретация (первый принцип квантования). В отличие от классической механики, в которой распространение волны связано с движением реальной среды, в квантовой механике волны нельзя рассматривать как физическую реальность, так как ψ-функция имеет комплексный характер. Однако квадрат модуля ψ-функции — $|\psi|^2$ является вещественным числом, имеющим физический смысл: величина $|\psi|^2$ определяет вероятность нахождения частицы в данной определенной точке пространства и называется плотностью вероятности. Вероятность $\Delta\omega$ того, что частица, характеризующаяся волновой функцией ψ, находится в элементе объема ΔV, выражается зависимостью

$$\Delta\omega = |\psi|^2 \Delta V. \tag{9.16}$$

Решение уравнения Шредингера для электронов в атомах, молекулах и твердых телах показало, что электроны, находящиеся в связанном состоянии, могут иметь только дискретные значения энергии.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга (второй принцип квантования). ψ-Функция отлична от нуля в целой области пространства, следовательно частицу можно обнаружить в любой точке этой области. В определенный момент времени частице нельзя приписать точное положение в пространстве. Корпускулярно-волновой дуализм микрообъектов не позволяет одновременно характеризовать их положением в пространстве и скоростью движения (или импульсом). Математически второй принцип квантования выражается неравенством, известным под названием *соотношение неопределенностей:* произведение неопределенности в значении координаты Δx на неопределенность в значении соответствующей компоненты импульса Δp_x не может быть величиной, меньшей, чем постоянная Планка h:

$$\Delta x \Delta p_x \geqslant h. \tag{9.17}$$

Это соотношение впервые было установлено немецким физиком В. Гейзенбергом. Соотношение неопределенности справедливо для

любого движения, как в микро-, так и в макромире, однако для макроскопического движения оно практически не существенно.

Соотношением, подобным (9.17), связаны и другие характеристики микрообъектов. Если частица некоторое время t находится в энергетическом состоянии, характеризуемом энергией E, то величины E и t могут быть заданы одновременно с точностью, определяемой соотношением

$$\Delta E \Delta t \geqslant \hbar, \qquad (9.18)$$

где ΔE и Δt — неопределенности в значении энергии и времени.

Из (9.18) следует: чем точнее измерена одна величина, тем с меньшей точностью можно предсказать результат измерения другой величины.

Универсальный характер соотношений неопределенности привел Бора к созданию *принципа дополнительности:* любое использование классических представлений приводит к отказу от использования других классических представлений, в разных аспектах одинаково необходимых для объяснения явления.

Атом водорода в квантовой механике. В квантовой механике энергия электрона в атоме водорода определяется таким же выражением, как и в теории Бора (9.9), что дает возможность объяснить природу спектральных серий. Преимущества же квантовой механики состоят в том, что она дает возможность понять причины различных интенсивностей спектральных линий, объяснить изменения в спектрах, возникающие при действии на атом магнитного (*эффект Зеемана*) и электрического (*эффект Штарка*) полей. В квантовой механике решение задачи о движении электрона в атоме состоит из нескольких этапов: 1) определение возможных значений энергии электрона, 2) нахождение ψ-функции, являющейся решением уравнения Шредингера при соответственном значении энергии, 3) определение вероятности нахождения электрона по квадрату модуля ψ-функции в разных участках пространства.

Величина различных возможных значений энергии определяется, как и в теории Бора, главным квантовым числом n: $E = -\frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$. Однако оказывается, что волновая функция, отвечающая каждому из возможных значений энергии, зависит, кроме главного квантового числа n, еще от двух целых чисел l и m, связанных с главным квантовым числом. Эти квантовые числа имеют важный физический смысл, l называется *азимутальным квантовым числом*, m — *магнитным квантовым числом.* Эти числа определяют вид ψ-функции, т. е. пространственную вероятность распределения электрона. С ними связаны также важные механические величины, характеризующие движение электрона.

Азимутальное квантовое число определяет *абсолютную величину орбитального момента количества движения* электрона. В теории Бора момент количества движения электрона (произведение импульса $p = m_0 v$ на радиус кривизны траектории r) при движении по круговой орбите определялся главным квантовым числом (9.1). В квантовой механике момент количества движения электрона L по абсолютной величине определяется азимутальным квантовым числом l:

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\frac{h}{2\pi}. \qquad (9.19)$$

При этом оказывается, что значения, которые может принимать азимутальное квантовое число, определяются главным квантовым числом: при значении главного квантового числа n, азимутальное число может принимать значения

$$l = 0, 1, 2, \ldots, n-1, \tag{9.20}$$

в зависимости от которых момент количества движения может принимать ряд значений, от наименьшего, равного нулю при $l = 0$, до максимально возможного $L = \sqrt{n(n-1)}\,\frac{h}{2\pi}$ при $l = (n-1)$.

Момент количества движения является *вектором*. Он образует с радиус-вектором r и вектором скорости v правовинтовую систему. Полностью определенным можно считать вектор, если задана его абсолютная величина и направление. Магнитное квантовое число m определяет величину проекции вектора орбитального момента количества движения на координатную ось z, тем самым полностью определяя вектор момента количества движения электрона:

$$L_z = m\frac{h}{2\pi}, \tag{9.21}$$

причем магнитное квантовое число при заданном l может принимать значения

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l. \tag{9.22}$$

Таким образом, каждому значению энергии электрона, определяемому главным квантовым числом, отвечает несколько возможных значений момента количества движения электрона на орбите.

Пространственное представление о движении электрона в разных состояниях дают не траектории движения электрона, а определенные области пространства, в которых с определенной вероятностью может находиться электрон. Изображая определенное состояние электрона, удобнее говорить об электронном облаке, имеющем определенную конфигурацию. Для некоторых состояний электрона вероятность нахождения его в непосредственной близости и даже внутри ядра отлична от нуля. Существованием этой вероятности объясняется *захват электрона ядром (К-захват)*.

Электрон, двигаясь по орбите, создает электрический ток. Ток в кольцевом проводнике создает магнитное поле, подобное полю магнита. Магнитное поле замкнутого тока удобно определять его магнитным моментом. Абсолютная величина магнитного момента, создаваемого электроном в атоме:

$$M_l = \frac{e\hbar}{2m_0c}\sqrt{l(l+1)}, \tag{9.23}$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; e, m_0 — заряд и масса электрона, l — азимутальное квантовое число.

Проекция магнитного момента на ось z определяется выражением

$$M_{lz} = \frac{me\hbar}{2m_0c}. \tag{9.24}$$

В выражение магнитного момента одноэлектронного атома и его проекции входит постоянная величина $\frac{e\hbar}{2m_0c}$, называемая *магнетоном Бора*,

$$\mu_Б = \frac{e\hbar}{2m_0c}. \tag{9.25}$$

Если атом находится в состоянии $l = 0$, его магнитный момент, как и орбитальный момент количества движения, равен нулю. Такое состояние называется s-состоянием. Нельзя говорить о вращении электрона, находящегося в s-состоянии, вокруг ядра (иначе он должен иметь отличный от нуля момент количества движения). Правильнее утверждать, что в s-состоянии одинакова вероятность нахождения электрона в любой точке поверхности сферы, имеющей радиус, соответствующий главному квантовому числу.

Величина отношения магнитного M_l и механического L орбитальных моментов электронов в атоме (гиромагнитное отношение), определенная из уравнений (9.19) и (9.23), является постоянной величиной для любого состояния электрона в атоме:

$$\frac{M_l}{L} = \frac{e}{2m_0c}. \tag{9.26}$$

Итак, *значение энергии электрона в атоме* определяется только главным квантовым числом n. ψ-Функция, описывающая состояние электрона в атоме, определяется тремя квантовыми числами n, l и m. Каждому главному квантовому числу n отвечает ряд возможных значений азимутального квантового числа $l = 0, 1, \ldots, (n-1)$ и магнитного квантового числа $m = 0, \pm 1, \ldots, \pm l$. Определенному значению энергии атома соответствует несколько разных состояний, описываемых ψ-функциями с одинаковым главным квантовым числом и разными остальными квантовыми числами.

Состояния, отвечающие одному определенному значению энергии и различающиеся видом ψ-функций, называются *вырожденными*. В атоме водорода имеются вырожденные состояния. Однако в электрическом и магнитном полях энергия атома зависит и от остальных квантовых чисел. В атоме водорода, помещенном в электрическое или магнитное поле, снимается вырождение, но поскольку энергетические уровни для одного и того же главного квантового числа уже не будут одинаковы, появится расщепление спектральных линий. Такое расщепление линий наблюдается экспериментально в эффектах *Зеемана* и *Штарка*.

Для вычисления интенсивностей спектральных линий нужно найти вероятности переходов электрона между теми состояниями, которые ответственны за появление этой линии в спектре. Расчеты показали, что вероятность перехода между некоторыми состояниями равна нулю, такие переходы называются *запрещенными*. Квантовая механика объяснила, почему в обычных условиях отсутствуют спектральные линии, отвечающие таким переходам, и обосновала установленные эмпирически правила отбора для возможных переходов.

Квантовая механика дает возможность решать задачу о движении электрона не только в одноэлектронном атоме. Однако для

более полного и глубокого представления о структуре атомов понадобилась еще одна гипотеза — о существовании *собственного момента количества движения электрона* и еще один принцип квантования — *принцип Паули*.

Физический смысл боровских орбит в квантовой механике. Соотношение неопределенностей для электрона, находящегося в атоме, не исключает возможность представить траекторию, по которой движется электрон в атоме. В таком случае возникает вопрос, какой физический смысл можно вложить в понятие боровской орбиты. Расчеты, проведенные в квантовой механике, показали, что вероятность нахождения электрона в некоторой точке атома для основного, невозбужденного состояния зависит только от расстояния электрона от ядра. Это значит, что имеется одинаковая вероятность нахождения электрона во всех точках на сфере некоторого радиуса с центром в ядре атома. Однако эта вероятность различна для разных расстояний от ядра. Из расчетов следует, что максимум вероятности соответствует расстоянию от ядра, равному для основного состояния первому боровскому радиусу. Боровские орбиты электрона в атоме представляют собой геометрическое место точек, в которых может быть обнаружен электрон с наибольшей вероятностью.

В квантовой механике s-состояние электрона в атоме характеризуется сферически симметричным распределением электронного облака вокруг атомного ядра. Наибольшее значение плотности облака соответствует расстоянию от ядра, равному первой боровской орбите. В теории Бора вероятность нахождения электрона в атоме отлична от нуля только для расстояний, соответствующих боровским орбитам.

Спин электрона. Квантовая механика не смогла объяснить природу экспериментально наблюдаемого расщепления некоторых спектральных линий. Голландские физики Уленбек и Гоудсмит в 1925 г. выдвинули гипотезу, согласно которой электрон обладает собственными механическим и магнитным моментами. Собственный момент количества движения электрона называют *спином*.

С классической точки зрения введение спина означает допущение того, что электрон, представленный моделью в виде шарика, заполненного отрицательным электричеством, вращается вокруг одного из своих диаметров. Закономерности в спектрах получают объяснение, если предположить, что спин может иметь только две пространственных ориентации, вызывающие расщепление каждого энергетического уровня на два близко расположенных уровня. Переходы на эти уровни и приводят к появлению спектральных дублетов.

Эта гипотеза требовала экспериментальной проверки и непосредственного доказательства существования спина электрона. Из квантовой теории следует, что проекции собственного *момента количества движения электрона*, имеющего всего две возможных ориентации, на определенную ось могут принимать значения только $\pm \frac{1}{2} \hbar$. Соответственно этому *собственный магнитный момент электрона* также может иметь только две пространственные ориентации. Эта гипотеза была использована для объяснения эксперимента Штерна и Герлаха (1921 г.), подтвердившего существование спина

и двух его возможных ориентаций. В их опыте пучок атомов металла с единственным валентным электроном, находящимся в s-состоянии, проходил между полюсами электромагнита, создававших неоднородное магнитное поле. Пучок атомов мог разделяться в таких условиях на два потока только за счет спина электрона, так как орбитальный магнитный момент у электронов в s-состоянии равен нулю. Полученное экспериментально расщепление пучка атомов в неоднородном магнитном поле подтвердило существование спина и величину его возможных проекций $+\frac{1}{2}\hbar$ или $-\frac{1}{2}\hbar$.

Принцип Паули. Спин электрона позволил объяснить тонкую структуру спектров и эффект Зеемана. Стало очевидным, что и многие другие трудности квантовой механики исчезнут, если в нее будет введена новая характеристика электрона — спин.

Изучая закономерности в спектрах атомов, швейцарский физик В. Паули (1900—1958) установил принцип, согласно которому *в атоме в каждом состоянии, характеризуемом четырьмя квантовыми числами n, l, m, S, может находиться не более одного электрона.* К перечисленным ранее возможным значениям первых трех квантовых чисел следует добавить возможные значения квантового числа, определяющего спин электрона (в единицах $\hbar$):

$$S = \pm\frac{1}{2}. \qquad (9.27)$$

Периодическая система элементов Д. И. Менделеева. Принцип Паули имел большое значение для понимания внутренней структуры атомов и теоретического обоснования построения периодической системы элементов. В сложных атомах из-за взаимного влияния входящих в их состав электронов снимается вырождение, характерное для атома водорода, и энергия каждого электрона определяется всеми четырьмя квантовыми числами n, l, m, S. Установленная в квантовой механике связь между возможными значениями всех квантовых чисел позволяет определить число возможных энергетических состояний при заданном n. В соответствии с принципом Паули, число состояний определяется максимальным числом электронов в атоме с заданным главным квантовым числом. При определенном значении n азимутальное квантовое число l может принимать значения $l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$, всего n значений. Для каждого фиксированного значения l магнитное квантовое число m может принимать значения $m=0, \pm 1, \pm 2, \pm \ldots, \pm l$, всего $(2l+1)$ значений. Например, при $l = 0$ (s-состоянии) m может иметь всего одно значение, при $l = 1$ (p-состояние) — три значения, при $l = 2$ (d-состояние) — пять значений, при $l = 3$ (f-состояние) — семь значений и т. д. Вид электронных облаков для различных квантовых состояний электрона приведен на рис. 62.

Квантовое число S для каждого состояния с определенными n, l, m может принимать два значения, что вдвое увеличивает число рассмотренных до этого состояний: в s-состоянии может находиться 2 электрона, в p-состоянии — 6, в d-состоянии — 10 и т. д. Суммарное число состояний для определенного значения n равно: $2[1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1)]$. Выражение в скобках представляет собой сумму членов арифметической прогрессии. Учитывая это, находим, что максимальное число электронов в атоме, имеющих значение

главного квантового числа n, равно $2n^2$. Значит, в состоянии при $n=1$ может быть не больше 2 электронов, при $n=2$ — не более 8 электронов, при $n=3$ — не более 18 электронов, при $n=4$ — не более 32 электронов и т. д.

Число электронов на каждом энергетическом уровне и порядок заполнения ими энергетических уровней, который дают квантовомеханические расчеты, объясняют структуру периодической системы элементов. Порядковый номер элемента Z определяет заряд ядра

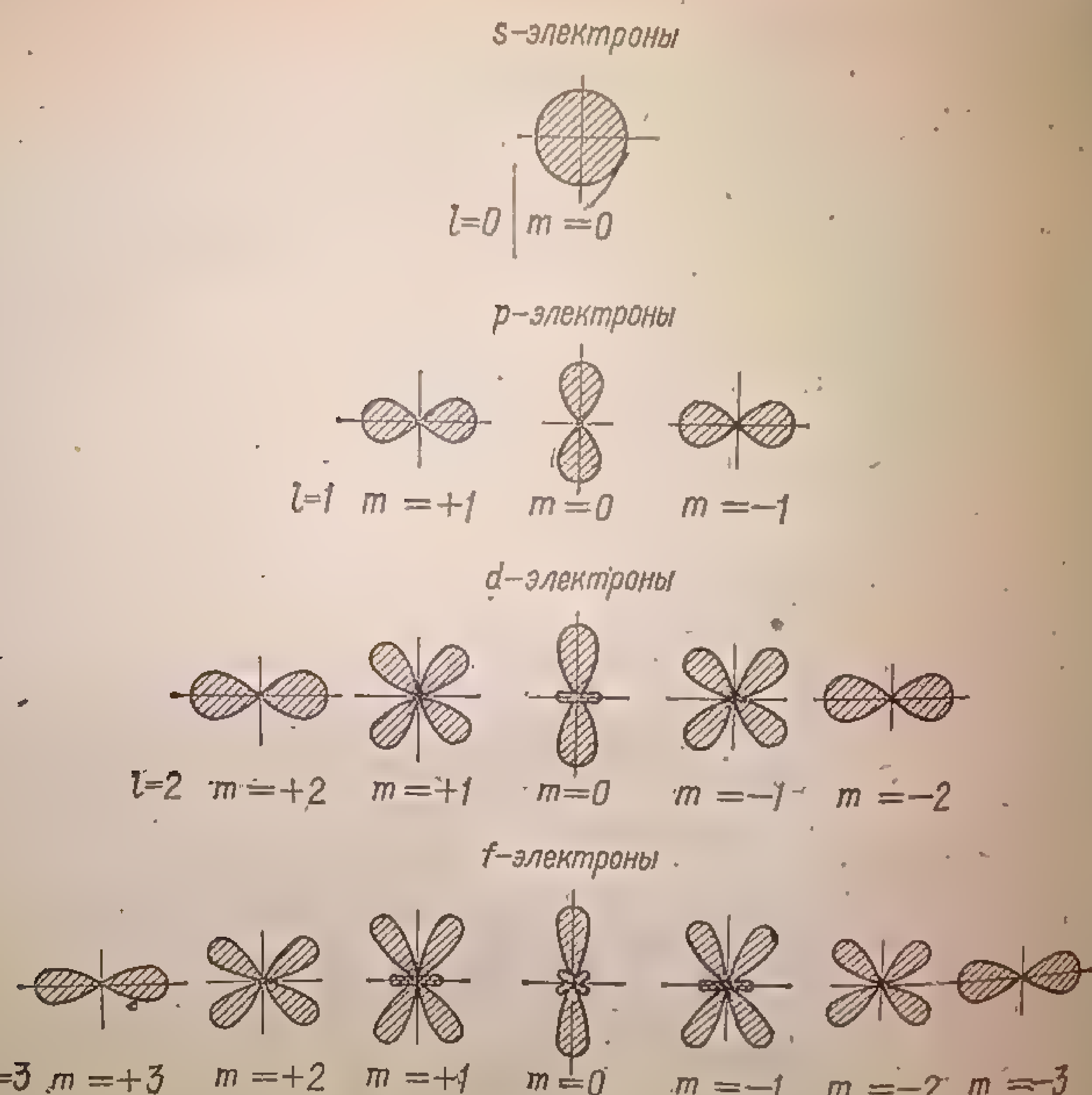


Рис. 62.

и одновременно число электронов в атоме. В первом периоде таблицы размещены всего два элемента. В состоянии с $n = 1$ не может находиться более двух электронов. Во втором периоде размещаются элементы с порядковыми номерами от $Z = 3$ до $Z = 10$. В атомах элементов этого периода два электрона находятся в нижайшем состоянии, а остальные последовательно заполняют высшие энергетические состояния $n = 2$, сначала 2 s-состояния, затем 2 p-состояния. У последнего элемента второго периода полностью заполнены уровни с $n = 1$ и $n = 2$. Элементы третьего периода с номерами Z от 11 до 18 являются атомами, у которых на низших уровнях с $n = 1$ и $n = 2$ находится 10 электронов, остальные размещаются на уровнях с $n = 3$, где может находиться 18 электронов. Однако в третьем периоде заполняются только s- и p-состояния атомов — всего восемь состояний, d-состояния в третьем периоде не заполня-

ются в связи с тем, что энергия $3d$-состояний оказывается выше энергии $4s$-состояний, поэтому атомы с порядковыми номерами больше $Z = 18$ образуют четвертый период таблицы Менделеева. Дальнейшая последовательность заполнения энергетических уровней определяется тем же правилом, в соответствии с которым сначала заполняются низшие энергетические уровни, затем — высшие.

Периодический закон изменения химических свойств элементов, открытый русским химиком Д. И. Менделеевым (1834—1907), отражает глубокие закономерности строения атомов.

Химические свойства атомов проявляются при образовании молекул. При этом процессе сближаются и взаимодействуют прежде всего электронные оболочки атомов, строение которых определяется зарядом атомного ядра. Этим объясняется расположение элементов в таблице в порядке возрастания заряда ядра, а также тождественность химических свойств атомов-изотопов, различающихся массами ядер, имеющих равные заряды.

Номер группы, в которую входит элемент, равен числу электронов на последней из занятых оболочек атома. Все элементы группы обладают сходными химическими свойствами, откуда следует, что химические свойства атомов определяются электронами, расположенными на последней, заполняющейся оболочке. Эти электроны называются валентными, они определяют валентность элемента. Атомы с целиком заполненными оболочками не имеют валентных электронов. Это химически неактивные *инертные газы*, заполняющие нулевую группу. С возрастанием числа электронов на последней оболочке свойства элементов изменяются от основных к кислотным. Периодичность химических свойств объясняется тем, что число внешних электронов в атоме, определяющих химические свойства элементов, периодически повторяется по мере заполнения атомных оболочек элементов.

Определяющее влияние внешних электронов, а не всей совокупности атомных электронов связано с тем, что при химических превращениях выделяется и поглощается энергия порядка нескольких электронвольт, что достаточно для изменения состояния внешних электронов и слишком мало для изменения энергии внутренних электронов. С этим связано изменение *оптических спектров* при образовании молекул, в то время, как *рентгеновские спектры* соединений представляют собой наложение излучений элементов, входящих в это соединение.

Задачи

14. С какой точностью можно определить, используя соотношение неопределенности, скорость капли в опыте Милликена по определению заряда электрона? Диаметр капли — порядка 10^{-6} м. Удовлетворительной можно считать точность определения положения капли, составляющую десятую часть ее диаметра.

Решение. По условию $\Delta x = 10^{-1} \cdot 10^{-6}$ м $= 10^{-7}$ м. Тогда, в соответствии с соотношением неопределенности $\Delta x \Delta p \geqslant h$, неточность в определении импульса составляет величину $\Delta p = \frac{h}{\Delta x}$. Массу капли масла можно определить по формуле $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$, где плотность масла $\rho = 960$ кг/м^3. Учитывая, что неопределенность в опреде-

лении импульса масляной капли $\Delta p_x = m\Delta v_x$, найдем неопределенность в величине скорости капли: $\Delta v_x = \frac{h}{m\Delta x} = 10^{-11}$ м/с. Эта неопределенность настолько мала, что не влияет на ход измерений.

15. Учитывая соотношение неопределенностей, попытайтесь определить траекторию электрона в атоме.

Решение. Чтобы определить траекторию электрона, нужно в каждый момент времени знать положение электрона хотя бы с точностью до его собственных размеров, т. е. до 10^{-15} м. В этом случае при измерении импульса электрона максимально возможная точность составляет $\Delta p = \frac{h}{\Delta x} = 6{,}6 \cdot 10^{-19}$ кг м/с. Кинетическая энергия электрона связана с его импульсом соотношением $E_к = \frac{p^2}{2m}$. Считая, что неопределенность в определении импульса электрона — величина того же порядка, что и само значение импульса, найдем, что энергия электрона при определении его положения в пространстве будет не меньше величины $\sim 24 \cdot 10^{-9}$ Дж. Энергия ионизации атома водорода составляет $21{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж. Полученное значение во много раз превышает энергию ионизации атома. Электрон с такой энергией нельзя считать локализованным в атоме, т. е. результаты показывают невозможность определения траектории электрона в атоме.

16. Чему равно максимальное число электронов на подоболочке с $n = 6$, $l = 2$?

Решение. При значении главного квантового числа $n = 6$ и азимутального $l = 2$ магнитное квантовое число m может принимать значения $m = 0, \pm 1, \pm 2$ — всего 5 значений. Число электронов, которые могут занимать эту подоболочку, удваивается еще благодаря двум возможным состояниям спина $S = \pm\frac{1}{2}$, т. е. на подоболочке с $n = 6$ и $l = 2$ (d-состояние) может разместиться 10 электронов.

17. Электрон вылетает из электронной пушки со скоростью $6 \cdot 10^6$ м/с под действием напряжения 100 В. Можно ли определить одновременно траекторию электрона с точностью до одного атомного диаметра, т. е. 10^{-10} м, и измерить его скорость с точностью до 10%.

Ответ. Определенное из условия задачи $\Delta x\Delta\ (mv) = 5 \times \times 10^{-36}$ Дж·с меньше постоянной Планка, что противоречит соотношению неопределенности, т. е. принципиально невозможно зафиксировать путь электрона с точностью до одного атомного диаметра и одновременно измерить его скорость с 10%-ной точностью.

18. Сколько квантов с различной энергией могут испускать атомы водорода, если их электроны находятся на третьей орбите?

Ответ. Три кванта, соответствующие переходам с $n = 3$ на $n = 1$ и $n = 2$; и с $n = 2$ на $n = 1$.

§ 4. Основные свойства и строение атомных ядер

Масса, заряд и размеры атомных ядер. Заряд ядра определяется количеством сосредоточенных в нем положительных элементарных зарядов, носителями которых являются протоны. Заряд протона по величине равен заряду электрона, $e = 1{,}6021 \cdot 10^{-19}$ Кл. В перио-

дической системе элементы располагаются в порядке возрастания числа протонов в ядре атома от $Z = 1$ для водорода до $Z = 104$ для курчатовия.

Масса ядра практически совпадает с массой атома, так как масса электрона мала и равна 1/1836 массы протона. Массы атомов измеряются в атомных единицах массы — а. е. м. За а. е. м. принята 1/16 массы атома кислорода ${}_8O^{16}$: 1 а. е. м. $= 1{,}65976 \cdot 10^{-27}$ кг. Также используется унифицированная атомная единица массы — у. а. е. м., равная $^1/_{12}$ массы атома углерода ${}_6C^{12}$, 1 у. а. е. м. $= 1{,}6603 \cdot 10^{-27}$ кг.

Атомы химического элемента, обладающие одинаковыми зарядами и отличающиеся массой, называются *изотопами*. В настоящее время для всех известных химических элементов обнаружено около 300 устойчивых изотопов и свыше 1000 неустойчивых (радиоактивных) изотопов. Для каждого химического элемента существует постоянное процентное содержание различных изотопов. Этим объясняется отклонение атомных весов элементов от целых чисел. Ближайшее к атомному весу целое число A, выраженное в а. е. м., называется *массовым числом*. Изотопы элемента обозначаются ${}_ZX^A$ или X_Z^A, где X — символ химического элемента, отвечающего заряду Z. Ядра, имеющие одинаковую массу и различающиеся зарядами, называются *изобарами*. Изобары чаще всего встречаются среди тяжелых ядер. Известно 59 устойчивых изобарных пар (например, ${}_{44}Ru^{104}$ и ${}_{46}Po^{104}$) и 5 изобарных триад (например, ${}_{40}Zr^{96}$, ${}_{42}Mo^{96}$, ${}_{44}Ru^{96}$).

Вследствие того, что ядро представляет собой систему частиц, подчиняющихся законам квантовой механики, размер его можно определить только с точностью, допускаемой соотношением неопределенности. Размеры ядер, экспериментально определенные из опытов по рассеянию нейтронов на атомных ядрах, увеличиваются с ростом массового числа по закону

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}, \qquad (9.28)$$

где R — радиус ядра, $R_0 = 1{,}4 - 1{,}5 \cdot 10^{-15}$ м. Из (9.28) следует, что объем ядра пропорционален числу содержащихся в нем нуклонов. Радиусы ядер тяжелых элементов имеют порядок 10^{-14} м. Представляя ядро в форме сферы с радиусом R, найдем из (9.28) среднюю плотность ядерного вещества: $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, где масса ядра — $M_я = m_n \cdot A$, а m_n — масса нейтрона. Подставив численные значения, получим $\rho \approx 1{,}3 \cdot 10^{17}$ кг/м³. Плотность ядерного вещества колоссальна по сравнению с плотностями обычных веществ, состоящих из атомов и молекул. Как следует из формулы, плотность ядерного вещества не зависит от числа нуклонов в ядре.

Состав ядра. В 1932 г. советский физик Д. Д. Иваненко и немецкий физик В. Гейзенберг предложили *протонно-нейтронную модель ядра*. Предположение о том, что ядра состоят из протонов и нейтронов, явилось основой для создания современной теории атомного ядра, согласно которой массовое число A представляет собой общее число протонов и нейтронов ядра. Соотношение числа протонов Z и нейтронов $A - Z$ для ядер элементов (вплоть до середины перио-

дической системы) примерно одинаково: $\frac{A-Z}{Z} \approx 1$. Для более тяжелых ядер число нейтронов возрастает по сравнению с числом протонов, и в конце периодической системы отношение $\frac{A-Z}{Z} = 1{,}6$.

По современным представлениям протон и нейтрон являются двумя зарядовыми состояниями одной и той же ядерной частицы — нуклона. Массы покоя протона и нейтрона соответственно равны: $m_p = 1{,}00758$ а. е. м. $= 1836\ m_0$; $m_н = 1{,}00898$ а. е. м. $= 1838\ m_0$.

Состояние нуклонов в ядрах существенно отличается от их свободного состояния, что связано с наличием *ядерного взаимодействия*. Оценки возможных значений энергии нуклонов в ядре, определенные из соотношения неопределенности, согласуются с экспериментальными значениями энергии, приходящейся на одну частицу в ядре.

Энергия связи ядра. Дефект массы. Энергией связи нуклона в ядре называется величина, равная работе, которую необходимо затратить для удаления нуклона из ядра, сообщив ему при этом нулевую кинетическую энергию. Полная энергия связи ядра определяется величиной работы, необходимой для расщепления ядра на составляющие его нуклоны. Определения массы ядер показали, что масса покоя ядра меньше суммы масс покоя составляющих его нуклонов. Для ядра с массой M, образованного из Z протонов и $A - Z$ нейтронов, разность масс Δm равна

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)\, m_n - M. \tag{9.29}$$

Величина Δm является *мерой энергии связи*, так как энергия покоя E_0, связанная с массой покоя, для ядра равна $E_0 = mc^2$, а величина энергии $E_{св}$, выделяющейся при образовании ядра, связана с соответствующей ей массой Δm:

$$\Delta E_{св} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)\, m_n - M]\, c^2. \tag{9.30}$$

Обычно экспериментально определяют не массу ядра M, а массу атома $M_а$, тогда при расчете дефекта массы с достаточной степенью точности можно брать вместо массы протонов и ядра элемента массу атома водорода $_1H^1$, обозначаемую $m_в$, и $M_а$:

$$\Delta m = Zm_в + (A - Z)\, m_n - M_а.$$

В ядерной физике энергия выражается в атомных единицах энергии, 1 а.е.э. соответствует одной атомной единице массы, 1 а.е.э. $= c^2 \cdot 1$ а.е.м. $= 931{,}1$ МэВ $= 1{,}49 \cdot 10^{-10}$ Дж.

Удельной энергией связи в ядре называется энергия, приходящаяся на один нуклон,

$$e_{св} = E_{св}/A. \tag{9.31}$$

В практических расчетах наряду с энергией связи используется величина *дефекта массы* — разности между изотопной массой $M_а$, выраженной в а. е. м., и массовым числом A:

$$\Delta X = M_а - A, \tag{9.32}$$

где X — символ элемента. Иногда дефект массы определяется как разность массы ядра в а. е. м. и массового числа. Дефект массы, отнесенный к числу нуклонов (удельный дефект массы), называется *упаковочным множителем:*

$$f = \frac{\Delta x}{A} = \frac{M_a}{A} - 1. \qquad (9.33)$$

Величина упаковочного множителя изменяется в зависимости от массового числа атома. Упаковочный множитель водорода равен нулю. Для элементов, расположенных в середине периодической системы, он имеет самые большие значения (фактор упаковки железа — максимальный) и снова снижается для атомов тяжелых элементов, среди которых наименьшим упаковочным множителем обладает уран. Чем меньше упаковочный множитель, тем меньше энергия связи ядра и тем оно менее устойчиво. Характер изменения энергии связи ядер с ростом массового числа атома объясняет оба механизма выделения ядерной энергии. Поскольку энергия будет выделяться при таких ядерных реакциях, у которых удельная энергия связи продуктов реакции превышает удельную энергию связи исходных ядер, то это условие может быть выполнено при делении тяжелых ядер на более легкие, расположенные в середине таблицы Менделеева, или при синтезе легких ядер, расположенных в начале таблицы.

Спин и магнитный момент ядра. Атомное ядро характеризуется моментом импульса, называемым *спином ядра*. Сверхтонкая структура атомных спектров — расщепление спектральных линий, обнаруживаемое при помощи спектральных приборов высокой разрешающей способности, объясняется наличием спина ядра. Спин ядра равен векторной сумме спинов составляющих его протонов и нейтронов, каждый из которых имеет спин, равный $\hbar/2$. Спин ядра, состоящего из четного числа нуклонов, равен целому числу или нулю, в единицах $\hbar$; из нечетного числа — полуцелому. Полный спин атома с одним валентным электроном при различных ориентациях спина электрона может быть $J + \frac{1}{2}$ или $J - \frac{1}{2}$, где J — спин ядра. Переходы электрона на уровень, расщепленный из-за наличия ядерного спина, приводит к сверхтонкой структуре линий спектра.

Атомные ядра характеризуются также наличием *магнитного момента*. По аналогии с магнетоном Бора, для измерения магнитных моментов ядер вводится ядерный магнетон $\mu_я = \frac{e\hbar}{2m_p}$, где m_p — масса протона. Между спином ядра J и его магнитным моментом P существует ядерное гиромагнитное отношение, аналогичное отношению электронных моментов: $\frac{P}{J} = g_я$, где $g_я$ — *ядерное гиромагнитное отношение.*

Ядерные силы. Особые силы, возникающие при сближении ядерных частиц (нуклонов) на малые расстояния и связывающие эти частицы в ядра, получили название ядерных сил. Эти силы гораздо больше сил электростатического отталкивания протонов, а силы гравитационного притяжения протонов в 10^{36} меньше сил их

электростатического отталкивания и пренебрежимо малы по сравнению с ядерными силами.

Экспериментально ядерные силы изучают с помощью рассеяния нуклонов на нуклонах. Ядерные силы — *короткодействующие.* При расстоянии между нуклонами всего в $4{,}2 \cdot 10^{-15}$ м ядерные силы уже пренебрежимо малы. Радиусом действия ядерных сил принято считать величину $2{,}2 \cdot 10^{-15}$ м. Они являются зарядовонезависимыми и одинаковыми при взаимодействии протона с нейтроном, протона с протоном и нейтрона с нейтроном. Ядерные силы не являются центральными, они зависят, кроме расстояния между нуклонами, еще от ориентации их спинов. Для ядерных сил характерно *насыщение*, проявляющееся в том, что нуклон взаимодействует не со всеми нуклонами ядра и даже не со всеми нуклонами, находящимися в радиусе действия ядерных сил, а только с некоторыми ближайшими соседями. Подобно тому, как насыщение сил химической валентной связи приводит к образованию устойчивых групп атомов в соединениях, так насыщение ядерных сил приводит к образованию устойчивых групп нуклонов. Ядерные силы носят обменный характер, т. е. взаимодействие между двумя частицами происходит благодаря обмену с третьей частицей. Аналогично тому, как электромагнитное взаимодействие является процессом обмена квантами электромагнитного поля — фотонами, так взаимодействие ядерных частиц происходит при обмене квантами ядерного поля — *мезонами.* Теория ядерного взаимодействия разработана советским физиком И. Е. Таммом. В основу этой теории положена впервые высказанная им идея об обменном характере ядерных сил. В 1935 году, исходя из теории ядерного взаимодействия, японский физик X. Юкава теоретически предсказал характер квантов ядерного поля. Вскоре кванты ядерного поля, называемые π-мезонами, или пионами, были обнаружены экспериментально.

Капельная модель ядра. В настоящее время еще нет исчерпывающей теории атомного ядра. Существующие модели позволяют описывать и рассчитывать различные величины, характеризующие свойства ядер и происходящие в них процессы. Капельная модель ядра была предложена Я. И. Френкелем (1894—1952). В этой модели используется внешняя аналогия между атомным ядром и заряженной каплей жидкости, а именно: малый радиус действия сил, обладающих свойствами насыщения, приблизительно постоянная удельная энергия связи и постоянная плотность, подвижность нуклонов в ядре. Принципиальное отличие, однако, заключается в том, что ядерная заряженная «жидкость» подчиняется законам квантовой механики.

Капельная модель ядра позволила вывести критерий устойчивости атомного ядра, связывающий заряд ядра с его массовым числом A:

$$Z_{\text{уст}} = \frac{A}{1{,}98 + 0{,}015A^{2/3}}. \tag{9.34}$$

$Z_{\text{уст}}$ — значение заряда ядра, которое при массовом числе A оказывается наиболее устойчивым. В качестве $Z_{\text{уст}}$ следует брать целое значение, ближайшее к тому, которое получается по формуле (9.34).

Оболочечная модель ядра. Существуют факты, противоречащие капельной модели — ядра с четным числом протонов прочнее и боль-

ше распространены в природе, чем ядра с нечетным числом протонов. Самыми стабильными оказались ядра с числом протонов или нейтронов 2, 8, 20, 50, 82, 126, 138, 146. Эти числа называются *магическими*. Магичность этих ядер проявляется в очень малом сечении захвата нейтронов, сопровождающегося излучением γ-квантов. Энергия α-частиц α-радиоактивных магических ядер тоже очень мала. По аналогии с уровнями электронов в атоме полагают, что в ядре тоже существуют энергетические уровни и оболочки, заполняемые парами нуклонов (два протона и два нейтрона) с антипараллельными спинами. Ядра с полностью заполненными оболочками являются магическими, обладающими наибольшей энергией связи. Оболочечная модель позволяет понять позитронную радиоактивность, а также увеличение числа нейтронов по сравнению с числом протонов для тяжелых ядер. Кроме капельной и оболочечной, существует еще несколько моделей, описывающих различные свойства ядер. Создателями оболочечной модели ядра являются американский физик М. Гепперт-Майер и немецкий физик Г. Иенсен.

Задачи

19. Подсчитать энергию связи ядра гелия.

Решение. Согласно закону взаимосвязи массы и энергии, энергия связи ядра будет равна $\Delta E = \Delta mc^2$. Изменение массы $\Delta m = Zm_в + (A - Z)\, m_n - M_а$. Из таблицы Менделеева берем значения $m_в$ m_n и $M_а$. Подставив численные значения, получим

$$\Delta m = 2 \cdot 1{,}00797 \text{ а. е. м.} + (4 - 2)\, 1{,}00898 \text{ а. е. м.} - 4{,}0026 \text{ а. е. м.} = 0{,}0313 \text{ а. е. м.}$$

При образовании ядра атома гелия выделилась энергия связи

$$E = \Delta mc^2 = 0{,}0313 \text{ а. е. м.} \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг/а. е. м.} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 \approx \approx 0{,}45 \cdot 10^{-11} \text{ Дж.}$$

20. Известно, что при одном делении ядра изотопа урана $_{92}U^{235}$ освобождается $3{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж энергии. Какое количество энергии можно получить при делении 1 г урана?

Решение. Чтобы найти энергию, которая выделяется при делении 1 г урана, надо определить число атомов в данной массе вещества. В грамм-атоме вещества число атомов равно $N = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ (число Авогадро). Атомный вес указанного в задаче изотопа $A = 235$. Тогда число атомов в 1 г $_{92}U^{235}$ равно $n = \frac{N}{A} = \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}}{235}$, а выделяющаяся энергия $E = 3{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж $\cdot \frac{N}{A}$. Подставив численные значения, получим $E \approx 8{,}2 \cdot 10^{10}$ Дж.

21. Мощность атомного реактора при потреблении в сутки 0,2 кг изотопа урана $_{92}U^{235}$ составляет 32 000 кВт. Какая часть энергии, выделяющейся при делении $_{92}U^{235}$, используется полезно?

Решение. В предыдущей задаче было определено, что при делении 1 г $_{92}U^{235}$ выделяется $8{,}2 \cdot 10^{10}$ Дж. За сутки при делении 0,2 кг

$_{92}U^{235}$ выделится энергия $E = 16{,}6 \cdot 10^{12}$ Дж. Полезную работу A, совершаемую атомным реактором за это же время t, определяем через мощность реактора N: $A = Nt = 2{,}76 \cdot 10^{12}$ Дж. Следовательно, расходуется полезно только $\frac{2{,}76 \cdot 10^{12}}{16{,}6 \cdot 10^{12}} 100\% \approx 16{,}6\%$ всей энергии.

22. Определить энергию связи $E_{св}$ ядра изотопа лития $_3Li^7$.

Ответ. $E_{св} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-11}$ Дж.

23. Сколько граммов m урана потребляет урановый котел в час, если он выделяет мощность, равную 10 000 кВт? При делении каждого ядра урана 235 выделяется энергия $3{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж.

Ответ. $m = 0{,}44$ г.

§ 5. Радиоактивность

Естественная радиоактивность, α-, β- и γ-лучи. Естественной радиоактивностью называется самопроизвольное превращение одних атомных ядер в другие, сопровождающееся испусканием определенного вида излучения. Явление радиоактивности было открыто в 1896 г. французским физиком А. Беккерелем. Естественная радиоактивность наблюдается, как правило, у тяжелых элементов, располагающихся в конце периодической системы. Радиоактивное излучение оказалось самопроизвольным и постоянным, оно не зависит от внешних условий: освещения, давления, температуры. Это означает, что радиоактивность представляет собой внутреннее свойство атомов радиоактивного элемента.

Радиоактивное излучение, проходящее через магнитное или электрическое поле, разделяется на три потока — α-, β- и γ-лучи. Дальнейшие исследования показали, что положительно заряженные α-лучи состоят из ядер гелия; β-лучи оказались потоком электронов, летящих со скоростью, близкой к скорости света и с энергией до 10 МэВ; γ-лучи, не отклоняющиеся магнитным полем, представляют собой жесткое электромагнитное излучение большой проникающей способности, по свойствам напоминающее рентгеновские лучи высокой энергии.

Радиоактивные излучения вызывают почернение фотопластинок, ионизируют газ или конденсированное вещество, через которое они проходят. Эти свойства лежат в основе экспериментальных методов регистрации и исследования свойств радиоактивного излучения.

Правила смещения при радиоактивных превращениях. Превращения ядер, сопровождающиеся испусканием α- и β-лучей, называются соответственно α- и β-распадом; γ-излучение ядер не является самостоятельным видом радиоактивности, оно сопровождает процессы α- и β-радиоактивных распадов. α-Частица — ядро гелия, состоит из двух протонов и двух нейтронов, т. е. из частиц, входящих в состав ядра. β-Частиц, электронов, в ядре нет. При β-распаде один из нейтронов ядра превращается в протон и электрон, который при этом и выбрасывается из ядра.

Испускание α- и β-частиц изменяет заряд ядра, поэтому оно должно приводить к изменению химической природы радиоактивного атома. При α-распаде радиоактивный элемент превращается в элемент, порядковый номер которого на две единицы, а массовое число на четыре

единицы меньше, чем у исходного: $_{Z}X^{A} \xrightarrow[\alpha]{} {}_{Z-2}Y^{A-4} + {}_{2}He^{4}$. При β-распаде заряд ядра увеличивается на единицу, радиоактивный элемент превращается в элемент с порядковым номером на единицу большим, чем у исходного и с тем же массовым числом: $_{Z}X^{A} \xrightarrow[\beta]{} {}_{Z+1}Y^{A} + {}_{-1}e^{0}$. Эти закономерности радиоактивного распада называются *правилами смещения*. Правила смещения являются следствием законов сохранения электрического заряда и массового числа при радиоактивном распаде.

Ядро, получившееся в результате радиоактивного распада, часто само оказывается радиоактивным, производное от него тоже может обладать радиоактивностью. Так возникают цепочки радиоактивных превращений, образующие *радиоактивные ряды*, или *радиоактивные семейства*. Известны три радиоактивных семейства с естественной радиоактивностью: семейство урана $_{92}U^{238}$, тория $_{90}Th^{232}$ и актиния $_{89}Ac^{239}$. Все три семейства урана после ряда α- и β-распадов заканчиваются на различных устойчивых изотопах ядер свинца $_{82}Pb^{206}$, $_{82}Pb^{208}$, $_{82}Pb^{207}$.

Закон радиоактивного распада. Радиоактивный распад с течением времени приводит к уменьшению числа нераспавшихся исходных ядер и накоплению продуктов распада в исходном элементе. Число ядер, распавшихся за время Δt, пропорционально числу нераспавшихся ядер N в начальный момент времени и интервалу времени:

$$\Delta N = -\lambda N \, \Delta t, \tag{9.35}$$

где положительный коэффициент пропорциональности λ называется постоянной распада. Отрицательный знак в (10.35) означает уменьшение числа нераспавшихся ядер с ростом интервала времени. Из (9.35) следует, что *постоянная распада* представляет собой убыль числа радиоактивных ядер за единицу времени:

$$\lambda = -\frac{\Delta N / N}{\Delta t}. \tag{9.36}$$

Постоянная распада λ, имеющая размерность c^{-1}, определяет долю ядер, распадающихся за единицу времени, т. е. скорость распада. Уравнение (9.35) может быть приведено к виду

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{9.37}$$

где N_0 — исходное число радиоактивных ядер, N — число радиоактивных ядер в момент времени t. Интервал времени T, в течение которого распадается половина атомов радиоактивного вещества, называется *периодом полураспада*. Из (9.37) получим

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda} \quad \text{или} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{0{,}693} = 1{,}44T. \tag{9.38}$$

Периоды полураспада радиоактивных элементов колеблются в очень широких пределах: от 4,5 миллиардов лет для урана до $1{,}5 \cdot 10^{-4}$с одного из изотопов полония. Постоянство периода полураспада для каждого радиоактивного элемента указывает на статистический характер процесса, характерный для больших совокупностей атомных ядер.

Измерение активности радиоактивных элементов. Активностью радиоактивного препарата называется число распадов в единицу времени, равное произведению постоянной распада на число еще не распавшихся ядер:

$$-\frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N. \qquad (9.39)$$

Непрерывно протекающий распад снижает активность остающегося препарата. Это снижение несущественно для радиоактивных веществ с большим периодом полураспада и значительно для препаратов с периодом полураспада в несколько лет и менее. Единица для измерения активности, названная кюри, Ки, в честь Пьера и Марии Кюри, внесших большой вклад в изучение процесса радиоактивности, соответствует числу распадов, происходящих за 1 с в 1 г радия. Это число велико, оно равно $3{,}7 \cdot 10^{10}$ $с^{-1}$, поэтому практически используют дольные единицы кюри: 1 мКи = 10^{-3} Ки, 1 мкКи = 10^{-6} Ки.

Использование радиоактивности для измерения времени. Уменьшение числа радиоактивных ядер можно использовать для измерения интервала времени, в течение которого уменьшение произошло. В соответствии с уравнениями (10.38) и (10.39)

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N} = 1{,}44T \ln \frac{N_0}{N}. \qquad (9.40)$$

Анализируя химический состав руд, содержащих элементы уранового радиоактивного семейства и определяя концентрацию в них продукта конечного их превращения, можно определить первоначальное количество радиоактивных ядер. В геологии этим методом пользуются для определения возраста минералов и земной коры. В археологии определяют возраст предметов, обнаруженных при раскопках, исследуя убыль в них радиоактивного изотопа углерода $_6C^{14}$ с периодом полураспада около 5570 лет. При этом используют тот факт, что во всем растительном и животном мире этот изотоп содержится в строго определенном соотношении по сравнению с обычным углеродом, и убывает с момента гибели организма. Постоянство содержания радиоактивного изотопа углерода в земной атмосфере и, следовательно, в живых организмах, объясняется постоянством интенсивности космических лучей, приводящих к превращению атмосферного азота в радиоактивный изотоп углерода.

Элементы теории α- и β-распада. Опыты Резерфорда по рассеянию α-частиц на ядрах урана показали, что энергия вылетающей α-частицы значительно ниже высоты потенциального барьера ядра, испускающего частицу. Это значит, что α-частица вылетает из ядра сквозь потенциальный барьер. Такое явление называется *туннельным эффектом*. Применение квантовой теории туннельного эффекта к явлению α-распада позволило объяснить экспериментально установленный закон Гейгера-Неттола: чем больше постоянная радиоактивного распада λ, тем больше длина пробега испускаемых α-частиц:

$$\ln \lambda = A + B \ln R, \qquad (9.41)$$

где R — длина пробега α-частицы в воздухе при 273° К, A и B — эмпирические коэффициенты, постоянные для каждого радиоактивного семейства. Так как длина пробега α-частицы пропорциональна ее энергии, *закон Гейгера—Неттола* имеет следующий физический смысл: чем больше энергия α-частиц в радиоактивном ядре, тем труднее ядру удержать частицу, тем вероятнее α-распад ядра.

Теория объяснила также наблюдающиеся большие различия в периодах полураспада элементов, расположенных в соседних клетках периодической системы, при приблизительном равенстве энергий испускаемых ими α-частиц.

Экспериментально установлено, что испускающиеся каждым радиоактивным элементом α-частицы распределяются по группам, в пределах каждой из которых энергия α-частиц почти постоянна, иными словами, радиоактивные элементы характеризуются линейчатым спектром испускания α-частиц. Аналогично тому, как линейчатый характер атомных спектров является результатом дискретности энергетических состояний атома, так и линейчатость спектра α-частиц свидетельствует о квантовании энергии ядра, которое может иметь только дискретный ряд значений энергии.

Механизм испускания γ-лучей аналогичен процессу испускания атомом фотонов, приводящего к образованию оптических и рентгеновских спектров. Различие в энергиях сравниваемых видов излучения связано с гораздо бо́льшими разностями энергетических уровней в ядрах ($\sim 10^{-13}$ Дж или 0,1 МэВ) по сравнению с атомами (несколько эВ). Длина волны γ-излучения очень мала и составляет не более 10^{-11} м. Установлено, что γ-излучение, сопровождающее α-распад, испускается исходным ядром. Спектр γ-излучения также дискретен. Спектры α- и γ-излучения используют для исследования энергетических уровней ядер.

Большая проникающая способность γ-излучения используется в промышленной *дефектоскопии* различных материалов. Взаимодействие γ-излучения с поглощающими его веществами определяется *дозой излучения*. За единицу дозы излучения принимается 1 рентген — доза излучения, при которой в $1{,}293 \cdot 10^{-6}$ кг воздуха образуются ионы с суммарным зарядом $\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ Кл каждого знака: 1Р $= 2{,}57976 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг. Это соответствует поглощению 1 кг воздуха энергии $\sim 8{,}4 \cdot 10^{-3}$ Дж. *Мощностью дозы облучения* называется доза излучения, отнесенная к единице времени $N = \frac{D}{t}$.

Безопасной для организма человека считается доза, в 250 раз превышающая естественную мощность, создаваемую космическим фоном и радиоактивным излучением, исходящим из недр Земли. Смертельной для человека считается однократно полученная доза, превышающая 500 Р.

При создании теории β-распада возникли особые трудности. В ядре нет электронов так же, как в атоме нет фотонов. Аналогично тому, как в процессе перехода атома из одного состояния в другое излучается фотон, при переходе ядерного нуклона из нейтронного в протонное состояние испускается электрон. Так как энергетические состояния ядра дискретны, следовало ожидать, что спектр энергий β-частиц также будет дискретным. В действительности

оказалось, что β-электроны имеют сплошной энергетический спектр. Одинаковые ядра испускают β-электроны с энергией, изменяющейся от нуля до некоторой верхней границы $E_{\beta max}$, которая равна разности энергетических уровней ядра, испускающего β-частицу. Казалось, что часть энергии β-электрона куда-то бесследно исчезает, а это равнозначно нарушению закона сохранения энергии при β-распаде.

Вторая трудность — спин ядра (целочисленный или половинный) не изменяется в результате β-распада, хотя электрон уносит с собой половинный спин. Эти трудности устранила гипотеза Паули о том, что одновременно с β-частицей испускается еще одна, электрически нейтральная частица с ничтожно малой массой и спином равным $\frac{\hbar}{2}$. На основе этой гипотезы итальянский физик Э. Ферми (1901—1954) создал современную теорию β-распада. Частица, рождающаяся вместе с β-электроном, была названа *нейтрино* ${}_0\nu_e^0$. По современным представлениям этой частицей является *электронное антинейтрино*, обозначаемое символом ${}_0\tilde{\nu}_e^0$ и обладающее, как и электронное нейтрино, нулевым зарядом, нулевой массой, спином $\frac{\hbar}{2}$ и магнитным моментом, не превышающим 10^{-9} магнетона Бора. Эта гипотеза разрешила все трудности, связанные с β-распадом, однако возникла сложность экспериментального обнаружения нейтрино, связанная с его колоссальной проникающей способностью. Нейтрино свободно проходит сквозь толщу земного шара и даже Солнца. Для косвенного обнаружения нейтрино был использован закон сохранения импульса: если антинейтрино действительно испускается одновременно с β-электроном, то ядро должно испытывать отдачу не строго в направлении прямой, по которой летит электрон, т. е. оно может отклоняться от направления, строго противоположного движению электрона. Опыты по исследованию отдачи ядра полностью подтвердили это предположение.

Задачи

24. В опытах Резерфорда при лобовом соударении α-частиц с энергией $8 \cdot 10^{-13}$ Дж с ядрами меди, частицы отлетают назад с энергией $6{,}24 \cdot 10^{-13}$ Дж. Вычислить отношение масс ядра меди и α-частицы.

Решение. Обозначим массы α-частицы и ядра меди соответственно через m и M; v и v' — начальная и конечная скорости α-частицы; V — конечная скорость ядра. Используя законы сохранения энергии и импульса, можно получить систему двух уравнений. В соответствии с законом сохранения энергии, энергия, переданная ядру меди, будет равна $\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv'^2$ или $V^2 = \frac{m}{M}(v^2 - v'^2)$. Поскольку v и V направлены в противоположные стороны, конечный импульс равен $MV - mv'$. В соответствии с законом сохранения импульса эта величина должна равняться начальному импульсу mv: $MV = mv' + mv$ или $V = \frac{m}{M}(v + v')$. Возводя правую часть в квадрат и приравнивая ее к правой части предыдущего уравнения, получим

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 (v+v')^2 = \frac{m}{M}(v+v')(v-v'), \text{ откуда } \frac{m}{M} = \frac{v-v'}{v+v'} = \frac{1-v'/v}{1+v'/v}.$$

Поскольку $\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{E'}{E}} \approx 0{,}883$, получим $\frac{m}{M} \approx 0{,}062$ или $M \approx 16m$.

25. Вследствие радиоактивного распада $_{92}U^{238}$ превращается в $_{82}Pb^{206}$. Сколько при этом происходит α- и β-распадов?

Решение. Радиоактивный распад можно записать так: $_{92}U^{238} \to {}_{82}Pb^{206} + x\,{}_2He^4 + y\,{}_{-1}e^0$. Для порядковых номеров и массовых чисел можно написать два следующих уравнения:

$$92 = 82 + x \cdot 2 - y \cdot 1 \text{ и } 238 = 206 + x \cdot 4.$$

Решив систему этих уравнений, получим $x = 8$ и $y = 6$, т. е. происходит 8 α- и 6 β-превращений.

26. Количество радиоактивного радона уменьшилось в 8 раз за 11,4 дня. Каков период полураспада радона?

Решение. Количество вещества уменьшится в 8 раз за время, равное трем периодам полураспада T. Следовательно, $3T = 11{,}4$ дня, а $T = \frac{11{,}4}{3} = 3{,}8$ дня.

27. Карманный дозиметр радиоактивного облучения, представляющий собой миниатюрную, размером с авторучку ионизационную камеру емкостью $C = 3$ пФ, заряжен до потенциала $U_1 = 180$ В. Под влиянием облучения потенциал снизился до $U_2 = 160$ В. На сколько уменьшился электрический заряд дозиметра? Объем воздуха в камере дозиметра $V = 1{,}8$ см³. Определите дозу облучения.

Решение. При облучении происходит ионизация воздуха в камере дозиметра и часть заряда дозиметра нейтрализуется образовавшимися ионами. Напряжение изменилось на $\Delta U = U_1 - U_2$, а заряд нейтрализовался $\Delta q = C\,\Delta U$. Число пар образовавшихся ионов N в объеме V можно найти, если разделить этот заряд Δq на заряд иона e. Для простоты примем, что все образовавшиеся ионы одновалентны. В объеме 1 см³ число ионов N' будет в V раз меньше, т. е. $N' = \frac{C(U_1 - U_2)}{Ve}$. Дозу облучения определим, сравнив N' с числом, соответствующим дозе облучения в 1 рентген $= 2{,}082 \cdot 10^9$ пар ионов/см³. Доза облучения равна:

$$\frac{N'}{2{,}082 \cdot 10^9} = \frac{C(U_1 - U_2)}{2{,}082 \cdot 10^9\, eV} \approx 0{,}1 \text{ Р}.$$

28. Скорость α-частицы в среднем в 15 раз меньше скорости β-частицы. Объясните, почему α-частицы слабее отклоняются магнитным полем (сравнить радиус кривизны их траекторий в одном и том же магнитном поле).

Решение. Частица тем сильнее отклоняется в одном и том же магнитном поле, чем меньше ее скорость, масса и чем больше ее заряд. Хотя скорость β-частицы больше, зато α-частица имеет более, чем в 7000 раз превосходящую массу и заряд ее в четыре раза больше заряда β-частицы. Поэтому α-частица имеет больший радиус кривизны при отклонении в магнитном поле.

29. Как изменится положение химического элемента в таблице Менделеева после α-распада ядер его атомов?

Ответ. Произойдет перемещение химического элемента на два места влево.

30. Сколько распадов ядер за минуту происходит в препарате, активность которого 2,8 мКи?

Ответ. $6{,}2 \cdot 10^9$ распадов.

31. Почему при радиоактивном распаде радия α-лучи отклоняются в магнитном поле в виде узкого пучка, в то время как β-лучи — в виде широкого размытого пучка.

Ответ. α-частицы имеют одинаковую энергию, а β-лучи представляют собой поток электронов с разной энергией.

§ 6. Ядерные реакции. Ядерная энергетика

Взаимодействия ядер с частицами или друг с другом, в результате которых происходит искусственное превращение одного химического элемента в другой, называются ядерными реакциями.

Первую искусственную ядерную реакцию осуществил Резерфорд, обстреливая азот α-частицами с энергией $\sim 12 \cdot 10^{-13}$ Дж и изучая следы, получаемые при этом в камере Вильсона. В результате реакции ядро азота превращается в изотоп кислорода $_8O^{17}$, и появляется один протон:

$$_2He^4 + {}_7N^{14} \rightarrow {}_1P^1 + {}_8O^{17}. \qquad (9.42)$$

Характер частиц, появляющихся в реакции, определяется из законов сохранения электрического заряда и массового числа. В общем виде ядерные реакции с участием α-частиц происходят по схеме:

$$_ZX^A + {}_2He^4 \rightarrow {}_{Z+1}Y^{A+3} + {}_1P^1, \qquad (9.43)$$

где $_ZX^A$ — исходное ядро, облучаемое α-частицей; $_{Z+1}Y^{A+3}$ — ядро, получившееся в результате реакции. В ядерной реакции с участием α-частиц были впервые экспериментально обнаружены нейтроны, обозначаемые символом $_0n^1$:

$$_4Be^9 + {}_2He^4 \rightarrow {}_6C^{12} + {}_0n^1. \qquad (9.44)$$

Так как нейтроны не имеют электрического заряда, они обладают большой проникающей способностью. Взаимодействие нейтронов с ядрами происходит благодаря ядерным силам и наличию магнитного момента у ядер и нейтронов.

Искусственная радиоактивность. Устойчивость ядра характеризуется соотношением в нем числа протонов и нейтронов. Если в устойчивом ядре путем облучения его какими-либо частицами нарушить равновесное соотношение между числом протонов и нейтронов, ядро окажется искусственно радиоактивным.

Легкие ядра, в которых искусственно создано избыточное число нейтронов по сравнению с протонами, становятся β-радиоактивными: превращение избыточного нейтрона в протон сопровождается выделением β-электрона. Примером такого превращения является превращение стабильного изотопа натрия $_{11}Na^{23}$ в радиоактивный $_{11}Na^{24}$ при облучении его нейтронами. Превращение $_{11}Na^{24}$ в стабильный

изотоп магния $_{12}Mg^{24}$ сопровождается выбросом электрона, электронного антинейтрино $_0\tilde{\nu}_e^0$ и γ-кванта:

$$_{11}Na^{24} \rightarrow {_{12}Mg^{24}} + {_{-1}e^0} + {_0\tilde{\nu}_e^0} + \gamma.$$

Если в ядре искусственно создается избыточное число протонов, радиоактивный распад ядра, соответствующий превращению избыточного протона в нейтрон, происходит по схеме

$$_1p^1 \rightarrow {_0n^1} + {_{+1}e^0} + {_0\nu_e^0}. \qquad (9.45)$$

В ходе реакции возникает позитрон $_{+1}e^0$, обладающий положительным единичным зарядом, массой, равной массе электрона, и спином $\frac{\hbar}{2}$. Так же, как при β-распаде, реакция сопровождается выбросом электронного нейтрино $_0\nu_e^0$, частицы с нулевым зарядом и нулевой массой покоя.

Явление искусственной радиоактивности было открыто французскими физиками Ирен Жолио-Кюри (1897—1956) и Фредериком Жолио-Кюри (1900—1960) при исследовании реакции облучения ядер алюминия α-частицами: $_{13}Al^{27} + {_2He^4} \rightarrow {_{15}P^{30}} + {_0n^1}$.

Обнаруженное при этом испускание позитронов после прекращения облучения убывает по закону, характерному для радиоактивного распада: $N = N_0e^{-\lambda t}$. Заряженные частицы, вылетающие при радиоактивном распаде, можно регистрировать счетчиком. Это позволяет использовать атомы полученных искусственных радиоактивных изотопов в исследовательских целях в науке и технике в методе так называемых *меченых атомов*.

Превращения электронно-позитронных пар. В процессе столкновения γ-кванта с какой-либо заряженной частицей, например с атомным ядром, может произойти превращение γ-кванта в пару частиц: электрон — позитрон по схеме

$$\gamma \rightarrow {_{-1}e^0} + {_{+1}e^0}. \qquad (9.46)$$

Из закона сохранения энергии следует, что для создания пары электрон — позитрон γ-квант должен обладать энергией, не меньшей суммарной энергии покоя образующейся пары ($h\nu \geqslant 2m_0c^2 = 1{,}022$ МэВ), так как энергия покоя каждой частицы равна $m_0c^2 = 0{,}511$ МэВ. Поскольку импульс γ-фотона больше суммарного импульса образующейся пары, из закона сохранения импульса следует, что при образовании пары часть импульса, превышающая суммарный импульс обеих частиц, должна передаваться третьей частице. Такой частицей может быть либо атомное ядро, либо один из электронов атомной оболочки атома вещества, в котором пролетает γ-квант. Импульс ядра отдачи, так же как и след электрона, получившего часть импульса от γ-кванта, были экспериментально зарегистрированы в камере Вильсона при изучении процессов превращения γ-квантов в пару частиц. Закон сохранения спина требует приписать γ-кванту наличие спина, равного единице (в единицах $\hbar$), так как каждая из образующихся частиц обладает спином $\frac{\hbar}{2}$.

Возможен и обратный процесс — соединения частиц позитрон — электрон, приводящий к исчезновению пары и возникновению двух

γ-квантов. Наличия двух квантов, импульсы которых направлены в противоположные стороны, требует закон сохранения импульса. Каждый из образующихся квантов обладает энергией $h\nu = m_0c^2 = 0{,}511$ МэВ. Эффект уничтожения пары и величина энергии образующихся при этом γ-квантов были подтверждены экспериментальными наблюдениями.

Описанные прямые и обратные превращения материи, находящейся в форме вещества, в материю, находящуюся в форме электромагнитного поля, происходят со строгим соблюдением всех законов сохранения, поэтому применяемый к этому процессу термин *аннигиляция* (превращение в ничто) не следует понимать буквально.

Основные характеристики ядерных реакций. Столкновения ядер между собой и с ядерными частицами отличаются от обычных столкновений, например атомных, тем, что в ядерных взаимодействиях энергия застрявшей в ядре частицы передается не одному какому-либо нуклону ядра, а всему ядру, представляющему собой плотное образование из многих нуклонов.

Первый этап ядерной реакции заключается в захвате ядром столкнувшейся с ним частицы. Полученное в результате этого ядро называется *составным.* За небольшой промежуток времени энергия, внесенная частицей, равномерно распределяется между всеми частицами составного ядра. Если составному ядру с массовым числом A сообщена энергия E, то средней энергии возбуждения, приходящейся на одну частицу, будет соответствовать средняя кинетическая энергия, определяющая условно называемую *ядерную температуру* из соотношения $\frac{E}{A} = \frac{3}{2}kT$, где k — постоянная Больцмана. Условность термина *ядерная температура* видна из следующего примера: для ядра с $A = 100$ и $E = 10$ МэВ ядерная температура составляет $\sim 10^9$ градусов.

Второй этап атомной реакции (вылет частицы из составного ядра) происходит в результате случайных отклонений от равномерного распределения энергии и подчиняется статистическим закономерностям. Между захватом частиц и их вылетом из ядра проходит время, значительно большее так называемого *ядерного времени* $\tau_я = 10^{-22}$ с, за которое частица с энергией порядка 1 МэВ и скоростью 10^7—10^8 м/с проходит расстояние, равное диаметру ядра. Время жизни составного ядра достигает $(10^6$—$10^7)\,\tau_я$, что показывает независимость обоих этапов ядерной реакции. Весь процесс ядерной реакции можно изобразить схемой:

$$_{Z_1}X^{A_1} + a \rightarrow {}_{Z_2}Y^{A_2} \rightarrow {}_{Z_3}C^{A_3} + b, \qquad (9.47)$$

где $_{Z_1}X^{A_1}$ — исходное ядро, a — взаимодействующая с ядром частица, $_{Z_2}Y^{A_2}$ — составное ядро, $_{Z_3}C^{A_3}$ — результирующее ядро ядерной реакции, в результате которой вылетает частица b. Для краткого обозначения частиц, принимающих участие в ядерной реакции, принята определенная символика (a, b). Например, α, p обозначает реакцию, происходящую под действием α-частиц, при которой вылетает из ядра протон. Если падающая и вылетающая частицы тождественны, схема (9.47) описывает рассеяние частицы на ядре.

Ядерные реакции различны, если различна энергия частиц, которые вызывают эту реакцию. Реакции при *малых энергиях*, порядка одного электронвольта, происходят, в основном, с участием нейтронов. В реакциях при *средних энергиях*, порядка нескольких мега-электронвольт, участвуют нейтроны, протоны, α-частицы и γ-кванты. Реакции при *высоких энергиях*, десятков сотен и тысяч мегаэлектронвольт, приводят к рождению элементарных частиц, отсутствующих в свободном состоянии. Кроме нейтронов и перечисленных выше заряженных частиц, в ядерных реакциях могут участвовать нейтроны и многозарядные ионы тяжелых элементов, которым сообщается необходимая для реакции энергия в *ускорителях*.

Взаимодействие нейтронов с веществом. Характер взаимодействия нейтронов с ядром зависит от их энергии. Для *быстрых нейтронов* с энергией от 0,1 до 50 МэВ, у которых длина волны де Бройля намного меньше радиуса ядра, ядро представляет собой мишень, площадь которой равна геометрическому сечению ядра. Для *медленных (тепловых) нейтронов* с энергиями до 0,5 эВ, у которых длина волны де Бройля сравнима или больше радиуса ядра, эффективное поперечное сечение их взаимодействия с ядром в 10^2—10^3 раз превышает геометрическое сечение ядра.

В результате взаимодействия нейтронов с ядрами может происходить рассеяние или захват нейтронов ядрами. Вещества, в которых взаимодействие с нейтронами сводится к рассеянию нейтронов, без захвата их ядрами называются *замедлителями*. К таким веществам относятся графит, тяжелая вода D_2O, соединения бериллия. Энергия нейтронов в замедлителях переходит в основном в энергию отдачи ядер до тех пор, пока она не станет равной энергии теплового движения атомов замедлителя. Дальнейшие столкновения нейтронов с ядрами происходят без потери энергии до вылета нейтрона (в результате диффузии) за пределы замедлителя. Экспериментально было обнаружено, что при совпадении энергии нейтрона с энергией составного ядра происходит интенсивный захват нейтронов ядрами, называемый *резонансным поглощением нейтронов*.

Трансурановые элементы. Благодаря ядерным реакциям периодическая система элементов пополнилась многими искусственно созданными химическими элементами с зарядом ядра, превышающим заряд ядра урана, равный 92. Такие химические элементы называются трансурановыми. Примером такой реакции является реакция захвата медленных нейтронов ураном ${}_{92}U^{238}$, что приводит к образованию β-радиоактивного изотопа ${}_{92}U^{239}$ с периодом полураспада 23 мин, превращающегося в изотоп трансуранового элемента нептуния ${}_{93}Np^{239}$:

$$ {}_{92}U^{238} + {}_{0}n^{1} \rightarrow {}_{92}U^{239} \xrightarrow[23\ \text{мин}]{\beta-} {}_{93}Np^{239}. $$

Полученный нептуний также β-радиоактивен с периодом полураспада 2—3 дня. Он превращается в α-радиоактивный плутоний ${}_{94}Pu^{239}$ с периодом полураспада 24 000 лет. Плутоний превращается в устойчивый изотоп урана ${}_{92}U^{235}$:

$$ {}_{93}Np^{239} \xrightarrow[2,3\ \text{дня}]{\beta-} {}_{94}Pu^{239}; \quad {}_{94}Pu^{239} \xrightarrow[2,4\cdot 10^{4}\ \text{лет}]{\alpha} {}_{92}U^{235}. $$

Трансурановые элементы могут быть получены также при бомбардировке устойчивых изотопов элементов $_{92}U^{238}$ и $_{94}Pu^{239}$ α-частицами.

Деление ядер. Тяжелые ядра неустойчивы. Ядро, возбужденное в результате захвата нейтрона, может разделиться примерно на одинаковые части, называемые *осколками деления*. Деление ядра на два осколка сопровождается выделением огромной энергии, что связано со значительно большей энергией связи на один нуклон в ядрах элементов средней части таблицы по сравнению с тяжелыми элементами. Так, при делении ядра урана (с удельной энергией связи на один нуклон 7,6 МэВ) на два примерно одинаковых осколка-ядра средней части таблицы с энергией 8,7 МэВ, выделяется энергия 1,1 МэВ на один нуклон, а для всего ядра, содержащего 238 нуклонов, выделенная энергия составляет около 200 МэВ. Основная часть энергии деления выделяется в форме кинетической энергии осколков деления. Минимальная энергия, необходимая для осуществления реакции деления изотопа $_{92}U^{238}$, изотопов тория и протактиния, составляет около 1 МэВ. Осколки, образующиеся при делении тяжелых ядер, β-радиоактивны и могут испускать нейтроны. Это связано с тем, что в тяжелых ядрах число нейтронов N больше числа протонов Z (для тяжелых ядер $\frac{N}{Z} = 1{,}6$). В связи с этим при делении ядра урана в ядрах-осколках оказывается избыточное число нейтронов, что приводит к β-радиоактивности не только самих ядер-осколков, но и продуктов их распада.

Цепная реакция деления. Деление урана происходит при взаимодействии его как с быстрыми, так и с медленными нейтронами, но облучение медленными нейтронами более эффективно. Экспериментально установлено, что изотопы урана $_{92}U^{238}$ и $_{92}U^{235}$ ведут себя по-разному: в то время, как для деления ядра урана $_{92}U^{238}$ нужны нейтроны с кинетической энергией не менее 1 МэВ, ядра урана $_{92}U^{235}$ делятся при захвате самых медленных тепловых нейтронов. Тепловые нейтроны вызывают также деление ядер изотопа урана $_{92}U^{233}$ и плутония $_{94}Pu^{239}$.

Практический интерес представляют реакции, в которых при каждом акте деления выделяется большая энергия и, кроме того, вылетает несколько нейтронов, которые могут вызывать деление соседних ядер вещества, приводя к *лавинообразному* нарастанию числа актов деления. Такие реакции деления называют *цепными*. Для осуществления цепной реакции необходимо, чтобы после выхода нейтронов из активной зоны — пространства, в котором происходит цепная реакция, их число восстановилось за счет последующих делений. Для оценки числа нейтронов в реакцию деления вводится понятие *коэффициента размножения нейтронов* k. Он определяется отношением числа нейтронов, возникших в некотором звене реакции, к числу нейтронов, имевшихся в предшествовавшем ему звене. Необходимым условием развития цепной реакции является требование $k \geqslant 1$. Коэффициент k определяется значением среднего числа нейтронов, появляющихся при одном акте деления, характером взаимодействия нейтронов с ядрами делящегося вещества и находящихся в нем примесей, а также размерами активной зоны. С уменьшением размеров активной зоны увеличиваются потери нейтронов, выходящих за ее пределы. Потери нейтронов пропорциональ-

ны площади поверхности активной зоны, а число возникающих нейтронов пропорционально массе, а значит и объему делящегося вещества. Следовательно, для активной зоны сферической формы доля нейтронов, вылетающих из активной зоны, растет с уменьшением ее радиуса. Минимальные размеры активной зоны, при которых еще возможно осуществление цепной реакции, называют *критическими размерами*, а соответствующую им массу делящегося вещества — *критической массой*. Для уменьшения потерь нейтронов активную зону окружают слоем *отражателя* — вещества, хорошо рассеивающего нейтроны и плохо их поглощающего. В качестве отражателей используют те же материалы, что и для замедления нейтронов — графит, тяжелую воду, соединения бериллия.

Важной характеристикой реакции деления является среднее время τ между двумя последовательными актами деления. Для получения быстрой цепной реакции, имеющей характер взрыва, следует уменьшить время τ. Чтобы получить управляемую цепную реакцию, необходимо стремиться к увеличению τ. Для этого нужно, например, используя замедлители, увеличить время передвижения нейтронов от момента вылета из одного ядра до момента поглощения его другим ядром.

Управляемая реакция деления ядер урана. Управляемые реакции происходят в специальных *ядерных реакторах* или *атомных котлах*. В качестве делящегося материала используют изотопы $_{92}U^{235}$, $_{94}Pu^{239}$, $_{92}U^{238}$ и $_{90}Th^{232}$. В естественной смеси изотопов урана $_{92}U^{235}$ содержится в 140 раз меньше, чем $_{92}U^{238}$. Энергия нейтронов, испускающихся при делении, в среднем составляет $\sim 0,7$ МэВ. Эта энергия достаточна, чтобы вызвать деление ядра $_{92}U^{235}$, но мала для деления $_{92}U^{238}$. Поглощение нейтронов ядрами $_{92}U^{235}$ способствует развитию цепной реакции. Поглощение их ядрами $_{92}U^{238}$ выводит нейтроны из цепной реакции, поэтому в естественной смеси изотопов урана вероятность обрыва цепной реакции превышает вероятность ее развития. Для непрерывного развития цепной реакции применяют замедлители, снижающие энергию нейтронов ниже значения, при котором возможен захват их ядрами $_{92}U^{238}$. В зависимости от того, как распределяется в реакторе делящееся вещество и замедлитель, различают реакторы *гомогенные* — с равномерным распределением делящегося вещества по всему объему замедлителя и *гетерогенные*, в которых компоненты расположены отдельными блоками. При достижении реактором необходимой мощности коэффициент размножения нейтронов необходимо снизить до значения $k = 1$. С этой целью в реактор вводят стержни из вещества, сильно поглощающего нейтроны (бор, кадмий). Такие *управляющие стержни* позволяют поддерживать работу реактора в стационарном режиме.

Деление ядер в ядерных реакторах сопровождается излучением нейтронных потоков, β- и γ-излучением большой интенсивности, опасных для человеческого организма. Поэтому все процессы управления ядерным реактором необходимо максимально автоматизировать.

Количество энергии, которое можно получить в реакторах, работающих на тепловых нейтронах, определяется природным запасом $_{92}U^{235}$. Эта энергия приблизительно эквивалентна запасам обычного топлива на земле. Для увеличения ядерных энергетических ресурсов используются процессы *воспроизводства ядерного горючего*, заключающиеся в том, что при захвате нейтронов ядрами $_{92}U^{238}$ и $_{90}Th^{232}$

возникают эффективно делящиеся изотопы $_{94}Pu^{239}$ и $_{92}U^{233}$, которые могут быть отделены от исходного вещества химическим путем.

Атомная бомба. В атомной бомбе происходит быстрая неуправляемая цепная реакция. Ядерным взрывчатым веществом могут быть изотопы $_{92}U^{235}$, $_{94}Pu^{239}$ и $_{92}U^{233}$. Критические размеры устройства малы — радиус шара, заключающего критическую массу, составляет 4—6 см. До взрыва ядерный заряд разделяется на несколько частей, находящихся в условиях, когда цепная реакция еще невозможна. При быстром сближении частей бомбы, например, посредством выстрела, происходит взрыв. Температура, развивающаяся при взрыве атомной бомбы, достигает 10^7 градусов. Разрушительная сила бомбы, сброшенной на Хиросиму, была эквивалентна 20 000 т тринитротолуола. В последующих образцах атомного оружия она превышает сотни тысяч тонн. Возникающее при атомном взрыве огромное количество радиоактивных осколков деления, среди которых есть и долго живущие, превращает ядерный взрыв в угрожающую катастрофу.

Термоядерные реакции. Наряду с использованием реакций деления тяжелых ядер возможен способ получения ядерной энергии в реакции синтеза легких ядер. Если произвести синтез ядер гелия из ядер изотопов водорода, то в такой реакции будет выделяться энергия, поскольку удельная энергия связи ядра гелия значительно превышает удельную энергию связи ядер водорода. Синтез ядер гелия из тяжелых изотопов водорода — дейтрона $_1D^2$ и трития $_1T^3$, происходящий по схеме

$$_1D^2 + {_1T^3} \rightarrow {_2He^4} + {_0n^1}, \qquad (9.48)$$

позволяет получить энергию, равную 17,6 МэВ. При синтезе ядер выделяется в несколько раз больше энергии на один нуклон, чем при делении тяжелых ядер. Известно, что при делении ядер урана выделяется энергия 200 МэВ. На один нуклон при этом приходится 200/238 = 0,85 МэВ, а в реакции (10.48) на один нуклон выделяется энергия 17,6/5 = 3,5 МэВ. Еще больше энергии (6,7 МэВ) выделяется при синтезе ядер гелия из четырех протонов. Слияние ядер в реакции синтеза требует, однако, преодоления потенциального барьера, высота которого составляет около 0,1 МэВ. Потенциальный барьер такой высоты ядра дейтрона могут преодолеть в случае, если их средняя кинетическая энергия теплового движения $\left(\frac{3}{2}\text{ кT}\right)$ будет для этого достаточной. Из расчетов следует, что дейтронам при этом нужно сообщить температуру $T = 2 \cdot 10^9$ К. Хотя эта температура очень высокая (она значительно превышает температуру внутренних областей Солнца $\rightarrow 10^7$ К), осуществление термоядерных реакций оказывается возможным даже в земных условиях. Уже при температуре $\sim 10^7$ К, благодаря максвелловскому распределению скоростей, существует некоторое число ядер с энергией, превышающей высоту потенциального барьера, которые и могут начать реакцию синтеза. Для осуществления реакции синтеза требуется нагрев до очень высоких температур, в связи с чем ядерные реакции синтеза называют *термоядерными*. Очевидно, термоядерные реакции должны происходить на Солнце, где по данным спектрального анализа имеется водо-

род (до 80%) и гелий (до 20%) и температура внутренних областей достаточно высока. Ежесекундно Солнце излучает энергию 3,8 $\times 10^{26}$ Дж, что соответствует уменьшению его массы покоя на 4,3 млн. тонн в секунду, при этом удельное излучение энергии Солнца на единицу массы в секунду оказывается малым — $1{,}9 \cdot 10^{-4}$ Дж/с $\times$ кг. Живой организм в процессе обмена веществ характеризуется гораздо большим удельным излучением энергии, почти в 100 раз превосходящим солнечное. Неизменность мощности излучения Солнца в течение миллиардов лет существования солнечной системы объясняется именно его малым удельным излучением. Имеется несколько гипотез о возможности протекания на Солнце (и других звездах) термоядерных реакций, являющихся источником энергии, компенсирующим излучение Солнца. К таким реакциям относятся *протонно-протонный цикл* с поступенчатым синтезом из протонов и дейтронов легких изотопов гелия и затем ${}_2He^4$ и замкнутый непрерывно происходящий *углеродно-азотный цикл*. Беспрерывный цикл начинается с образования из протона и углерода ядра радиоактивного азота, при захвате протона превращающегося в радиоактивный кислород, который затем превращается снова в изотоп азота, распадающийся на α-частицу и исходное ядро углерода. При таких ядерных превращениях выделяется количество энергии, достаточное для компенсации излучаемой Солнцем энергии, и хотя это приводит к уменьшению содержания водорода на Солнце, запасов его достаточно для поддержания термоядерных реакций на миллиарды лет.

Проблема управляемой плазмы. Термоядерные реакции представляют собой почти неисчерпаемый источник энергии. Например, при синтезе ядер дейтерия, содержащегося в литре обычной воды, выделяется энергия, которую можно получить при сжигании 350 литров бензина.

Самоподдерживающаяся термоядерная реакция взрывного типа происходит в *водородной бомбе*, в которой температура, необходимая для начала реакции синтеза, создается взрывом атомной бомбы.

Основная задача в осуществлении управляемой термоядерной реакции состоит в создании необходимого стационарного режима в дейтериевой высокотемпературной плазме. Для осуществления *самоподдерживающейся термоядерной реакции* температура плазмы должна составлять $\sim 10^8$ градусов, однако при таких температурах неизбежны большие потери тепла из-за теплопроводности плазмы, растущей пропорционально $T^{5/2}$. Нагрев плазмы до нужной температуры становится возможным только при строгой ее теплоизоляции.

Если вдоль оси плазмы, имеющей форму цилиндра, пропустить сильный электрический ток, магнитное поле этого тока создаст электродинамические силы, стремящиеся сжать плазменный столб, в результате чего он окажется изолированным от стенок и вытянутым в плазменный шнур. Этим методом была получена плазма, температура которой превышала 10^6 градусов. Однако долго удержать плазменный шнур в таком состоянии не удается из-за возникающих деформаций, изменяющих геометрическую форму шнура, что приводит к нарушению изоляции плазмы и быстрому ее охлаждению. Проблема сохранения устойчивости плазмы, наряду с поисками путей повышения ее температуры, является в настоящее время основной проблемой в задаче осуществления управляемой термоядерной реакции.

32. Почему мощность атомного взрыва не может превзойти определенный предел? Имеет ли предел мощность термоядерного взрыва?

Решение. Мощность атомного взрыва ограничивается условием, согласно которому масса ядерного горючего в отдельном куске должна быть меньше критической массы. Для термоядерного взрыва нет условий, ограничивающих его мощность.

33. В результате захвата α-частицы ядром азота ${}_7N^{14}$ образуется неизвестный элемент и протон. Напишите реакцию и определите неизвестный элемент.

Решение. Схема реакции ${}_7N^{14} + {}_2\alpha^4 \rightarrow {}_1p^1 + {}_8X^{17}$. Неизвестный элемент ${}_8X^{17}$ является изотопом кислорода, так как у него $Z = 8$. На восьмом месте в таблице Менделеева стоит кислород.

34. При бомбардировке изотопа ${}_7N^{14}$ нейтронами получается изотоп углерода ${}_6C^{14}$, который оказывается β-радиоактивным. Напишите уравнения ядерных реакций.

Решение. Первая ядерная реакция ${}_7N^{14} + {}_0n^1 \rightarrow {}_6C^{14} + {}_mY^n$. По закону сохранения заряда $7 + 0 = 6 + m$, т. е. $m = 1$. По закону сохранения массовых чисел $14 + 1 = 14 + n$, т. е. $n = 1$. Следовательно, ${}_1Y^1$ представляет собой протон ${}_1H^1$. Запишем ${}_7N^{14} + {}_0n^1 \rightarrow$ $\rightarrow {}_6C^{14} + {}_1H^1$. Вторая ядерная реакция ${}_6C^{14} \rightarrow {}_{m'}Y^{n'} + {}_{-1}e^0$. По законам сохранения заряда и массового числа $m' = 7$ и $n' = 14$. По таблице Менделеева устанавливаем, что это изотоп азота, т. е. окончательно ${}_6C^{14} \rightarrow {}_7N^{14} + {}_{-1}e^0$.

35. В результате бомбардировки бора ${}_5B^{11}$ быстрыми протонами в камере Вильсона получены три почти одинаковых следа частиц, направленных в разные стороны. Какие это частицы?

Ответ. Этими частицами являются ядра гелия — α-частицы, появляющиеся в соответствии со схемой ${}_5B^{11} + {}_1H^1 = 3{}_2He^4$.

36. Почему α-частицы, выбрасываемые радиоактивными элементами, не могут вызвать ядерных реакций в тяжелых элементах, а в легких — могут.

Ответ. Силы кулоновского отталкивания между ядром с большим зарядом и α-частицей велики и запаса кинетической энергии α-частицы недостаточно, чтобы преодолеть силы отталкивания.

37. Если в колбу, стенки которой покрыты сернистым цинком, поместить α-радиоактивный препарат, то свечение стенок колбы становится заметным только в случае, если из колбы откачан воздух. Чем это можно объяснить?

Ответ. В колбе, наполненной воздухом, α-частицы испытывают много соударений с атомами и молекулами воздуха, и длина свободного пробега их невелика. α-Частицы быстро теряют энергию, вероятность их попадания на стенки невелика. При откачивании воздуха длина свободного пробега α-частиц увеличивается и они начинают попадать на стенки колбы, вызывая свечение.

38. Почему вещества, занимающие места в середине и в конце таблицы Менделеева, не применяют в качестве замедлителей нейтронов?

Ответ. Потому что при столкновении нейтронов с атомами передаваемая атомам энергия тем больше, чем меньше масса атомов.

§ 7. Элементарные частицы

Частицы, которые при взаимодействии с другими частицами и полями ведут себя как единое целое и не состоят из более простых частиц, называются элементарными.

Физика элементарных частиц исследует их свойства и процессы взаимных превращений. Наличие протяженности, структуры частиц, так же как и конечной скорости передачи взаимодействия элементарным частицам, противоречит основному принципу теории относительности (элементарные частицы по определению должны быть точечными, в связи с чем потенциалы полей в непосредственной близости к частицам должны быть бесконечными; элементарные частицы недеформируемы, в связи с чем любое взаимодействие с ними должно передаваться мгновенно, с бесконечной скоростью, сразу всем областям частицы). В физике элементарных частиц разработан ряд теоретических приемов, позволяющих исключать «бесконечности» при теоретических истолкованиях процессов, однако современную теорию элементарных частиц нельзя считать завершенной.

Космические лучи. Космические лучи представляют собой потоки атомных ядер высокой энергии, а также других частиц внеземного происхождения. Интенсивность их изменяется с изменением высоты над поверхностью земли. На высотах больше 50—60 км над уровнем Земли она постоянна, по мере приближения к Земле интенсивность уменьшается, а у поверхности Земли имеет наиболее низкое значение. Космические лучи отклоняются магнитным полем Земли, поэтому их интенсивность изменяется с изменением широты. Космическое излучение, существующее за пределами земной атмосферы, называют *первичным космическим излучением*. Оно состоит из протонов (90%), ядер гелия (9%) и более тяжелых элементов (1%). Энергия частиц в первичных космических лучах составляет $\sim 10^9 - 10^{20}$ эВ на один нуклон.

В результате неупругих столкновений с ядрами атомов верхних слоев атмосферы появляются *вторичные космические лучи*, которые представляют собой космическое излучение ниже 20 км над поверхностью Земли. Вторичные космические лучи содержат *мягкую и жесткую компоненты*. Мягкая компонента состоит из легких заряженных частиц — электронов, позитронов, а также фотонов, жесткая — из более тяжелых быстрых заряженных частиц.

На расстоянии 600—6000 км от поверхности Земли расположен околоземной *радиационный пояс* — область с сильно повышенной интенсивностью космических лучей. Внешняя сторона радиационных поясов расположена от Земли на расстоянии $(2 - 6) \times 10^4$ км. Образование радиационных поясов связано с магнитным полем Земли. Такие пояса должны быть присущи всем небесным телам, обладающим магнитным полем. Согласно существующей гипотезе, первичные космические лучи представляют собой заряженные частицы межзвездной материи, получившие колоссальное ускорение в электромагнитных полях Солнца, звезд, облаков межзвездной материи. Начальную энергию, согласно гипотезе, космические частицы получают при столкновениях газовых масс в результате взрыва *сверхновых звезд*.

Поскольку в ускорителях частиц может быть достигнута энергия порядка 10^{10} эВ, а в космических лучах регистрируются частицы с энергией до 10^{20} эВ, космические лучи являются пока что самым

мощным «инструментом» для изучения элементарных частиц и их превращений при высоких энергиях.

Свойства μ-мезонов. При изучении поглощения космических лучей в свинцовых фильтрах были обнаружены положительно и отрицательно заряженные частицы с массой покоя, примерно в 200 раз превосходящей массу покоя электрона m_e. Эти частицы были названы *мюонами* или *μ-мезонами*. Мюоны нестабильны, время их жизни составляет $\sim 10^{-6}$ с. Они самопроизвольно распадаются на электрон (или позитрон) и мезонное нейтрино (или антинейтрино), слабо взаимодействуют с ядрами атомов. Время взаимодействия мюонов с ядрами свинца характеризуется величиной 10^{-8} с, это в 10^{14} раз больше ядерного времени (10^{-22} с), следовательно, и силы взаимодействия мюонов с ядром в 10^{14} раз слабее ядерных сил, характерных для взаимодействия нуклонов в ядре. Из этого следует, что *ядерно-неактивные мюоны не могут быть квантами обменного взаимодействия ядерных полей.* По слабому взаимодействию с ядрами μ-мезоны объединяются в общий класс элементарных частиц, называемых *лептонами*. К этому классу частиц относятся также электроны, позитроны, нейтрино и антинейтрино. Частицы, входящие в группу лептонов, обладают *лептонным зарядом*. Все лептоны — электроны, отрицательные мюоны и нейтрино — имеют лептонный заряд, равный +1, все антилептоны — позитроны, положительные мюоны и антинейтрино — имеют заряд, равный −1. Остальные частицы лептонного заряда не имеют. *Во всех процессах с участием лептонов соблюдается закон сохранения лептонного заряда.* Спин лептонов равен $^1/_2$.

Свойства π-мезонов. Положительные и отрицательные ядерно-активные частицы с массой покоя, близкой к 300 m_e, получили название *пионов или π-мезонов*.

Пионы образуются наряду с тяжелыми частицами при разрушении ядер атомов атмосферы космическими лучами. Время их жизни $\sim 10^{-8}$ с. Распадаются они на мюоны и нейтрино. Кроме заряженных, существуют и нейтральные пионы со значительно меньшим временем жизни $\sim 10^{-16}$ с. Все пионы имеют спин, равный нулю.

Свойства К-мезонов и гиперонов. Частицы с массой покоя 1000 m_e, имеющие положительный, отрицательный или нулевой заряд, были названы *К-мезонами или каонами*. Время жизни заряженных каонов $\sim 10^{-8}$ с, нейтральных—10^{-8}, 10^{-10} с. Все каоны имеют нулевой спин и распадаются, в основном, на пионы и нейтрино.

В ядерных фотоэмульсиях были обнаружены частицы с массами, большими, чем массы нуклонов, названные *гиперонами*. Массы покоя гиперонов имеют промежуточное значение от $\sim 2183\, m_e$ для лямбда-нуль-гиперона Λ^0 до $\sim 3278\, m_e$ для омега-минус-гиперона Ω^-. Время жизни гиперонов изменяется от 10^{-11} до 10^{-10}с. Все гипероны имеют спин, равный $^1/_2$, за исключением Ω^- гиперона со спином, равным $^3/_2$. Нуклоны и гипероны объединены в класс тяжелых *частиц-барионов*, обладающих барионным (ядерным, нуклонным) зарядом. Для барионов этот заряд равен единице, для антибарионов — минус единице, для всех остальных частиц — нулю. *При всех ядерных превращениях с участием барионов выполняется закон сохранения барионного заряда.* Распадаются барионы на нуклоны, пионы и другие частицы. Свойства каонов и гиперонов отлича-

ются от свойств других частиц. Каоны распадаются на ядерноактивные частицы — пионы, а время их жизни подобно ядерно-пассивным мюонам. Отличаются каоны и характером взаимодействия с другими частицами. Из-за необычного поведения каоны и гипероны названы *странными частицами*. *Странность* поведения этих частиц была объяснена после введения предположения о зарядовой независимости при взаимодействии каонов и гиперонов, аналогичной зарядовой независимости при взаимодействии нуклонов в ядре.

Античастицы. Почти для каждой известной элементарной частицы в физике элементарных частиц известна античастица. У частиц и античастиц одинаковы масса покоя, спин и время жизни. Значение электрических и ядерных зарядов равны по величине и противоположны по знаку так же, как и их магнитные моменты. Наличие заряда не является обязательным требованием для пар частица — античастица, они могут быть и нейтральными. Частицы, у которых не обнаружены античастицы (или частицы тождественны с античастицами), называют *абсолютно нейтральными*. Это фотон, π^0-мезон, каоны K_1^0 и K_2^0. Заряженные частицы подчиняются принципу *зарядового сопряжения:* заряженные элементарные частицы существуют парами. В настоящее время, кроме пары электрон—позитрон, обнаружены античастицы и более тяжелые частицы — антипротоны, антинейтроны. Особенностью античастиц является их малое время жизни, объясняемое быстрым воссоединением античастиц со своими парами — частицами, в избытке находящимися в окружающем нас веществе. Можно представить себе существование «антимира», в котором «антивещество» устроено из античастиц — ядра антиатомов состоят из антипротонов и антинейтронов, вокруг которых вращаются позитроны. Обычные частицы в таком «антимире» так же быстро воссоединялись бы со своими античастицами, но в вакууме стабильность античастиц такая же, как и у обычных частиц. В табл. 20 приведен список известных элементарных частиц и их основные характеристики.

Структура нуклонов. Из опытов по рассеянию пионов и электронов на протонах было получено представление о распределении плотности электрического заряда внутри нуклонов. Эти же опыты позволяют приписать нуклону линейный размер порядка 10^{-15} м. Согласно этим представлениям, в центральной части, называемой керном нуклона, с радиусом $\sim 0{,}2 \cdot 10^{-15}$ м сосредоточен положительный заряд, равный $+0{,}35\ e$ (e — элементарный заряд). В области до $\sim 0{,}8 \cdot 10^{-15}$ м расположена «шуба» керна, состоящая из пионов (пионная атмосфера), в которой сосредоточен заряд, равный $+0{,}5\ e$ для протона и $-0{,}5\ e$ для нейтрона. В области с радиусом $\sim 1{,}45 \cdot 10^{-15}$ м расположена пионная стратосфера нуклона, в которой распределен положительный заряд $+0{,}15\ e$. Такая структура нуклонов дает суммарный заряд $+1$ для протона и 0 для нейтрона, кроме того, получает логическое объяснение наличие магнитного момента нейтрона и аномальное его значение для протона. Структура электрона изучена меньше. Есть ряд теоретических предпосылок, позволяющих считать, что и электрон имеет некоторую «атмосферу», состоящую из пар частиц — античастиц, и что размеры его могут оказаться значительно бо́льшими, чем предполагалось прежде.

Классификация ядерных взаимодействий. В ядерной физике различают сильные, электромагнитные и слабые взаимодействия. К сильным взаимодействиям относятся ядерные силы, действующие

между нуклонами, процессы образования мезонов. Признаком *сильных взаимодействий* является их зарядовая независимость. Силы, действующие между нуклонами в ядре, не зависят от заряда нуклонов, однако дополнительное электромагнитное взаимодействие частиц в ядре, обусловленное наличием у них зарядов, приводит к существованию различий в массах нейтральных и заряженных частиц. Масса частицы как бы складывается из части ядерно-мезонного происхождения и части имеющей электромагнитную природу, с положительным или с отрицательным знаком. Процессы, в которых проявляются ядерные взаимодействия, протекают быстро во времени, для них характерно время 10^{-22} с.

Электромагнитные взаимодействия обусловливают кулоновское отталкивание протонов в ядрах и процессы рождения и уничтожения электронно-позитронных пар. Характерное для них время — 10^{-18}—10^{-20} с. Электромагнитное взаимодействие в ~ 137 раз слабее сильного. *Слабые взаимодействия* проявляются при взаимодействии мюонов с ядрами, а также при взаимодействиях, приводящих к β-распаду ядер. Время протекания слабых взаимодействий — 10^{-8} — 10^{-10} с. Слабое взаимодействие в 10^{14} раз слабее сильного.

Кварки. В последнее время было обнаружено большое количество частиц, названных *резонансами* или *резононами*. Они обладают спином, электрическим и барионным зарядом, характеризуются определенными импульсами и энергиями. Для каждой из тяжелых частиц обнаружены присущие ей резонансы, имеющие большие массы. Число известных в настоящее время частиц и резонансов велико. В связи с этим делаются попытки найти минимальное количество субэлементарных частиц, из которых можно было бы построить все экспериментально известные частицы и объяснить их свойства.

Среди многих теоретических моделей в физике элементарных частиц наиболее успешной является модель Гелл—Манна. Интерпретация этой модели в рамках обычных представлений сложна, однако попытаемся представить некоторые ее элементы. Согласно этой модели вводятся три частицы с дробным электрическим и барионным зарядом — кварки. Все три кварка имеют одинаковый спин, равный $^1/_2$, одинаковый барионный заряд, равный $^1/_3$. Кварки различаются странностью и электрическим зарядом, принимающими соответственно значения (0,1) и (+2/3, +1/3 и −1/3) элементарного электрического заряда. Масса кварков неизвестна, но она не может быть малой. Антикварки по сравнению с кварками имеют противоположные по знаку барионный, электрический и странный заряд. Модель позволяет по строгой схеме построить из кварков и описать все многообразие свойств известных элементарных частиц. Однако усиленные экспериментальные поиски частиц с дробным электрическим зарядом пока не дали положительных результатов.

Задачи

39. Для определения направления движения мезонов на их пути в камере Вильсона помещают свинцовые пластинки. Объясните, как при этом можно определить направление движения частиц.

Решение. Мезоны большой энергии способны проходить через свинцовые фильтры толщиной до 1 м. При этом мезон теряет часть

энергии и скорость его уменьшается. Если вектор индукции магнитного поля, в которое помещена камера Вильсона, составляет прямой угол с направлением скорости мезона, траектория движения мезона в камере будет изображаться дугой окружности, причем радиус окружности тем больше, чем больше скорость частицы. В случае, когда на пути летящего мезона находится свинцовая пластинка, скорость мезона после прохождения пластинки уменьшится и весь трек мезона будет состоять из двух дуг разной окружности, из которых началу движения будет соответствовать дуга большего радиуса, так как начальная скорость мезона больше.

40. Антипротон останавливается и аннигилирует с протоном. В результате образуются три π-мезона равной энергии. Какова кинетическая энергия каждого мезона?

Решение. Образующиеся три π-мезона получили энергию, равную энергии покоя аннигилирующей пары: $E = 2m_p c^2$, где m_p — масса покоя протона. Подставив численные значения, получим $E = 1876$ МэВ, а каждый из образующихся π-мезонов получает энергию, равную $E/3 = 625$ МэВ. Вычитая из этой величины энергию покоя мезона, равную $E_1 = m_\pi c^2 = 140$ МэВ, где m_π — масса покоя π-мезона, получим: энергия каждого π-мезона равна $E/3 - E_1 = 485$ МэВ.

41. В каждом из приведенных ниже запрещенных типов распада укажите, с нарушением какого закона сохранения он связан?

$$1)\ \lambda^0 \to \pi^+ + \pi^-,\quad 2)\ K^+ \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0,\quad 3)\ n \to e^- + p + \tilde{\nu}_e,$$

$$4)\ p = n + e^+ + \nu_e,\quad 5)\ n \to e^- + e^+ + \nu_e.$$

Решение. Приведенные типы распадов невозможны из-за нарушения следующих законов сохранения: 1) барионного заряда, 2) электрического заряда, 3) барионного заряда, 4) энергии, 5) барионного заряда.

42. При захвате μ^--мезона протоном эти частицы могут превратиться в нейтрон и другую частицу. Что это за частица? (Она должна удовлетворять закону сохранения лептонного заряда.)

Ответ. Нейтрино.

43. При распаде $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ энергия нейтрино (cp) и кинетическая энергия μ-мезона $\left(\dfrac{p^2}{2M_\mu}\right)$ черпаются из разности масс. Найти величину импульса p и кинетическую энергию $E_к$ μ-мезона (в МэВ).

Ответ. $p = 1{,}58 \cdot 10^{-20}$ кг · м/с; $E_к = 4{,}1$ МэВ.

44. Атом водорода состоит из протона и электрона. Из каких частиц должен состоять атом антиводорода?

Ответ. Из антипротона и позитрона.

45. «Атом», представляющий собой электрон, связанный с позитроном, может просуществовать некоторый промежуток времени ($\sim 10^{-6}$ с), по истечении которого он аннигилирует. Подобная система называется позитронием. Какая система будет сопряженной по заряду с позитронием?

Ответ. Позитроний состоит из взаимно сопряженных по заряду частиц, антипозитроний состоит из тех же частиц.

Глава 10

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

§ 1. Классификация твердых тел

Виды связи. К твердым относятся тела, имеющие определенную форму и объем. Они делятся на кристаллические и аморфные. Большинство кристаллических твердых тел по характеру связи можно разделить на следующие виды кристаллов: ионные, с ковалентной связью, металлические, молекулярные, с водородной связью.

Ионные кристаллы состоят из положительных и отрицательных ионов, образовавшихся в результате перехода электронов от атомов одного сорта к атомам другого сорта. Положительные ионы всегда окружены отрицательными ионами и наоборот. Ионная связь (ее называют еще полярной, гетерополярной, электровалентной) обусловлена в основном электростатическим (кулоновским) притяжением разноименно заряженных ионов. В результате ионизации атомов возникают такие электронные оболочки ионов, которые трудно отличить от электронных оболочек атомов инертных газов.

Физические свойства ионных кристаллов (высокая температура плавления, прочность, твердость, низкий коэффициент термического расширения) свидетельствуют о высокой прочности межатомной связи*. Ионные кристаллы обладают низкой электропроводностью (являются изоляторами). Однако в расплавленном состоянии они хорошо проводят электрический ток (ионная проводимость). К ионным кристаллам относятся, например, NaCl и LiF, энергия связи которых равна соответственно 750 и 1000 кДж/моль.

В *ковалентных кристаллах* происходит обобществление электронов, принадлежащих различным атомам, и образование стабильных (как у инертных газов) конфигураций электронных оболочек. Чаще всего ковалентная (или гомеополярная) связь возникает при коллективизации двух электронов с различно направленными спинами. Однако в некоторых случаях атомы могут отдавать для коллективизации два и три электрона, образуя двойные и тройные связи. Ковалентная связь характеризуется пространственной направленностью.

Ковалентные кристаллы обладают низкой электропроводностью как при низких, так и при высоких температурах. Ковалентными кристаллами являются алмаз и карбид кремния, энергия связи в которых соответственно равна 710 и 1200 кДж/моль.

В *металлических кристаллах* высокая электропроводность обусловлена «свободными» электронами. Взаимодействие свободных электронов (газа свободных электронов) с остовом (решеткой) из положительных ионов приводит к появлению металлической связи. Такая связь возникает в щелочных металлах. Она сравнительно слаба. У натрия, например, энергия связи составляет всего 110 кДж/моль. Это обусловливает довольно большие межатомные расстояния. В металлах переходной группы связь, в основном, обус-

* Энергия связи определяет ту энергию, которую необходимо затратить, чтобы разделить твердое тело на отдельные молекулы, атомы или ионы.

ловлена взаимодействием электронов внутренних незаполненных оболочек и носит ковалентный характер. Энергия связи у таких металлов большая и достигает, например у вольфрама, 880 кДж/моль.

В *молекулярных кристаллах* связь между атомами обусловлена слабыми электростатическими силами — силами Ван-дер-Ваальса, которые возникают в результате поляризационного эффекта, связанного с тем, что электрическое поле электрона данного атома влияет на движение электрона вокруг ядра в соседних атомах. Это приводит к появлению дипольного момента в соседних атомах. Между индуцированным дипольным моментом и дипольным моментом данного атома возникает взаимодействие, в результате чего появляются силы притяжения между атомами. Силы Ван-дер-Ваальса очень слабые, например в кристаллическом аргоне энергия связи равна 7,5 кДж/моль. Однако в результате возникновения этих сил происходит образование кристаллов инертных и двухатомных газов.

Кристаллы с водородной связью. Нейтральный водород имеет только один электрон, однако в некоторых случаях между одним из атомов водорода и двумя другими атомами могут возникнуть значительные силы притяжения. Энергия водородной связи составляет примерно 21 кДж/моль. Как полагают, водородная связь носит ионный характер. Электрон атома водорода присоединяется к одному из двух атомов молекулы. Возникший в результате этого протон образует водородную связь. Так как протон имеет малые размеры, у него могут быть только два соседа.

Во многих случаях связь носит более сложный характер, и часто трудно определить, какой тип связи существует в данном кристалле.

Полимеры. К полимерам относятся вещества, молекулы которых состоят из огромного числа мономерных единиц — повторяющихся одинаковых групп атомов. Между атомами в мономерной единице действуют ковалентные силы. Отдельные мономерные единицы объединяются в одну молекулу с помощью ковалентных связей.

Полимеры характеризуются степенью полимеризации $K_п$ — числом мономерных единиц в молекуле — и молекулярным весом $M_п$, которые находятся в следующей зависимости:

$$K_п = \frac{M_п}{m_e}, \qquad (10.1)$$

где m_e — молекулярный вес мономерной единицы. Молекулярный вес полимера может достигать нескольких десятков тысяч.

Различают *линейные* и *трехмерные полимеры.* В молекулах линейных полимеров каждая мономерная единица (за исключением концевых групп) связана только с двумя соседними группами. Линейные полимеры могут растворяться и находиться в жидком состоянии. В трехмерных полимерах молекулы соединены химическими связями так, что возникает трехмерная пространственная сетка. Трехмерные полимеры не растворяются и существуют только в виде твердого тела.

Полимеры могут находиться в кристаллическом состоянии. Известно три вида кристаллических полимеров: поликристаллы с дальним порядком* в расположении звеньев; глобулярные

---

* Дальний порядок — правильное, периодически повторяющееся, расположение групп атомов или звеньев.

кристаллы с дальним порядком в расположении молекул, свернутых в плотные клубки — глобулы (звенья в молекуле расположены беспорядочно); монокристаллы с упорядоченным расположением звеньев (т. е. имеется дальний порядок).

Наиболее распространен первый вид полимеров. Обычно полимеры кристаллизуются в течение нескольких, а иногда и многих суток.

К полимерам относится большое число материалов: древесина, каучук, белок, нуклеиновые кислоты (природные полимеры), нейлон, капрон, плексиглас (синтетические полимеры) и др.

Высокомолекулярные соединения могут возникать в результате соединения огромного числа одинаковых или различных молекул низкомолекулярных веществ в одну большую молекулу. Молекула высокомолекулярных соединений состоит из многократно повторяющегося звена, поэтому такие соединения часто называют высокополимерами. Высокомолекулярные соединения так же, как и полимеры, характеризуются степенью полимеризации (числом отдельных звеньев в молекуле) и молекулярным весом, достигающим сотен тысяч.

§ 2. Элементы зонной теории твердых тел

Электрон, находящийся в атоме, имеет не любые, произвольные значения энергии, а только определенные, дискретные — так называемые *уровни энергии*. В кристалле каждое дискретное энергетическое состояние электрона расщепляется на N состояний, где

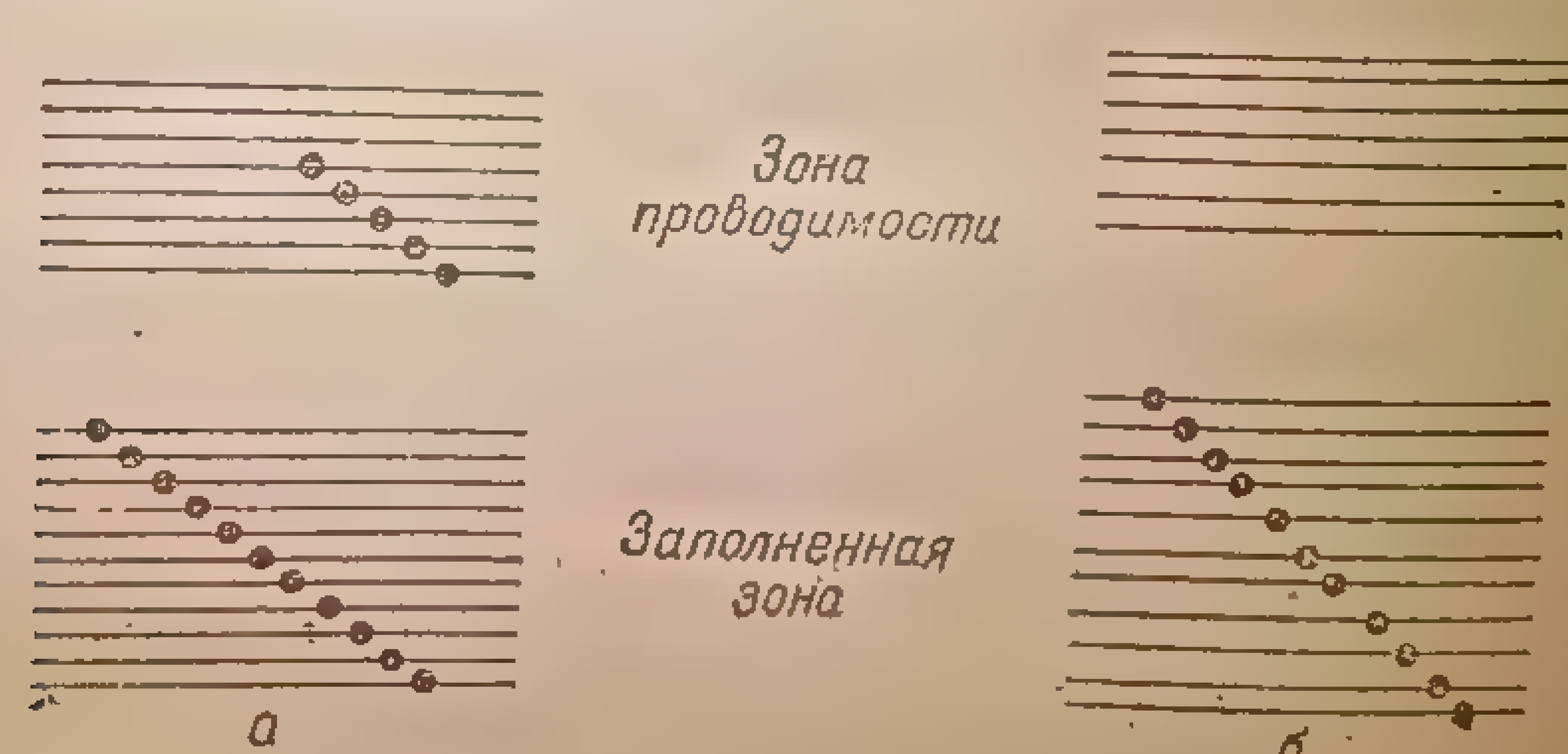


Рис. 63.

N — число объединившихся в кристалл атомов. В результате такого объединения вместо отдельных уровней энергии в атоме появляются широкие энергетические полосы — зоны. В каждой зоне энергетический спектр имеет квазинепрерывный характер (т. е. дозволенные уровни расположены настолько близко друг к другу и их так много, что практически невозможно отличить отдельные уровни).

Различают *заполненную*, или *валентную*, *зону* и *зону проводимости* (рис. 63). В валентной зоне все энергетические уровни заняты электронами в соответствии с принципом Паули. Электроны этой зоны не принимают участия в электропроводности, поскольку все вышележащие уровни заполнены. В зоне проводимости уровни

частично или полностью свободны от электронов. Валентная зона и зона проводимости разделены *запрещенной зоной*. Ширина запрещенной зоны может меняться от десятых долей до нескольких электронвольт.

В металлах (проводниках) электроны занимают только часть уровней в зоне проводимости (рис. 62, *а*). Однако в этой зоне некоторое количество электронов имеется даже при абсолютном нуле температур. *Энергия (уровень) Ферми* при абсолютном нуле температур определяет самый высокий, занятый электронами уровень энергии, выше которого расположены лишь свободные уровни.

Зона проводимости изоляторов свободна от электронов (рис. 62,*б*). Она отделена от валентной зоны широкой (в несколько электронвольт) запрещенной зоной, поэтому значительная электропроводность в изоляторах наблюдается только при очень высоких температурах.

Электронов в зоне проводимости полупроводников очень мало, а ширина запрещенной зоны достигает нескольких десятых электронвольт. Поэтому при комнатной температуре электропроводность полупроводников низкая. Однако небольшой подогрев приводит к переходу некоторого количества электронов из валентной зоны в зону проводимости и появлению значительной электропроводности. Под действием электрического поля на свободные места (дырки) в заполненной зоне могут переходить электроны с более низких уровней. Вновь возникшие пустые места также заполняются электронами с меньшей энергией.

Наличие примесей в полупроводниках приводит к появлению промежуточных энергетических уровней между заполненной зоной и зоной проводимости. В случае *донорных примесей*, заполненные электронами промежуточные уровни находятся вблизи зоны проводимости. При повышении температуры электронам с промежуточных уровней легче перейти в зону проводимости, чем электронам из заполненной зоны. В полупроводниках с донорными примесями наблюдается в основном электронная проводимость. *Акцепторные примеси* приводят к образованию свободных от электронов промежуточных уровней, расположенных вблизи заполненной зоны. Повышение температуры вызывает переход электронов из заполненной зоны на промежуточные уровни, что приводит к появлению значительного количества дырок в заполненной зоне. В полупроводниках с акцепторными примесями электропроводность обусловлена дырками.

§ 3. Сверхтекучесть и сверхпроводимость

Сверхтекучесть. При температуре 4,2° К и атмосферном давлении гелий переходит в жидкое состояние. Жидкий гелий не замерзает при дальнейшем понижении температуры до 0° К. Однако ниже 2,18° К (так называемая λ-точка) некоторые свойства жидкого гелия резко меняются. Выше λ-точки гелий принято обозначать «гелий I», ниже — «гелий II». Гелий II обладает удивительным свойством — он легко протекает через щели и капиллярные трубки с отверстием менее $1 \cdot 10^{-5}$ см, что обусловлено почти полным отсутствием вязкости у гелия II. Это явление получило название *сверхтекучесть*. Вязкость гелия II меньше вязкости газообразного водорода в 10^{-4} раз.

Гелий II обладает аномально высокой теплопроводностью, в несколько сотен раз превышающей теплопроводность металлов при комнатной температуре. В нем нельзя получить значительный перепад температур, поэтому гелий II не кипит, а лишь испаряется с поверхности.

В гелии II наблюдается также *механокалорический эффект*, заключающийся в том, что температура в сосуде, из которого гелий II вытекает через узкий капилляр, повышается, а в сосуде, в который он втекает, понижается.

Сверхтекучесть гелия II обусловлена квантовыми эффектами. В теории этого явления принимается, что вся жидкость является одной гигантской молекулой, находящейся при 0° К в своем «основном состоянии» с минимальной энергией (в соответствии с законами квантовой механики эта энергия отлична от нуля, поэтому жидкость не замерзает). При повышении температуры жидкость переходит в «возбужденное состояние» с более высокой энергией, что свидетельствует о каком-то движении в жидкости. Если этот нагрев невысок (интервал температур вблизи абсолютного нуля), число возбужденных состояний невелико и их энергия мала. Поэтому можно рассматривать лишь довольно простые виды движения. Такой подход был предложен Л. Д. Ландау. Он показал, что выражения для энергии и импульса любого низколежащего возбужденного состояния имеют следующий вид:

$$E = E_0 + n_1 e_1 + n_2 e_2 + n_3 e_3 + \cdots \tag{10.2}$$

и

$$P = P_0 + n_1 p_1 + n_2 p_2 + n_3 p_3 + \cdots \tag{10.3}$$

где E_0 и P_0 — энергия и импульс основного состояния (при абсолютном нуле), а e_i и p_i — энергия и импульсы различных видов движений. Согласно законам квантовой механики n_i должно принимать целочисленные значения: 0, 1, 2, 3, ... и т. д. Исходя из вида выражений для полной энергии и импульса, можно предположить, что жидкость состоит из основной жидкости со значениями энергии E_0 и импульса P_0 и определенного количества находящихся в этой жидкости частиц (n_1 с энергией e_1 и импульсом p_1; n_2 с энергией e_2 и импульсом p_2 и т. д.). Такие своеобразные частицы называют квазичастицами. Так как обычно плотность квазичастиц невелика, их можно рассматривать как разреженный газ и применять к ним хорошо разработанные теории газа.

При абсолютном нуле температур весь гелий II является сверхтекучим. В области температур $0 < T < 2{,}2°$ К в гелии II существуют две составляющие: нормальная и сверхтекучая.

Сверхпроводимость. Состояние сверхпроводимости характеризуется двумя основными свойствами: а) при температурах вблизи абсолютного нуля электрическое сопротивление полностью исчезает и электрический ток, возникший в проводнике в сверхпроводящем состоянии, циркулирует в нем сколь угодно долго (например, в одном из опытов ток в несколько сотен ампер, введенный определенным образом в свинцовое кольцо, находящееся в сверхпроводящем состоянии, не изменялся в течение года); б) из проводника, находящегося в магнитном поле, при переходе в сверхпроводящее состояние выталкиваются линии магнитной индукции. Это явление обусловлено тем, что сверхпроводники являются идеальными диа-

магнетиками, в которых магнитная индукция $B = 0$. Явление получило название эффекта Мейснера.

Каждый сверхпроводник характеризуется определенной температурой перехода в сверхпроводящее состояние — T_c. Наложение магнитного поля определенной величины ниже T_c разрушает сверхпроводящее состояние. Это поле (H_c), зависящее от температуры по параболическому закону, называют *критическим*. Величина H_c различна для разных сверхпроводников. Сверхпроводники с высокими значениями H_c называют *жесткими*, с малыми — *мягкими*.

В сверхпроводящем состоянии прекращается рассеяние свободных электронов решеткой металла. На это указывают следующие факты:

1. Введение примесей в чистый металл, а также пластическая деформация не нарушают переход в сверхпроводящее состояние.
2. Теплопроводность чистых металлов в сверхпроводящем состоянии меньше, чем в обычном. Это свидетельствует о том, что свободные электроны, с помощью которых в основном происходит перенос тепла, не участвуют в таком переносе.

Сверхпроводимость, как и сверхтекучесть, является квантовым эффектом в макромасштабе.

Теория сверхпроводимости построена независимо советским ученым Н. Н. Боголюбовым и американскими учеными Дж. Бардиным, Л. Купером и Дж. Шриффером. В созданной ими теории показано, что сверхпроводимость возникает в тех случаях, когда электроны, в результате взаимодействия с колебаниями решетки, притягиваются друг к другу и образуют пары. Это может произойти, если взаимодействуют не два электрона (которые отталкиваются в соответствии с законом Кулона), а все частицы, образующие металл. Теоретический расчет показывает, что притяжение возможно только для тех электронов, которые имеют энергию, близкую к энергии Ферми.

Притяжение между электронами возникает в результате фононного взаимодействия (фонон-квант механических колебаний): один электрон испускает фонон, другой его поглощает. Если кулоновское отталкивание больше фононного притяжения, образование пары электронов не происходит и металл не становится сверхпроводником. Повышение температуры увеличивает тепловое движение, что приводит к разрыву электронной пары.

При притяжении два электрона с противоположно направленными спинами образуют пару с пониженным значением энергии и спином, равным нулю. Возникшая пара не рассеивается на колебаниях решетки; т. е. электрическое сопротивление пропадает и появляется сверхпроводимость.

Температуру перехода в сверхпроводящее состояние можно определить из следующего выражения:

$$T_c = \Theta e^{-\frac{1}{g}}, \tag{10.4}$$

где Θ — некоторая характерная для данного металла температура (так называемая дебаевская температура), g — постоянная, пропорциональная силе притяжения между электронами, e — 2,72. Вы-

численная по этой формуле температура перехода в сверхпроводящее состояние в разных материалах не превышает 20—30° К. В настоящее время достигнута температура перехода, равная 22,1° К.

В теории Н. Н. Боголюбова предполагается, что все свободные электроны образуют в сверхпроводящем состоянии связанный «коллектив» с устойчивым движением. Это движение и обусловливает сверхпроводимость.

Сейчас известны 22 чистых металла и более 1000 сплавов и соединений, переходящих в сверхпроводящее состояние. Сверхпроводники используются для создания легких и сильных электромагнитов. Однако необходимость применения глубокого охлаждения для перехода в сверхпроводящее состояние резко ограничивает использование сверхпроводников в технике. Поэтому важное значение приобретает повышение T_c до температуры жидкого воздуха (78° К или —195° С) и до комнатной температуры. Фононное взаимодействие не может обеспечить такой высокой T_c. Значительное повышение температуры перехода в сверхпроводящее состояние возможно при другом, не фононном взаимодействии электронов. Например, расчеты показывают, что при экситонном взаимодействии электронов (экситоны — элементарные электрически нейтральные коллективные возбуждения в полупроводниках и диэлектриках, связанные с образованием пары электрон—дырка) T_c должна достигать 150° К (—123° С). Однако экситонная сверхпроводимость до сих пор не обнаружена.

Другим перспективным направлением в получении высокотемпературной сверхпроводимости является создание систем типа «сэндвич»: диэлектрик — тонкая металлическая пленка — диэлектрик. Такой путь был предложен советскими физиками В. Гинзбургом и Д. Киржницем.

§ 4. Понятие о квантовой электронике

Внешний электрон в основном состоянии атома находится на самом низком энергетическом уровне. При поглощении атомом некоторой порции энергии этот электрон может перейти на более высокий уровень. Возбужденное состояние атома неустойчиво, поэтому через короткий промежуток времени электрон возвращается в основное состояние, излучая при этом фотон с энергией, равной поглощенной им порции энергии. Такой процесс происходит во всех источниках при излучении ими света.

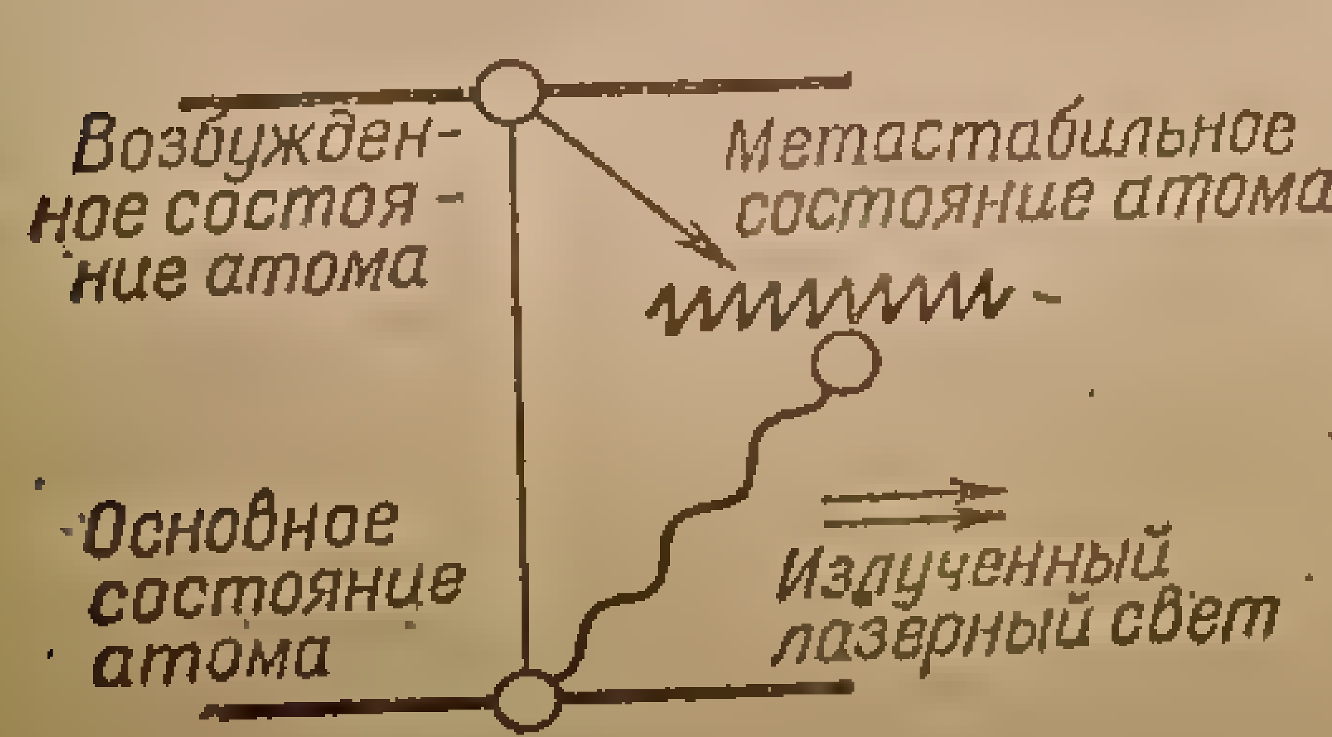


Рис. 64.

Для оптических квантовых генераторов (лазеров) подбирают только такие вещества, атомы которых возвращаются в основное состояние не сразу, а через метастабильное состояние — некоторое промежуточное состояние, расположенное между основным и возбужденным (рис. 64). Процесс излучения в лазере происходит следую-

щим образом. В результате оптической накачки (накачивающей вспышки) большинство атомов переходит в возбужденное состояние (если полученной энергии достаточно для такого перехода) и почти сразу же (в течение 10^{-8} с) — в метастабильное состояние. Такой процесс перехода атомов в метастабильное состояние обычно называют *заселением* метастабильного состояния — происходит так называемая инверсия заселенности. В метастабильном состоянии атомы могут находиться сравнительно долго (от нескольких миллисекунд до секунды). При облучении атомов в метастабильном состоянии светом с частотой, равной частоте перехода из метастабильного состояния в основное, атомы мгновенно переходят в основное состояние, излучая монохроматический свет. Энергия и цвет излучаемого света определяются разностью энергий между метастабильным и основным уровнями. Таким образом, в лазерах сначала происходит накопление энергии в атомах, а затем, при возвращении атомов из метастабильного состояния в основное, ее освобождение —излучение в виде монохроматического пучка света.

Важнейший вклад в развитие оптических квантовых генераторов внесли советские ученые Н. Г. Басов, А. М. Прохоров и американский ученый Ч. Таунс.

Глава 11

СОВРЕМЕННАЯ ТЕХНИКА ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Успехи физики твердого тела, ядерной физики и физики элементарных частиц, квантовой оптики и других разделов физики были бы невозможны без использования современных, часто очень сложных и уникальных приборов и оборудования. К ним относятся электронные и ионные микроскопы, ядерные реакторы и ускорители, квантовые генераторы, установки для получения сжиженных газов, сверхпроводящие магниты и т. д.

§ 1. Дифракционные методы исследования

Электронный микроскоп в физике твердого тела применяют при исследовании природы дефектов в реальных кристаллах, влияния различного рода воздействий на тонкую (дефектную) структуру твердых тел. В биологии и химии — при изучении морфологии клетки, строения вирусов, сложных органических молекул, полимеров и т. д.

Для формирования изображения в электронном микроскопе используется пучок электронов. Длина волны электронов, движущихся со скоростью v в поле с разностью потенциалов U, определяется уравнением де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \qquad (11.1)$$

При $U = 50$ кВ $\lambda = 5{,}36$ пм; при $U = 100$ кВ $\lambda = 3{,}7$ пм; при $U = 1000$ кВ $\lambda = 0{,}87$ пм.

Метод электронной микроскопии имеет высокую разрешающую способность (в 10^5 раз выше, чем в световой оптике). В настоящее время удалось разрешить две атомные плоскости, расстояние между которыми равно примерно 40 пм.

Электронный микроскоп состоит из электронной пушки и системы электромагнитных линз (рис. 65). На схеме изображен также ход лучей. Осветительная система микроскопа, состоящая из электронной пушки и блока конденсорных линз, создает и формирует электронный пучок. В современных электронных микроскопах для получения увеличенного изображения применяют три линзы: объективную, промежуточную и проекционную. Объективная линза формирует увеличенное изображение объекта. Фокусное расстояние меняется при изменении тока через линзу. Промежуточная и проекционная линзы имеют большое фокусное расстояние и обеспечивают плавное увеличение изображения и проектирование его на флуоресцирующий экран.

Электронный микроскоп позволяет получать как изображение, так и электронографическую картину исследуемого участка. Фор-

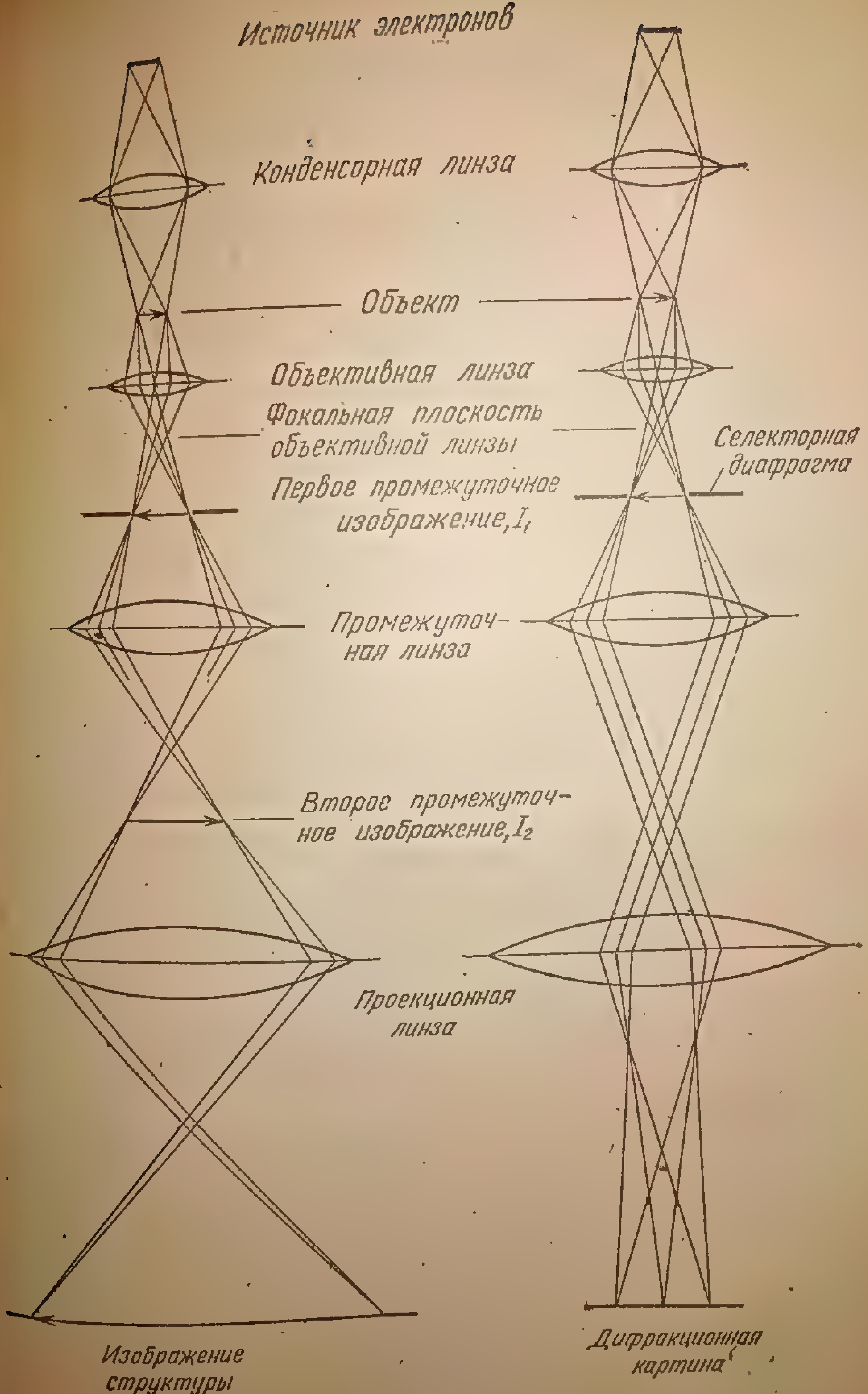

Источник электронов
Конденсорная линза
Объект
Объективная линза
Фокальная плоскость объективной линзы
Селекторная диафрагма
Первое промежуточное изображение, I_1
Промежуточная линза
Второе промежуточное изображение, I_2
Проекционная линза
Изображение структуры
Дифракционная картина

Рис. 65.

мирование изображения в электронном микроскопе происходит следующим образом. Почти параллельный пучок электронов дифрагирует на образце. Объективная линза фокусирует дифрагированные пучки в своей задней фокальной плоскости, в результате получается электронная дифракционная картина. Изображение формируется только прямым пучком.

Один из последних выпускаемых в Советском Союзе электронных микроскопов УЭМВ-100К имеет следующие основные параметры: гарантируемое разрешаемое расстояние 800 пм; электронное увеличение 300—200 000; ускоряющее напряжение 50—75—100 кВ.

В электронном микроскопе предусмотрены приставки для нагрева, охлаждения, деформации, наклона и поворота образца.

При ускоряющем напряжении 100 кВ удается просвечивать образцы толщиной 150—300 нм. Для исследования образцов большей толщины необходимо повышать рабочее напряжение. В настоящее время создан и уже работает электронный микроскоп на 1500 кВ. В микроскопе с таким ускоряющим напряжением очень сложна система высоковольтного питания. Вместо электронной пушки в нем используется многоступенчатый ускоритель. Электроннооптическая система, как и в микроскопах на 100 кВ, состоит из двух конденсорных, объективной, промежуточной и проекционной линз. В высоковольтных микроскопах с напряжением 1000 кВ можно исследовать образцы толщиной до 10 мкм при хорошем качестве изображения.

Сейчас проектируются электронные микроскопы на 3—5 тысяч киловольт.

Автоионные микроскопы применяют при исследовании кристаллической структуры твердых тел и происходящих в них процессов. С их помощью можно получать изображения отдельных атомов.

Микроскоп работает следующим образом. На образец с очень малым радиусом закругления (10—100 нм) подают высокое положительное напряжение (5—30 кВ), что приводит к созданию поля с напряженностью около 500 мВ/см. Напротив образца расположен флюоресцирующий экран. Изображение поверхности образца формируется положительными ионами, образующимися при автоионизации специально введенного в рабочее пространство трубки проектора небольшого количества так называемого изображающего газа. Давление газа в проекторе составляет примерно 0,1 Па. Разрешающая способность 200—300 пм.

Работа ионного проектора основана на автоионизации — явлении ионизации молекул газа в очень сильном поле у поверхности эмиттера. Любой выступающий над поверхностью эмиттера атом посылает узкий пучок ионов, которые ускоряются сильным полем и движутся к экрану.

Рентгеновская техника. *Рентгеновские лучи* используют для расшифровки атомных структур кристаллов, определения несовершенств кристаллического строения твердых тел, дефектоскопии деталей, просвечивания в медицине и т. д. Они обладают сильной проникающей способностью, вызывают свечение некоторых веществ, ионизируют газы действуют на фотографическую пластинку, оказывают биохимическое влияние на живой организм.

Рентгеновские лучи возникают при торможении быстро летящих электронов твердым телом. Большая часть энергии электронов переходит в теплоту и только 0,1—1% (при напряжении 200 кВ)

превращается в энергию рентгеновских лучей. Обычно используемые рентгеновские лучи имеют длину волны 0,6—250 пм. Для получения рентгеновских лучей применяют специальные электровакуумные приборы — *рентгеновские трубки*. В электронных рентгеновских трубках пучок электронов возникает при термоэлектронной эмиссии, в вакууме. Источником электронов служит раскаленная вольфрамовая нить, являющаяся одновременно и катодом трубки. Между катодом и анодом (антикатодом) прикладывается высокое напряжение. Интенсивность возникающих рентгеновских лучей определяется величиной высокого напряжения и током через трубку. В качестве антикатода обычно используют медь, молибден, железо, кобальт, хром, марганец, вольфрам. Материал антикатода определяет длину волны возникающих рентгеновских лучей. Рентгеновский пучок выходит из трубки через специальные окошки, закрытые тонкими пластинками бериллия, прозрачными для лучей.

Рентгеновские аппараты состоят из трех основных цепей: высокого напряжения, накала и пуска (включение и выключение аппарата, блокировочные устройства).

§ 2. Техника ядерной физики

Приборы для регистрации ядерных излучений. Для регистрации ядерных излучений применяют следующие детекторы.

Ионизационная камера — это наполненный газом металлический цилиндр с двумя электродами в виде пластин, изолированных от стенок. К электродам прикладывается высокое напряжение, создающее между ними сильное электрическое поле. При попадании частицы в рабочий объем камеры возникает ионизационный ток, для измерения которого используют электронные усилительные схемы. Ионизационные камеры позволяют регистрировать любые виды ядерных излучений.

Газоразрядные счетчики (счетчики Гейгера—Мюллера) используют для регистрации отдельных частиц и гамма-квантов. Счетчик выполняют в виде герметически закрытой с торцов алюминиевой трубки, по оси которой натянута нить. Корпус и нить служат электродами, на которые подаётся высокое напряжение (от 300 до 2000 В). Счетчик наполнен смесью определенных газов при давлении примерно 10^4 Па. Пролетающая через счетчик частица вызывает коронный разряд. Для гашения разряда применяют электронные схемы или наполняют счетчик специальной смесью.

Камера Вильсона — это закрытый сосуд, в котором находится воздух, насыщенный парами воды, спирта или другой жидкости. При мгновенном расширении газа с помощью специального устройства происходит охлаждение воздуха (процесс адиабатический) и пересыщение водяных паров. Попавшая в камеру α-частица вызывает образование ионов на своем пути, которые становятся центрами конденсации пара — появляется трек частицы. С помощью камеры Вильсона измеряют длину пробега частицы (что позволяет вычислить ее энергию), определяют природу частицы. Для точных физических измерений камеру помещают в сильное магнитное поле, что приводит к искривлению треков. Радиус кривизны зависит от скорости движения, массы и величины заряда частицы.

В *пузырьковой камере* используют перегретую жидкость. Пролетающая частица приводит к возникновению ионов, на которых образуются пузырьки пара. Цепочка пузырьков указывает путь движения частицы. В пузырьковых камерах, созданных в последние годы, в качестве рабочей жидкости применяют жидкий водород, пропан, ксенон. Так как жидкость имеет высокую плотность (во много раз выше плотности газа в камере Вильсона), ее тормозящая способность очень велика, поэтому треки частиц (даже высоких энергий) сравнительно коротки.

Ядерные реакторы применяют для научных исследований, производства делящихся материалов, на атомных электростанциях. В реакторе осуществляется управляемая реакция деления ядер урана или других тяжелых элементов. Цепная реакция происходит в активной зоне (ядерное топливо *1* и замедлитель *2* (рис. 66). Вокруг активной зоны расположен отражатель *3*. Для отвода выделяющегося при делении тепла используется теплоноситель *4*.

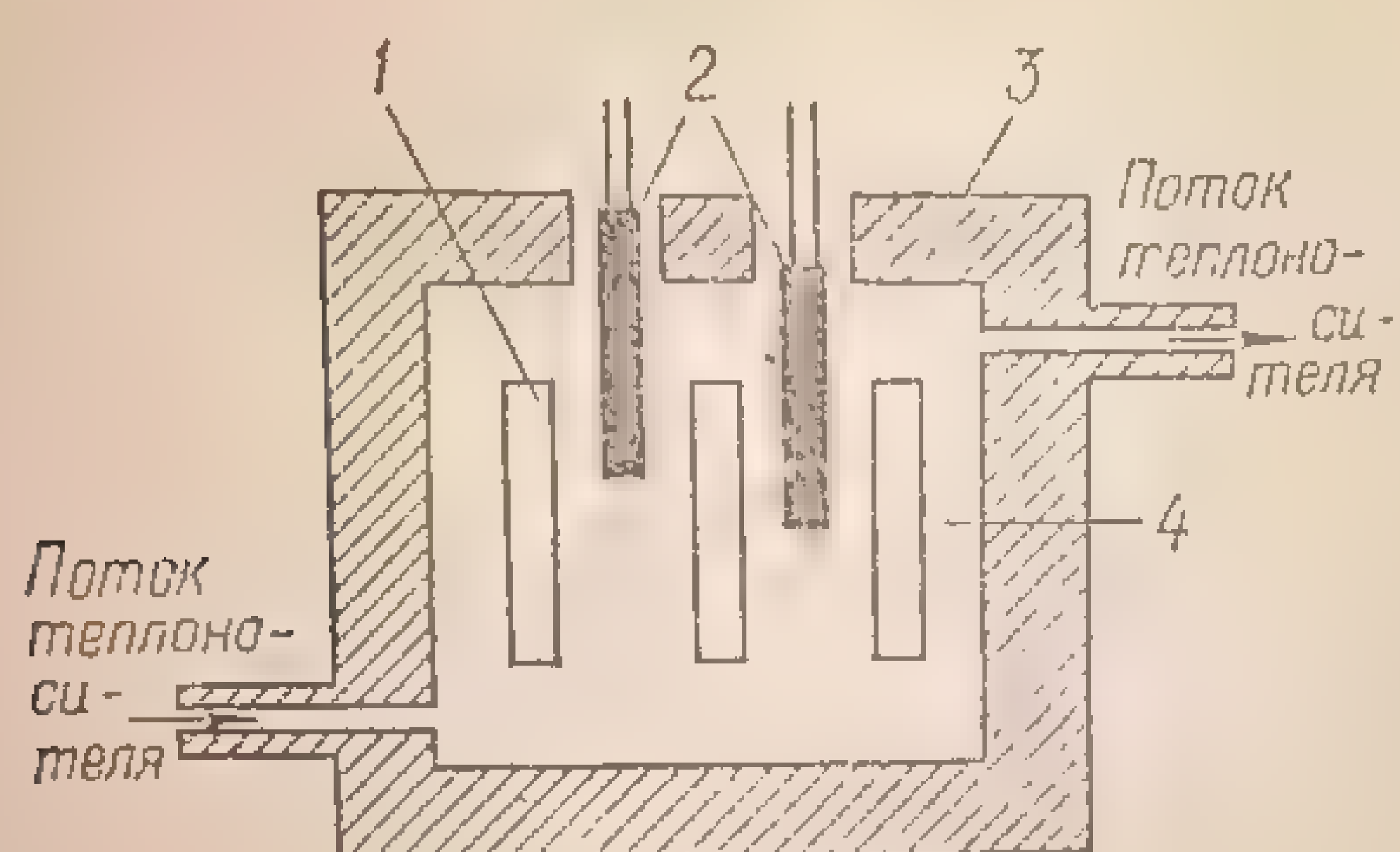


Рис. 66.

Различают реакторы на *тепловых* (медленных) и *быстрых нейтронах*. В реакторах на тепловых нейтронах деление происходит в результате поглощения медленных нейтронов, а выделяющиеся при делении быстрые нейтроны тормозятся в активной зоне реактора. В зависимости от вида ядерного топлива и замедлителя поперечные размеры реактора могут быть от 6 м (топливо-природный уран, замедлитель — графит) до нескольких десятков сантиметров (реактор на 90-процентном уране-235, замедлитель— вода). При соответствующем выборе замедлителя в реакторе на тепловых нейтронах можно использовать любое топливо — от природного урана до обогащенного урана и плутония.

Реактор на быстрых нейтронах работает только на обогащенном топливе и для деления используются нейтроны высоких энергий. Так как в реакторе отсутствует замедлитель, его критические размеры могут составлять всего 30 см. В основном реакторы на быстрых нейтронах применяют для производства делящегося материала (например, плутония-239).

В качестве ядерного топлива в реакторах используют как природный уран, так и материалы, обогащенные ураном-235, плутонием-239 или ураном-233. В качестве замедлителей и отражателей применяют материалы с низким массовым числом, слабо поглощающие нейтроны — обыкновенную и тяжелую воду, бериллий или графит. Для отвода тепла из реактора используют обыкновенную и тяжелую воду, жидкие металлы (например, натрий), органические жидкости.

Ускорители используют для получения интенсивных пучков заряженных частиц высокой энергии, изучения свойств и законов взаимодействия элементарных частиц, определения характеристик внутренней структуры ядер, получения радиоактивных изотопов.

С помощью ускорителей удалось открыть ряд новых элементарных частиц и элементов.

В зависимости от метода ускорения, фокусировки в пучок, вида ускоряемых частиц, величины приобретаемой энергии различают следующие *типы ускорителей:* прямого действия (импульсный трансформатор, электростатический ускоритель Ван-дер-Граафа); циклические индукционные (бетатроны); циклические резонансные (синхротрон, циклотрон, фазотрон, синхрофазотрон); линейные резонансные.

В *ускорителях прямого действия* используется ускоряющая сила, действующая на заряженную частицу в электрическом поле. Если частица с начальной скоростью, равной нулю, проходит в электрическом поле путь с разностью потенциалов U, то ее конечная энергия $W = n_e U$, где n_e — заряд частицы. В ускорителях такого типа к двум крайним электродам вакуумной трубки прикладывается разность потенциалов U генератора высокого напряжения. Таким способом можно получать частицы с энергией до нескольких МэВ (1 Мэв $= 10^6$ эВ).

Заряженные частицы с большими энергиями можно получить не только при использовании высоких напряжений, но и при многократном прохождении электрического поля со сравнительно низкой разностью потенциалов. Такой принцип используется в *линейных резонансных ускорителях,* устроенных следующим образом.

Ряд цилиндрических полых электродов располагается на некотором (разном, но вполне определенном) расстоянии друг от друга. Для ускорения частиц используются напряжения, получаемые в высокочастотных генераторах переменного тока, в которых полярность напряжения меняется несколько миллионов раз в секунду. Одни электроды (например, все нечетные) заземляются, другие (все четные) соединяются с высоковольтным выводом генератора. Электрическое поле между первой парой электродов ускоряет попавшие в зазор заряженные частицы. При последующем пролете внутри цилиндра частицы летят с постоянной скоростью, так как поле внутри цилиндра практически отсутствует. За время пролета в цилиндре полярность должна измениться так, чтобы в следующем зазоре частицы снова ускорялись электрическим полем. Так как скорость частиц нарастает, а время пролета между двумя соседними щелями не должно изменяться, то промежуточные электроды изготовляют более длинными. Длину цилиндров l выбирают такой, чтобы отношение l к скорости частицы v было постоянным и равным полупериоду генератора высокой частоты. В линейных резонансных ускорителях можно получать заряженные частицы с энергиями до нескольких десятков мегаэлектронвольт (тяжелые частицы, например, протоны) и сотен мегаэлектронвольт (легкие частицы, например, электроны).

В *циклотронах* ускоряемые частицы двигаются не по прямолинейным, а по круговым траекториям. Для того, чтобы частицы двигались по кругу, их необходимо поместить между полюсами электромагнита постоянного тока. В этом случае на частицу действует центростремительная сила Лоренца, и поскольку она направлена перпендикулярно к скорости частицы, то работу не совершает. Поэтому в идеальном случае частица будет сколь угодно долго двигаться по окружности, радиус которой R определяется

из условия: $\frac{Hev}{c} = \frac{mv^2}{R}$. Повышение энергии частицы приведет к увеличению радиуса траектории, однако частота вращения не изменится (так как в постоянном магнитном поле частота вращения частицы не зависит от ее энергии). Это позволяет использовать для ускорения в циклотронах высокочастотное поле.

Циклотрон устроен следующим образом. Между полюсами сильного электромагнита (1,3—1,6 Т) помещается вакуумная камера, в которой находятся два полуцилиндра (дуанта) и источник положительных ионов. К дуантам подводится напряжение от генератора высокой частоты (напряжение 1—3 кВ, частота 1—10 мГц). Ион, влетевший в первый промежуток между дуантами, ускорится и будет двигаться по окружности с постоянным радиусом в первом дуанте (так как в дуанте поле практически отсутствует). Если к моменту его вылета во второй промежуток поле изменится на обратное (частота генератора соответственно подобрана), ион вновь ускорится и радиус его движения увеличится. После N оборотов ион $2N$ раз пройдет ускоряющее поле.

Для непрерывного ускорения иона необходимо, чтобы период его вращения был равен периоду изменения полярности ускоряющего поля. Это условие синхронизации. Для фокусировки частиц по высоте создают «бочкообразное» магнитное поле (для этого оно должно уменьшаться по радиусу примерно на 1% — тогда силовые линии слегка выгнутся наружу).

В циклотронах можно ускорять ионы лишь до невысоких энергий (например, протоны до энергии не более 25 МэВ). Это связано с тем, что по мере повышения скорости масса частиц увеличивается (по сравнению с массой покоя), соответственно увеличивается период его вращения. Такое увеличение периода будет приводить к большему запаздыванию частицы, пока она не попадет в тормозящее поле. Поэтому из-за релятивистских ограничений циклотрон совершенно не пригоден для ускорения электронов до больших энергий.

Для ускорения релятивистских частиц применяют *синхрофазотроны*, в которых заряженные частицы движутся по окружности постоянного радиуса. Индукция магнитного поля повышается с увеличением импульса частицы (для того, чтобы радиус вращения был постоянным), и наконец, период изменения полярности ускоряющего электрического поля уменьшается по мере уменьшения периода обращения частицы. Синхрофазотрон работает в импульсном режиме.

В *циклических индукционных ускорителях (бетатронах)* одно и то же переменное магнитное поле ускоряет электроны и удерживает их на постоянной орбите. Это будет происходить в случае, если индукция на орбите равна половине среднего значения индукции внутри орбиты. Условие постоянства радиуса движения электрона является основным для индукционного ускорителя.

Бетатрон устроен следующим образом. Между полюсными наконечниками магнита специальной формы, создающими неоднородное поле, располагается тороидальная вакуумная камера с источником электронов. Электромагнит питается переменным током с частотой 50 Гц. В бетатронах электронам можно сообщить энергию до 300 МэВ. При дальнейшем повышении энергии начинается электро-

магнитное излучение электронов и потери становятся сравнимыми с энергией, получаемой электроном за один оборот.

В настоящее время наиболее мощными являются: протонный синхрофазотрон в г. Серпухове (СССР) на 76 ГэВ (1 ГэВ — 10^9 эВ); электронный синхротрон в г. Корнелле (США) на 10 ГэВ; линейный ускоритель электронов в г. Стэнфорде (США) на 21,5 ГэВ; протонный синхроциклотрон в г. Гатчине (СССР) на 1 ГэВ; протонные синхротроны на 30 ГэВ в Женеве (ЦЭРН) и Брукхейвене (США).

§ 3. Оптические квантовые генераторы

Оптические квантовые генераторы, лазеры, все чаще применяют в науке и технике. Это обусловлено тем, что квантовые генераторы дают узкие параллельные лучи в области видимого и инфракрасного спектра практически любой длины волны. Излучение их устойчиво и обладает высокой монохроматичностью. В луче сконцентрирована огромная мощность.

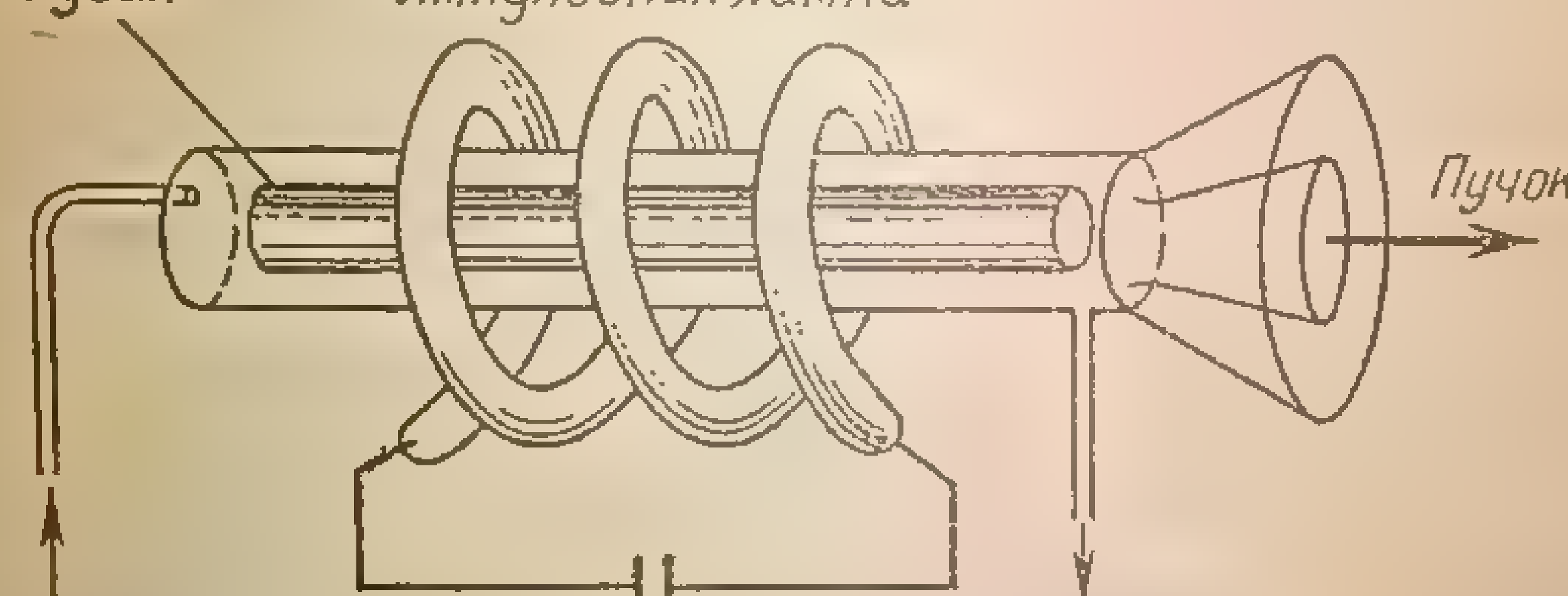


Рис. 67.

Источником питания в лазерах является батарея конденсаторов, заряжающихся до 3,5—10 кВ через выпрямительное устройство от сети. Для подкачки генератора наиболее часто используют импульсную ксеноновую лампу. В последнее время пробуют применять взрывающиеся проволочки или излучение самого лазера.

В качестве рабочего тела в лазерах часто используют рубины (кристаллы окиси Al с добавкой ~ 0,05% Cr). Рубин генерирует при комнатной температуре, позволяет получать достаточно мощное излучение и недорогой в производстве. Схема лазера на рубине представлена на рис. 67. Кроме рубина используют многие другие материалы. Наибольшая импульсная мощность получена в лазере на стекле с примесью неодима — 2000 Вт (в рубиновом лазере — 1500 Вт).

В лазерах применяют стержни квадратного, прямоугольного и круглого сечений. Диаметр (сторона) стержня 5—15 мм, длина 20—400 мм. Стержень очень тщательно изготовляется: контролируется параллельность и чистота его торцовых поверхностей, длина, диаметр, расположение оптической оси относительно оси стержня.

Для фокусировки луча лазера применяют оптические системы, что позволяет получать световые пучки диаметром до 0,01 мм.

Газовые лазеры работают в непрерывном режиме, поэтому выходная мощность у них невелика. Так, гелиево-неоновый лазер имеет мощность 100 мВт. Газовые лазеры испускают монохроматичный и когерентный свет, малы по размерам и очень дешевы.

В настоящее время делаются попытки создать лазеры непрерывного действия на твердых телах. Например, в лазере на вольфрамате кальция с примесью трехвалентного неодима было получено индуцированное излучение с выходной мощностью 2—3 Вт в течение 20 мин.

Лазеры применяют для получения отверстий малого диаметра в различных тугоплавких материалах, алмазах, рубинах, для обработки микроэлементов электронной аппаратуры, сварки, точной подгонки величины металлопленочных сопротивлений, для измерения расстояния интерферометрическим методом (с точностью до $1 \cdot 10^{-6}$%), в медицине.

Все лазеры излучают в области видимого и инфракрасного света. Они охватывают участок длин волн от 0,6 до 3,5 мкм. Лучи лазера предполагают использовать в системе связи. Только видимая область спектра (0,4—0,7 мкм) могла бы обслужить 80 миллионов телевизионных каналов.

Для получения излучения в области ультракоротких волн (меньше 0,6 мкм) применяют *мазеры*. В настоящее время созданы газовые и твердотелые мазеры. Мощность на выходе таких мазеров составляет примерно 1% потребляемой.

§ 4. Применение низких температур

Последние 10—15 лет большое внимание привлекает к себе область низких температур. Это связано с теми явлениями и свойствами материалов, которые проявляются при этих температурах. В качестве охладителей ниже 80° К используют жидкий гелий, водород, неон, ниже 1° К — парамагнитные соли.

В физике твердого тела при низких температурах изучают теплоемкость и теплопроводность, электропроводность, магнитные и прочностные свойства, сверхпроводимость. Эти исследования имеют большое прикладное значение. Например, явление сверхпроводимости используют для создания сверхпроводящих соленоидов и магнитов, что позволяет значительно уменьшить их размеры и расходуемую мощность. Предложено использовать небольшие сверхпроводящие электромагниты как «хранилища» электроэнергии. Конструируется сверхпроводящий линейный ускоритель. Созданы электромоторы со сверхпроводящими катушками мощностью 2,2 МВт.

Сверхпроводящие переключатели (криотроны) нашли применение в быстродействующих ЭВМ. Действие криотронов основано на явлении разрушения сверхпроводящего состояния при протекании через проводник тока больше критического. Время переключения криотроном составляет примерно 10^{-9} с.

Большое количество жидкого кислорода и водорода потребляется ракетной техникой.

Метод низкотемпературной ректификации применяется для производства дейтерия.

Для получения вакуума 1,3—0,1 нПа (что соответствует 100—1 молекулам в 1 $см^3$) используют криогенные вакуумные насосы. Их действие основано на явлении конденсации газа на поверхности, находящейся при низкой температуре.

В квантовых генераторах охлаждение до низких температур позволяет увеличить время релаксации (время перехода, обусловленного тепловыми колебаниями решетки, с верхнего энергетического уровня на нижний) до нескольких секунд при 4,2° С и соответственно уменьшить мощность, затрачиваемую на перевод системы в возбужденное состояние.

Достижение абсолютного нуля температур. Шкала температур ограничена снизу абсолютным нулем температур, равным —273,16° С (0° К). При абсолютном нуле полностью прекращается тепловое движение. Однако, как гласит один из фундаментальных постулатов физики — *третий закон термодинамики,— абсолютного нуля достичь нельзя, к нему можно только приблизиться.*

В настоящее время большие усилия в физике низких температур затрачиваются на разработку новых методов и создание аппаратуры, которая позволила бы достигнуть температур, очень близких к абсолютному нулю, при которых предполагают обнаружить новые явления и неожиданные свойства материалов. Например, только ниже 0,1° К, когда тепловое движение значительно уменьшилось, удалось наблюдать поляризацию ядер и неизотропность (т. е. направленность) излучения γ-квантов поляризованными ядрами. Во многих случаях охлаждение ниже 0,01° К необходимо для того, чтобы тепловое движение почти прекратилось. Причина проведения исследований вблизи абсолютного нуля заключается также в необходимости изучения свойств различных веществ в условиях, когда тепловое движение ограничено и сведено к минимуму.

Существуют следующие методы получения низких температур вблизи абсолютного нуля.

Температура любой жидкости понижается при откачке паров из сосуда, в котором она находится. Это понижение температуры обусловлено тем, что откачиваются наиболее подвижные молекулы или атомы, находящиеся над поверхностью жидкости, что уменьшает тепловое движение, а значит, и температуру жидкости.

Методом испарительного рефрежератора получают в жидком He^4 температуру 0,9° К, а в его изотопе He^3 — 0,3° К. У всех других веществ предельная температура намного выше.

Методом магнитного охлаждения в некоторых случаях удается достичь 0,003° К. Метод основан на понижении температуры при адиабатическом размагничивании некоторых парамагнитных солей, в которых внешнее магнитное поле сориентировало определенным образом магнитные моменты электронов.

Метод растворения He^3 в He^4 позволяет непрерывно поддерживать температуру 0,01—0,02° К. Он базируется на спонтанном разделении смеси He^3 и He^4 при температуре ниже 0,8° К. В сосуде с этой смесью ниже 0,05° К верхняя фаза состоит в основном из He^3, а нижняя является 6,4%-раствором He^3 в He^4. Такое соотношение сохраняется до 0° К. Это важно для работы устройства (криостата), в котором получают низкую температуру. Фаза He^3 в верхней части играет роль жидкости в обычном испарительном холодильнике, а He^4 — пара. При переходе атомов He^3 из верхней фазы в нижнюю температура понижается.

Методом И. Я. Померанчука получают температуру до 0,002° К. При адиабатическом сжатии (нагревание трением не происходит) жидкий He^3 постепенно твердеет и его температура понижается.

Методом ядерного охлаждения удалось понизить температуру до 0,00085° К. Метод основан на использовании ядерных магнитных свойств вещества. В качестве рабочего вещества обычно используют медь или индий. Внешнее магнитное поле (до 6 Т) определенным образом ориентирует магнитные моменты ядер. При адиабатическом размагничивании (медленном уменьшении магнитного поля до некоторого небольшого значения) происходит понижение температуры. Таким методом можно достигнуть температуры 0,0000005° К.

§ 5. Техника и применение высоких давлений

Высокое давление (выше 100 МПа) часто используют в современной технологии при производстве искусственных алмазов и боразона, прессовании в порошковой металлургии, полимеризации, создании новых сверхтвердых и сверхпрочных материалов, сохраняющих свои свойства до высоких температур.

Исследования в лабораториях часто проводят при давлении 2,5—3,0 ГПа, реже работают при давлениях 5—10 ГПа. Это связано с тем, что для создания таких давлений требуется специальная аппаратура и материалы. В настоящее время получено статическое давление 50 ГПа. В 1971 г. создана установка, в которой статическое давление достигает 200 ГПа.

Во всех способах получения высоких давлений применяется цилиндр и поршень. Величина максимального давления в таких аппаратах ограничивается прочностью на разрыв цилиндра и прочностью на сжатие поршня. Развиваемое в цилиндре давление может быть повышено, если к цилиндру приложено внешнее давление.

Давление можно значительно увеличить, если сравнительно низкое гидравлическое давление p_1 прикладывать к поршню с большим диаметром S_1, жестко соединенному с поршнем с меньшим диаметром S_2 (схема мультипликатора). Развиваемое конечное давление $p = p_1 \frac{S_1}{S_2}$. Величина $\frac{S_1}{S_2}$ называется *коэффициентом мультипликации*, который может достигать 40—50. Мультипликаторы используют для получения давлений до 50 ГПа.

В качестве передающей среды в камерах высокого давления (до 2,5—3,0 ГПа) применяют невязкие жидкости или газы. Для получения более высоких давлений используют твердые материалы.

Измерение давлений базируется на происходящих в материале при приложении высоких давлений объемных изменениях или на использовании зависимости электросопротивления металлов от давления. Температуру контролируют с помощью термопар.

Экстремальные состояния вещества. К экстремальным состояниям относятся высокие давления и температуры. Состояние вещества называют экстремальным, если концентрация энергии в этом веществе чрезвычайно высокая.

В естественных условиях экстремальные состояния возникают в результате действия сил тяготения. Под их влиянием происходит сжатие вещества и его разогрев.

С ростом давления и температуры молекулы разрушаются и вещество переходит в атомарное состояние. При этом может происходить перестройка электронных оболочек и отрыв внешних электронов (определяющих химическую природу вещества), что приводит к своего рода «универсализации» свойств вещества (на атомно-молекулярном уровне). Эти процессы протекают лишь при давлениях, намного больших 10 ТПа, и при температурах, лежащих выше 10 эВ. Таким образом, лабораторные условия еще недостаточны для перехода вещества в экстремальное состояние.

При достаточно больших давлениях и температурах в веществе начинают происходить ядерные процессы с выделением тепла. Этими процессами обусловлена энергия звезд и Солнца. Как показывают расчеты, водородная реакция идет при температурах 10^2—10^3 эВ и при плотности ρ — 10^4—10^5 г/см^3; гелиевая — при температуре 10^4 эВ. В процессе ядерных изменений происходит лишь превращение одних ядер в другие.

Дальнейшее повышение температуры и давления может привести к изменению структурного состава вещества и появлению новых его форм. Так, позитронная компонента вещества образуется при температурах выше 1 МэВ.

Одним из очень важных видов превращений является *нейтронизация* — захват ядром электрона и образование нейтрона из внутриядерного протона. Необходимая для этого энергия может быть обусловлена силами гравитации или высоким нагревом. «Перегруженные» нейтронами ядра существуют в условиях, не превышающих давление 10^{20} ГПа и плотность 10^{11} г/см^3. При больших плотностях и давлениях происходит деление ядер и освобождение лишних нейтронов. В результате может возникнуть нейтронная составляющая вещества.

При плотностях $5 \cdot 10^{13}$ г/см^3 ядра полностью разрушаются и из вещества образуется смесь нейтронов, протонов и электронов. Как предполагают, из нейтронного вещества состоят небесные тела — пульсары — короткопериодные переменные источники излучения.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Принцип построения Международной системы единиц. При построении системы единиц всегда выбирают несколько независимых друг от друга основных единиц, а затем, используя закономерные связи между физическими величинами, на их базе устанавливают производные единицы. Совокупность выбранных основных и образованных с их помощью производных единиц называется системой единиц. В качестве основных выбирают такие единицы, которые можно воспроизвести с наибольшей точностью. Число основных единиц должно быть достаточным для выражения любых других физических величин. В Международной системе (СИ) в качестве основных выбраны шесть единиц: метр (длина), килограмм (масса), секунда (время), ампер (сила электрического тока), кельвин (термодинамическая температура), кандела (сила света).

СИ включает две дополнительные единицы: для плоского угла — радиан, для телесного — стерадиан. Из шести основных и двух дополнительных единиц выводят производные единицы для измерений физических величин во всех областях науки и техники.

Важным принципом, соблюдающимся при построении системы СИ, является согласованность единиц в различных областях науки и техники. Например, ватт — единица механической мощности (равная джоулю в секунду) — равняется мощности, выделяемой электрическим током силой в 1 ампер при напряжении 1 вольт. В СИ коэффициенты пропорциональности в физических уравнениях, определяющих производные единицы, являются безразмерной единицей.

Размерность физических величин. Размерностью называют символическое (буквенное) выражение зависимости производных величин (или единиц) от основных. Если некоторая величина X выражается через основные величины системы единиц, например длину L, массу M и время T, некоторой формулой

$$X = L^p M^q T^r, \tag{1}$$

то размерность (dimension) величины X выражается формулой

$$\dim X = L^p M^q T^r. \tag{2}$$

Формула вида (1), показывающая, как производная величина связана с основными величинами, называется *формулой размерности*. Всякая физическая величина X может быть представле-

на как произведение ее числового значения $\{X\}$ на единицу измерения $[X]$:

$$X = \{X\} [X]. \qquad (3)$$

Это дает возможность представить формулу (1.1) в виде

$$\{X\} [X] = \{L\}^p \{M\}^q \{T\}^r [L]^p [M]^q [T]^r. \qquad (4)$$

Равенство величин в формуле (1.4) можно разложить на два: равенство числовых значений

$$\{X\} = \{L\}^p \{M\}^q \{T\}^r \qquad (5)$$

и равенство единиц измерения

$$[X] = [L]^p [M]^q [T]^r. \qquad (6)$$

Из сопоставления формул (6) и (2) следует, что производные единицы выражаются через основные единицы такой же зависимостью, как производные величины выражаются через основные.

Условие требующее наличия одинаковой размерности обеих частей любого физического равенства, позволяет проверять правильность промежуточных и конечных результатов задачи, а также устанавливать с точностью до безразмерного множителя вид зависимости между величинами, если известно, какие величины должны входить в уравнение.

Образование кратных и дольных единиц. Если установленные единицы для практических измерений физических величин оказываются слишком большими или слишком малыми, применяют десятичные кратные и дольные единицы от исходных единиц СИ. Кратные единицы получают путем умножения единиц СИ на число 10 в соответствующей положительной степени, дольные — путем умножения единиц СИ на 10 в отрицательной степени (от 10^{12} до 10^{-18}). Наименования десятичных дольных и кратных единиц образуют присоединением приставок к наименованиям исходных единиц.

Единицы других систем и внесистемные единицы. Среди систем единиц, использовавшихся до введения системы СИ, наибольшее распространение получили системы СГС и МКГСС. Основными единицами в системе СГС являются единицы для измерения длины, массы и времени: сантиметр, грамм, секунда. В системе МКГСС основными единицами являются единицы длины, силы и времени: метр, килограмм-сила, секунда.

Для измерения многих физических величин используются удобные внесистемные единицы.

Основные единицы СИ*

Величина	Размерность	Единица	
		наименование	обозначение
Длина	L	метр	м
Масса	M	килограмм	кг
Время	T	секунда	с
Сила электрического тока	I	ампер	А
Термодинамическая температура	θ	кельвин	К
Сила света	J	кандела	кд

* В качестве седьмой основной единицы СИ принимается единица количества вещества — моль.

Дополнительные единицы СИ

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср

Производные единицы СИ, имеющие собственные наименования

Величина	Единица		Выражение производной единицы	
	наименование	обозначение	через другие единицы СИ	через основные единицы СИ
				$с^{-1}$
Частота	герц	Гц	—	м кг $с^{-1}$
Сила	ньютон	Н	—	$м^{-1}$ кг·$с^{-2}$
Давление	паскаль	Па	Н/м^2	$м^2$ кг·$с^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	джоуль	Дж	Н·м	
				$м^2$ кг·$с^{-3}$
Мощность, поток энергии	ватт	Вт	Дж/с	с·А
Количество электричества, электрический заряд	кулон	Кл	А·с	
Электрическое напряжение, электрический потенциал	вольт	В	Вт/А	$м^3$ кг $с^{-3}$ $А^{-1}$

Величина	Единица		Выражение производной единицы	
	наименование	обозначение	через другие единицы СИ	через основные единицы СИ
Электрическая емкость	фарада	Ф	Кл/В	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^4 \cdot А^2$
Электрическое сопротивление	ом	Ом	В/А	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-2}$
Электрическая проводимость	сименс	См	А/В	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^3 \cdot А^2$
Поток магнитной индукции	вебер	Вб	В·с	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Магнитная индукция	тесла	Т	Вб/м²	$кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Индуктивность	генри	Г	Вб/А	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-2}$
Световой поток	люмен	лм		кд·ср *
Освещенность	люкс	лк		$м^{-2} \cdot кд \cdot ср$ *

* В эти выражения входит также дополнительная единица СИ — стерадиан.

Важнейшие производные единицы СИ в геометрии и кинематике

Величина	Размерность	Обозначение
Площадь	L^2	м²
Объем, вместимость	L^3	м³
Частота	T^{-1}	Гц
Частота вращения	T^{-1}	$с^{-1}$
Период	T	с
Скорость	LT^{-1}	м/с
Ускорение	LT^{-2}	м/с²
Угловая скорость	T^{-1}	рад/с
Угловое ускорение	T^{-2}	рад/с²
Длина волны	l	м
Волновое число	L^{-1}	$м^{-1}$
Коэффициент затухания	T^{-1}	$с^{-1}$
Коэффициент ослабления	L^{-1}	$м^{-1}$
Кинематическая вязкость	L^2T^{-1}	м²/с
Объемный расход	L^3T^{-1}	м³/с

Важнейшие производные единицы СИ в статике и динамике

Величина	Размерность	Обозначение
Сила	LMT^{-2}	Н
Вес	LMT^{-2}	Н
Плотность	$L^{-3}M$	кг/м^3
Удельный объем	L^3M^{-1}	м^3/кг
Удельный вес	$L^{-2}MT^{-2}$	Н/м^3
Момент силы, момент пары сил	L^2MT^{-2}	Н·м
Момент инерции	L^2M	кг·м^2
Давление	$L^{-1}MT^{-2}$	Па
Количество движения (импульс)	LMT^{-1}	кг·м/с
Момент количества движения (момент импульса)	L^2MT^{-1}	кг·м^2/с
Импульс силы	LMT^{-1}	Н·с
Работа, энергия	L^2MT^{-2}	Дж
Мощность	L^2MT^{-3}	Вт
Динамическая вязкость	$L^{-1}MT^{-1}$	Па·с
Текучесть	$M^{-1}T$	Па$^{-1}$с$^{-1}$
Модуль упругости	$L^{-1}MT^{-2}$	Па
Предел упругости, предел прочности	$L^{-1}MT^{-2}$	Па
Жесткость пружины	MT^{-2}	Н/м

Некоторые производные единицы СИ в теплофизике

Величина	Размерность	Обозначение
Разность температур, температурный интервал	Θ	К
Количество теплоты	L^2MT^{-3}	Дж
Удельное количество теплоты	L^2T^{-2}	Дж/кг
Теплоемкость	$L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$	Дж/К
Удельная теплоемкость	$L^2T^{-2}\Theta^{-1}$	Дж/(кг·К)
Тепловой поток	L^2MT^{-3}	Вт
Теплопроводность	$MT^{-3}\Theta^{-1}$	Вт/(м·К)
Теплота сгорания топлива	L^2T^{-2}	Дж/кг
Излучательная способность	MT^{-3}	Вт/м^2
Коэффициент лучеиспускания	$MT^{-3}\Theta^{-4}$	Вт/(м^2 К^4)

Важнейшие производные единицы СИ в электричестве и магнетизме

Величина	Размерность	Обозначение
Плотность электрического тока (поверхностная)	$L^{-2}I$	А/м^2
Линейная плотность электрического тока	$L^{-1}I$	А/м
Количество электричества, электрический заряд	TI	Кл
Объемная плотность электрического заряда	$L^{-3}TI$	Кл/м^3
Поляризованность	$L^{-2}TI$	Кл/м^2
Электрическое смещение	$L^{-2}TI$	Кл/м^2
Электрическое напряжение, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	В
Напряженность электрического поля	$LMT^{-3}I^{-1}$	В/м
Электрическая емкость	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	Ф
Абсолютная диэлектрическая проницаемость, электрическая постоянная	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	Ф/м
Диэлектрическая восприимчивость	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	Ф/м
Электрическое сопротивление	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	Ом
Удельное электрическое сопротивление	$L^3MT^{-3}I^{-2}$	Ом·м
Электрическая проводимость	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	См
Удельная электрическая проводимость	$L^{-3}M^{-1}T^3I^2$	См/м
Магнитный поток	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	Вб
Магнитная индукция	$MT^{-2}I^{-1}$	Т
Магнитодвижущая сила	I	А
Напряженность магнитного поля	$L^{-1}I$	А/м
Индуктивность, взаимная индуктивность	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	Г
Абсолютная магнитная проницаемость, магнитная постоянная	$MT^{-2}I^{-2}$	Г/м
Магнитный момент электрического тока	L^2I	А/м^2
Намагниченность	$L^{-1}I$	А/м
Коэрцитивная сила	$L^{-1}I$	А/м
Магнитная поляризация	$MT^{-2}I^{-1}$	Т

Важнейшие производные единицы СИ в оптике

Величина	Размерность	Обозначение
Энергия излучения	L^2MT^{-2}	Дж
Поток излучения (лучистый поток)	L^2MT^{-3}	Вт
Энергетическая светимость (излучательность)	MT^{-3}	Вт/м^2
Энергетическая освещенность	MT^{-3}	Вт/м^2

Величина	Размерность	Обозначение
Энергетическая сила света (сила излучения)	$L^{2}MT^{-3}$	Вт/ср
Энергетическая яркость (лучистость)	MT^{-3}	Вт/(ср·м²)
Спектральная плотность энергии излучения по длине волны	LMT^{-2}	Дж/м
Спектральная плотность энергии излучения по частоте	$L^{2}MT^{-1}$	Дж/Гц
Спектральная излучательность абсолютно черного тела по длине волны	$L^{-1}MT^{-3}$	Вт/м³
Световой поток	J	лм
Световая энергия	TJ	лм с
Освещенность	$L^{-2}J$	лк
Светимость	$L^{-2}J$	лм/м²
Яркость	$L^{-2}J$	кд/м²
Фокусное расстояние	L	м
Оптическая сила	L^{-1}	м⁻¹
Постоянная Стефана—Больцмана	$MT^{-3}\theta^{4}$	Вт/(м²·К⁴)

Важнейшие производные единицы СИ в атомной и ядерной физике

Величина	Размерность	Обозначение
Атомная масса	M	кг
Элементарный электрический заряд	TI	Кл
Постоянная Ридберга	L^{-1}	м⁻¹
Постоянная Планка	$L^{2}MT^{-1}$	Дж·с
Магнитный момент атома, электрона, ядерный магнетон	$L^{2}I$	А·м²
Гиромагнитное отношение протона	$M^{-1}T^{3}J$	рад·с/Т
Комптновская длина волны	L	м
Период полураспада	T	с
Эффективное сечение	L^{2}	м²
Энергия ионизирующего излучения	$L^{2}MT^{-2}$	Дж
Поток энергии ионизирующего излучения	$L^{2}MT^{-3}$	Вт
Доза излучения	$L^{2}T^{-2}$	Дж/кг
Мощность дозы излучения	$L^{2}T^{-3}$	Вт/кг
Интенсивность излучения	MT^{-3}	Вт/м²
Активность изотопа	T^{-1}	с⁻¹
Удельная активность изотопа	$M^{-1}T^{-1}$	с⁻¹·кг⁻¹
Поток ионизирующих частиц	T^{-1}	с⁻¹

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка	Обозначение
$1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$	тера	Т
$1\,000\,000\,000 = 10^{9}$	гига	Г
$1\,000\,000 = 10^{6}$	мега	М
$1000 = 10^{3}$	кило	к
$100 = 10^{2}$	гекто	г
$10 = 10^{1}$	дека	да
$0{,}1 = 10^{-1}$	деци	д
$0{,}01 = 10^{-2}$	санти	с
$0{,}001 = 10^{-3}$	милли	м
$0{,}000001 = 10^{-6}$	микро	мк
$0{,}000000001 = 10^{-9}$	нано	н
$0{,}000000000001 = 10^{-12}$	пико	п
$0{,}000000000000001 = 10^{-15}$	фемто	ф
$0{,}000000000000000001 = 10^{-18}$	атто	а

Внесистемные единицы измерений и их перевод в единицы СИ

Единица	Обозначение	Перевод в единицы СИ
микрон	мкм	$1 \cdot 10^{-6}$ м
ангстрем	Å	$1 \cdot 10^{-10}$ м
световой год	св. год	$9{,}46 \cdot 10^{15}$ м
парсек	пк	$3{,}09 \cdot 10^{16}$ м
литр	л	$1 \cdot 10^{-3}$ м³
атомная единица массы	а. е. м.	$1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
тонна	т	1000 кг
минута	мин	60 с
час	ч	3600 с
сутки	сут	86 400 с
секунда	″	$4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад
минута	′	$2{,}9 \cdot 10^{-4}$ рад
градус	°	0,017 рад
оборот	об	6,28 рад
полный телесный угол	—	12,57 ср
оборот в секунду	об/с	1 с$^{-1}$
оборот в минуту	об/мин	$0{,}0167$ с$^{-1}$
километр в час	км/ч	0,278 м/с
оборот в секунду	об/с	6,28 рад/с
оборот в минуту	об/мин	0,105 рад/с
миллиметр ртутного столба	мм рт. ст.	133 Па
бар	бар	$1 \cdot 10^{5}$ Па
киловатт-час	кВт·ч	$3{,}6 \cdot 10^{6}$ Дж

Продолжение

Единица	Обозначение	Перевод в единицы СИ
электронвольт	эВ	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж
ампер-час	А · ч	$3{,}6 \cdot 10^{3}$ Кл
калория	кал	$4{,}19 \cdot 10^{6}$ Дж
рентген	Р	$2{,}58 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг
рад	рад	0,01 Дж/кг
кюри	Ки	$3{,}7 \cdot 10^{10}$ $с^{-1}$
распад в секунду	расп./с	1 $с^{-1}$

Единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ

Величина	Единица	
	Наименование	Обозначение
Масса	тонна	т
Время	минута	мин
	час	ч
	сутки	сут
Температура, разность температур	градус Цельсия	°С
Плоский угол	градус	°
	минута	мин
	секунда	с
Телесный угол	полный телесный угол	—
Объем, вместимость	литр	л
Скорость	километр в час	км/ч
Частота вращения	оборот в секунду	об/с
	оборот в минуту	об/мин
Работа, энергия	киловатт-час	кВт · ч
Количество электричества, электрический заряд	ампер-час	А · ч
Уровень звукового давления	децибел	дБ
Уровень громкости	фон	ф
Активность изотопа	распад в секунду	расп./с

Перевод некоторых единиц системы СГС и МКГСС в единицы СИ

Величина	Обозначение	Перевод в единицы СИ
СГС		
Длина	см	$1 \cdot 10^{-2}$ м
Масса	г	$1 \cdot 10^{-3}$ кг

Величина	Обозначение	Перевод в единицы СИ
Скорость	см/с	$1 \cdot 10^{-2}$ м/с
Плотность	г/см³	$1 \cdot 10^{3}$ кг/м³
Сила	дин	$1 \cdot 10^{-5}$ Н
Удельный вес	дин/см³	10 Н/м³
Момент силы	дин · см	$1 \cdot 10^{-7}$ Н · м
Давление и механическое напряжение	дин/см²	0,1 Па
Работа, энергия и количество теплоты	эрг	$1 \cdot 10^{-7}$ Дж
Мощность	эрг/с	$1 \cdot 10^{-7}$ Вт
Динамическая вязкость	П (пуаз)	0,1 Па · с
Кинематическая вязкость	Ст (стокс)	$1 \cdot 10^{-4}$ м²/с
Коэффициент диффузии	см²/с	$1 \cdot 10^{-4}$ м²/с
Поверхностное натяжение	дин/см	$1 \cdot 10^{-3}$ Н/м
Удельное количество теплоты	эрг/г	$1 \cdot 10^{-4}$ Дж/кг
Теплоемкость	эрг/°С	$1 \cdot 10^{-7}$ Дж/К
Удельная теплоемкость	эрг/(г · °С)	$1 \cdot 10^{-4}$ Дж/(кг · К)
Энтропия	эрг/К	$1 \cdot 10^{-7}$ Дж/К
Удельная энтропия	эрг/(г · К)	$1 \cdot 10^{-4}$ Дж/(кг · К)
Коэффициент теплопроводности	эрг/(с · см °С)	$1 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м · К)
МКГСС		
Масса	кгс · с²/м	9,80665 кг
Плотность	кгс · с²/м⁴	9,80665 кг/м³
Сила	кгс	9,80665 Н
Момент силы	кгс · м	9,80665 Н · м
Момент инерции	кгс · м · с²	9,80665 кг · м²
Давление	кгс/м²	9,80665 Па
Работа и энергия	кгс · м	9,80665 Дж
Мощность	кгс · м/с	9,80665 Вт
Динамическая вязкость	кгс · с/м²	9,80665 Па · с

Некоторые физические постоянные

Ускорение свободного падения на уровне моря и широте 45°	$g = 9{,}80665$ м/с²
Гравитационная постоянная	$\gamma = 6{,}6732 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг²
Нормальное атмосферное давление	$p_0 = 1{,}013 \cdot 10^{5}$ Н/м²
Число Авогадро	$N = 6{,}023 \cdot 10^{26}$ кмоль$^{-1}$
Точка плавления льда	273,15° К
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Универсальная газовая постоянная	$R = 8{,}317 \cdot 10^{3}$ Дж/кмоль · К
Постоянная Фарадея	$F = 9{,}648 \cdot 10^{7}$ Кл/кмоль
Солнечная постоянная	$J_c = 1370$ Дж/м² · с
Постоянная Стефана—Больцмана	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Дж/м² · К⁴ · с
Постоянная Вина	$b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м · К

Постоянная Ридберга	$R = 10\,967\,758$ м$^{-1}$
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}6726513 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1{,}6749575 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}109548 \cdot 10^{-31}$ кг
Заряд электрона	$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	$c = 2{,}9979250 \cdot 10^{8}$ м/с
Постоянная Планка	$h = 6{,}626189 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Отношение заряда электрона к его массе	$e/m_e = 1{,}7588 \cdot 10^{11}$ Кл/кг

Плотности некоторых веществ ρ, кг/м^3

Твердые тела	$\rho \cdot 10^{-3}$	Твердые тела	$\rho \cdot 10^{-3}$	Жидкости	$\rho \cdot 10^{-3}$	Газы	ρ
Платина	21,5	Латунь	8,7	Ртуть	13,6	Хлор	3,21
Золото	19,3	Никель	8,6	Вода	1	Кислород	1,43
Вольфрам	18,8	Железо	7,8	Масло растительное	0,92	Воздух	1,29
Свинец	11,4	Алюминий	2,7	Керосин	0,8	Азот	1,25
Серебро	10,5	Лед	0,9	Спирт этиловый	0,79	Гелий	0,18
Медь	8,9	Дерево сухое	0,7	Эфир этиловый	0,71	Водород	0,09

Модуль Юнга и предел прочности для некоторых металлов

Металлы	Модуль Юнга, Н/м^2 · 10^{-9}	Предел прочности, Н/м^2 · 10^{-7}	Металлы	Модуль Юнга, Н/м^2 · 10^{-9}	Предел прочности, Н/м^2 · 10^{-7}
Сталь	196	127	Латунь	102	35
Железо	186	33	Алюминий	68	7,8
Медь	120	24	Свинец	1,7	1,5

Скорость звука в различных средах

Среда	Температура, °С	Скорость, м/с	Среда	Температура, °С	Скорость, м/с
Воздух	0	331	Ртуть	20	1451
Азот	0	334	Спирт метиловый	20	1123
Аммиак	0	415	Алюминий	20	5080
Водород	0	1284	Медь	20	3710
Гелий	0	965	Железо	20	5170
Кислород	0	316	Стекло кварцевое	20	5370
Углекислый газ	0	259	Дерево ель	0	4800
Ацетон	20	1192	Дерево пробковое	—	430—530
Вода пресная	25	1497	Каучук	—	50
Вода морская	17	1510—1550			

Величина силы звука для основных значений шкалы децибел

Вид звука	дБ	Сила звука, мкВт/м²
Предел чувствительности человеческого уха	0	10^{-6}
Шопот на расстоянии 1 м	10	10^{-5}
Шорох листьев в саду; падение капель воды на расстоянии 1 м	20	10^{-4}
Средний уровень шума в зрительном зале; негромкий разговор	30	10^{-3}
Негромкая музыка. Шум в жилом помещении	40	10^{-2}
Шум в учреждении с открытыми окнами	50	10^{-1}
Средний уровень разговорной речи на расстоянии 1 м	60	1
Шум мотора грузового автомобиля	70	10
Шум в машбюро; симфонический оркестр	80	10^{2}
Автомобильный гудок	90	10^{3}
Клепальная машина	100	10^{4}
Пневмомолот	110	10^{5}
Сильные удары грома, мотор самолета	120	10^{6}
Болевой предел. Звук уже не слышен	130	10^{7}

Коэффициент линейного расширения α твердых тел при температуре ≈ 20° С, $К^{-1}$

Вещество	α
Алмаз	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Алюминий	$2,29 \cdot 10^{-5}$
Бронза	$1,75 \cdot 10^{-5}$
Висмут	$1,34 \cdot 10^{-5}$
Вольфрам	$4,3 \cdot 10^{-6}$
Гранит	$8,3 \cdot 10^{-6}$
Дерево (вдоль волокон)	$(2—6) \cdot 10^{-6}$
Дерево (поперек волокон)	$5—6) \cdot 10^{-5}$
Железо кованое	$1,19 \cdot 10^{-5}$
Золото	$1,45 \cdot 10^{-5}$
Инвар (сплав 63,2% Fe, 36,1% Ni, 0,39% Cu, 0,39% Mn)	$1,5 \cdot 10^{-6}$
Иридий	$6,5 \cdot 10^{-6}$
Кварц плавленый	$5,0 \cdot 10^{-7}$
Кирпичная кладка	$5,5 \cdot 10^{-6}$
Константан	$1,7 \cdot 10^{-5}$
Латунь	$1,89 \cdot 10^{-5}$
Лед (от —10° до 0° С)	$5,07 \cdot 10^{-5}$
Магний	$2,51 \cdot 10^{-5}$
Медь	$1,67 \cdot 10^{-5}$
Никель	$1,34 \cdot 10^{-5}$
Олово	$2,14 \cdot 10^{-5}$
Платина	$8,9 \cdot 10^{-6}$
Свинец	$2,83 \cdot 10^{-5}$
Сталь нержавеющая	$1,10 \cdot 10^{-5}$
Стекло обычное	$8,5 \cdot 10^{-6}$
Стекло перекс	$3,0 \cdot 10^{-6}$
Углерод (графит)	$7,9 \cdot 10^{-6}$
Фарфор	$3,0 \cdot 10^{-6}$
Цемент и бетон	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Цинк	$3,0 \cdot 10^{-5}$
Чугун	$1,04 \cdot 10^{-5}$
Эбонит	$7,0 \cdot 10^{-5}$

Коэффициент объемного расширения жидкостей β при температуре ≈ 20° С, $К^{-1}$

Вещество	β
Анилин	$8,5 \cdot 10^{-4}$
Ацетон	$1,43 \cdot 10^{-3}$
Бензол	$1,06 \cdot 10^{-3}$
Вода при температуре 5°—10° С	$5,3 \cdot 10^{-5}$
То же при 10°—20° С	$1,5 \cdot 10^{-4}$

Вода при температуре 20°—40° С	$3{,}02 \cdot 10^{-4}$	Нефть	$9{,}2 \cdot 10^{-4}$
То же при 40°—60° С	$4{,}58 \cdot 10^{-4}$	Ртуть	$1{,}81 \cdot 10^{-4}$
То же при 60°—80° С	$5{,}87 \cdot 10^{-4}$	Сероуглерод	$1{,}19 \cdot 10^{-3}$
Глицерин	$5{,}0 \cdot 10^{-4}$	Скипидар	$9{,}4 \cdot 10^{-4}$
Керосин	$1{,}0 \cdot 10^{-3}$	Спирт метиловый	$1{,}19 \cdot 10^{-3}$
Кислота азотная	$1{,}24 \cdot 10^{-3}$	Спирт этиловый	$1{,}10 \cdot 10^{-3}$
		Хлороформ	$1{,}28 \cdot 10^{-3}$
		Эфир этиловый	$1{,}63 \cdot 10^{-3}$

Плотность газов, кг/м³, при давлении 101,3 кПа и температуре $t = 0°$ С

Воздух	1,29	Водород	$9{,}0 \cdot 10^{-2}$
Азот	1,25	Углекислый газ	1,98
Кислород	1,43	Хлор	3,21

Коэффициент теплопроводности K некоторых веществ, кДж/(м · ч · К)

Металлы

Алюминий	755	Латунь	308	Серебро	1506
Железо	268	Медь	1401	Сталь	163
Золото	1126	Ртуть	105	Чугун	226

Материалы

Бакелитовый лак	1,05
Бумага сухая	0,504
Гранит	7,93
Глина (20% влаги)	3,35
Дуб (поперек волокна, влажность 6—7%)	1,25—1,55
Железобетон	5,57
Кирпичная кладка (сухая)	2,42—2,93
Пробковые плиты	0,151—0,193
Штукатурка (влажность 6—8%)	2,84

Термоизоляторы

Асбестовая бумага, сухая	0,482—0,637
Войлок асбестовый, сухой	0,188—0,33
Войлок шерстяной, сухой	0,167
Пенобетон, сухой	0,423—1,15
Пенопласт, сухой	0,155—0,21
Шлак котельный, сухой	0,84—1,34

Жидкости

Ацетон при температуре 0° С	0,63	Спирт этиловый при температуре 0° С	0,679
То же при 50° С	0,59	То же при 50° С	0,637
То же при 100° С	0,55	Толуол при температуре 0°С	0,511
Вода при температуре 0° С	1,98	То же при 50° С	0,465
То же при 50° С	2,33	То же при 100° С	0,428
То же при 100° С	2,46		

Удельная теплоемкость, температура плавления и кипения, удельная теплота плавления некоторых веществ

Вещество	Удельная теплоемкость при 20° С, Дж/(г·К)	Температура плавления, °С	Удельная теплота плавления, Дж/г	Температура кипения, °С
Алюминий	0,92	660,1	321,0	2330
Азот	1,04 (c_p)	—209,9	25,5	—195,8
Ацетон	2,18	—94,3	82,0	56,7
Бензол	1,70	5,5	127,1	80,2
Вода	4,19	0	335	100
Водород	14,3 (c_p)	—259,2	58,5	—253
Вольфрам	0,142	3380	—	6000
Гелий	5,23 (c_p)	—272,2	—	—268,9
Глицерин	2,42	—20	176,0	290
Железо	0,498	1535	27,2	3000
Золото	0,134	1063	66,5	2660
Калий	0,795	63	—	760
Кислород	0,90 (c_p)	—219	13,8	—181
Латунь	0,384	900	—	—
Лед (вода)	2,09	0	335	100
Магний	1,05	650	301	1100
Медь	0,394	1083	176,0	2582
Никель	0,46	1452	244,0—306,0	2800
Олово	0,25	231,9	58,5	2337
Платина	0,117	1769	114,0	4000
Ртуть	0,138	—38,9	11,7	356,7
Свинец	0,130	327,3	22,4	1750
Серебро	0,234	960,5	88,0	2100
Спирт (этиловый)	2,42	—117	108,0	78,3
Сталь	0,46	1300—1400	205,0	—
Цинк	0,38	419	117	907
Чугун	0,503	1100—1200	96—138	—
Эфир (этиловый)	2,34	—116,3	98,3	34,6

Удельная теплота сгорания некоторых видов топлива

Твердое, Дж/кг

Антрацит	$3{,}03 \cdot 10^7$	Дрова сухие	$1{,}25 \cdot 10^7$
Бурый уголь	$9{,}3 \cdot 10^6$	Каменный уголь	$2{,}93 \cdot 10^7$
Горючие сланцы	$9{,}6 \cdot 10^6$	Порох	$3{,}0 \cdot 10^6$
Древесный уголь	$2{,}97 \cdot 10^7$	Торф	$1{,}5 \cdot 10^7$

Жидкое, Дж/кг

Бензин	$4{,}6 \cdot 10^7$
Керосин	$4{,}31 \cdot 10^7$
Спирт этиловый	$2{,}7 \cdot 10^7$

Газообразное, Дж/м³

Водород	$1{,}05 \cdot 10^7$
Коксогаз	$1{,}64 \cdot 10^7$
Окись углерода	$1{,}3 \cdot 10^7$
Природный газ	$3{,}55 \cdot 10^7$
Светильный газ	$2{,}1 \cdot 10^7$

Относительное изменение объема твердых тел при плавлении, %

Вещество	%	Вещество	%
Алюминий	6,6	Натрий	2,5
Висмут	—3,32	Олово	2,6
Золото	5,19	Ртуть	3,6
Индий	2,5	Свинец	3,6
Кадмий	4,74	Серебро	4,99
Калий	2,41	Сурьма	—0,94
Лед (вода)	—8,3	Цезий	2,6
Литий	1,5	Цинк	6,9
Магний	4,2		

Удельная теплота парообразования при температуре кипения и нормальном давлении, Дж/г

Вещество	Дж/г	Вещество	Дж/г
Азот жидкий	199	Керосин	210—230
Ацетон	524	Кислород жидкий	212
Бензин авиационный	230—315	Ртуть	285
Бензол	394	Сероуглерод	356
Вода	2255	Спирт этиловый	921
Водород жидкий	453	Толуол	364
Гелий жидкий	25	Эфир этиловый	351

Зависимость давления (кПа) насыщенных водяных паров от температуры, °С

Температура	Давление	Температура	Давление
0	0,606	220	2323
20	2,32	240	3333
40	7,37	260	4747
60	20,2	280	6363
80	47,5	300	8585
100	101	320	1131
120	202	340	1464
140	364	360	1858
160	616	370	2121
180	1010	374	2222
200	1515		

Относительные диэлектрические проницаемости некоторых веществ ε

Вещество	ε	Вещество	ε
Воздух	1,0006	Эбонит	2,7—2,9
Бумага	2	Слюда	4—5
Парафин	2	Стекло	4—7
Янтарь	2,8	Фарфор	7
Лед	3,2	Мрамор	8—10
Плексиглас	3—4	Вода	81

Удельное электросопротивление некоторых материалов Ом м 10^6

Серебро	0,016	Константан	0,40—0,51
Медь	0,017	Нихром	1,1
Алюминий	0,029	Фехраль	1,2
Никелин	0,40—0,44	Хромель	1,3
Манганин	0,42	Уголь для дуговых ламп	40—50

Характеристики колебаний в механической системе и соответствующие им величины в электрической цепи

Механическая система	Электрическая цепь (контур)
Масса m	Индуктивность L
Упругость (жесткость) k	Величина $\frac{1}{C}$
Коэффициент трения h	Сопротивление R
Сила F	Э. д. с. $\mathcal{E}$
Отклонение от положения равновесия s	Заряд на конденсаторе Q
Скорость v	Ток I
Потенциальная энергия Π	Энергия электрического поля W_e
Кинетическая энергия T	Энергия магнитного поля $W_м$

Основные характеристики элементарных частиц

Наименование	Обозначение	Масса покоя, m_e	Заряд, e	Спин, $\hbar$	Время жизни, с
Фотон	γ	0	0	1	Стабилен
Лептоны					
Электронное нейтрино	ν_e	$<4\cdot10^{-4}$	0	1/2	Стабилен
Электронное анти-нейтрино	$\tilde{\nu}_e$	$<4\cdot10^{-4}$	0	1/2	Стабилен
Мюонное нейтрино	ν_μ	<8	0	1/2	Стабилен
Мюонное анти-нейтрино	$\tilde{\nu}_\mu$	<8	0	1/2	Стабилен
Электрон	e^-	1	—1	1/2	Стабилен
Позитрон	e^+	1	+1	1/2	Стабилен
Отрицательный мюон	μ^-	206,77	—1	1/2	$2,21\cdot10^{-6}$
Положительный мюон	μ^+	206,77	+1	1/2	$2,21\cdot10^{-6}$
Мезоны					
Пи-плюс	π^+	273,18	+1	0	$2,55\cdot10^{-8}$
Пи-минус	π^-	273,18	—1	0	$2,55\cdot10^{-8}$
Пи-нуль	π^0	264,20	0	0	$2,3\cdot10^{-10}$
Ка-плюс	K^+	966,6	+1	0	$1,22\cdot10^{-8}$
Ка-минус	K^-	966,6	—1	0	$1,22\cdot10^{-8}$
Ка-нуль	K_0	974,2	0	0	$K_1^0 \sim 10^{-10}$
Анти-ка-нуль	$\tilde{K}_0$	974,2	0	0	$K_2^0 \sim 6,1\cdot10^{-8}$

Продолжение

Наименование	Обозначение	Масса покоя, m_e	Заряд, e	Спин, $\hbar$	Время жизни, с
Барионы нуклоны					
Протон	p	1836,12	—1	1/2	Стабилен
Антипротон	$\tilde{p}$	1836,12	+1	1/2	Стабилен
Нейтрон	n	1838,65	0	1/2	$1{,}01\ 10^3$
Антинейтрон	$\tilde{n}$	1838,65	0	1/2	$1{,}01 \cdot 10^3$
Барионы гипероны					
Ламбда-нуль	Λ^0	2182,80	0	1/2	$2{,}51 \cdot 10^{-10}$
Анти-ламбда-нуль	$\tilde{\Lambda}^0$	2182,80	0	1/2	$2{,}51 \cdot 10^{-10}$
Сигма-плюс	Σ^+	2327,7	+1	1/2	$0{,}81 \cdot 10^{-10}$
Анти-сигма-плюс	$\tilde{\Sigma}^+$	2327,7	—1	1/2	$0{,}81 \cdot 10^{-10}$
Сигма-минус	Σ^-	2342,6	—1	1/2	$1{,}6 \cdot 10^{-10}$
Анти-сигма-минус	$\tilde{\Sigma}^-$	2342,6	+1	1/2	$1{,}6 \cdot 10^{-10}$
Сигма-нуль	Σ^0	2333,4	0	1/2	$<10^{-14}$
Анти-сигма-нуль	$\tilde{\Sigma}^0$	2333,4	0	1/2	$<10^{-14}$
Кси-минус	Ξ^-	2584,7	—1	1/2	$1{,}7\ 10^{-10}$
Анти-кси-минус	$\tilde{\Xi}^-$	2584,7	+1	1/2	$1{,}7 \cdot 10^{-10}$
Кси-нуль	Ξ^0	2572	0	1/2	$3{,}5 \cdot 10^{-10}$
Анти-кси-нуль	$\tilde{\Xi}^0$	2572	0	1/2	$3{,}5 \cdot 10^{-10}$
Омега-минус	Ω^-	3278	—1	1/2	$\sim 0{,}7 \cdot 10^{-10}$
Анти-омега-минус	$\tilde{\Omega}^-$	3278	+1	3/2	$\sim 0{,}7 \cdot 10^{-10}$

Экстремальное состояние

Условия	Давление, ГПа	Плотность, г/см³	Температура Т, эВ (1 эВ=10⁴ град)
Лабораторные			
статический метод	До $(1—2) \cdot 10^2$	—	До 0,1
динамический метод (ударные волны взрыва)	$(1—3) \cdot 10^3$	—	1—10
В центре:			
Земли	$4 \cdot 10^2$	$(1—2) \cdot 10^1$	0,5
Солнца	10^7	10^2	10^3
остывающих звезд (белых карликов)	10^{12}	10^6	10^3
В коре пульсаров (нейтронных звезд)	10^{20}	10^{11}	10^4
В мантии пульсаров	10^{24}	10^{14}	10^4
В атомном ядре	—	$3 \cdot 10^{14}$	—

Характеристика основных типов ускорителей

Тип ускорителя	Ускоряемые частицы	Орбита	Магнитное поле во времени	Частота электрического поля	Ускорение	Средний ток	Максимальная энергия	Ограничение
Высоковольтный	Любые	Прямолинейная	—	—	Непрерывное	$\sim 10^{-3}$А	10 МэВ	Разряды
Электронный линейный	Электроны	Прямолинейная	—	Постоянная	Импульсное	$\sim 10^{-6}$А	10—20 ГэВ	Стоимость
Протонный линейный	Тяжелые	Прямолинейная	—	Постоянная	Импульсное	$\sim 10^{-6}$А	<1 ГэВ	Стоимость
Циклотрон	Тяжелые	Спиральная	Постоянное	Постоянная	Непрерывное	$\sim 10^{-3}$А	~ 25 МэВ	Изменение массы
Бетатрон	Электроны	Круговая	Нарастающее	—	Импульсное	$\sim 10^{-6}$А	300 МэВ	Потери на излучение и стоимость
Фазотрон	Тяжелые	Спиральная	Постоянное	Модулированная	Импульсное	$\sim 10^{-6}$А	~ 1 ГэВ	Стоимость
Синхротрон	Электроны	Круговая	Нарастающее	Постоянная	Импульсное	$\sim 10^{-6}$А	10 ГэВ	Потери на излучение и стоимость
Синхрофазотрон	Протоны	Круговая	Нарастающее	Нарастающая	Импульсное	$\sim 10^{-9}$А	~ 10 ГэВ	Стоимость
Ускорители с сильной фокусировкой	Протоны	Круговая	Нарастающее	Нарастающая, затем постоянная	Импульсное	$\sim 10^{-9}$А	~ 100 ГэВ	Стоимость

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. *Базакуца В. А.* Международная система единиц. Изд-во ХГУ, Харьков, 1973.
2. *Боровой А. А.* и др. Механика, теория и задачи. М., «Наука», 1967.
3. *Гурский И. П.* Элементарная физика. М., «Наука», 1973.
4. *Кошкин Н. И., Ширкевич М. Г.* Справочник по элементарной физике. М., «Наука», 1964.
5. *Ландау Л. Д., Китайгородский А. И.* Физика для всех. М., «Наука», 1965.
6. *Липсон Г.* Великие эксперименты в физике. М., «Мир», 1972.
7. *Милковская Л. Б.* Повторим физику. М., «Высшая школа», 1972.
8. *Орир Дж.* Популярная физика. М., «Мир», 1966.
9. *Пайерлс Р. Е.* Законы природы. М., ГИТТЛ, 1957.
10. *Роджерс Э.* Физика для любознательных. М., «Мир», 1969, 1—3.
11. *Спроул Р.* Современная физика. М., Физматгиз, 1961.
12. Физика. Перевод с англ. под ред. А. С. Ахматова. М., «Наука», 1965.
13. Физика наших дней. М., «Знание», 1972.
14. Физический энциклопедический словарь. Под ред. Б. А. Введенского. М., «Сов. энциклопедия», 1960—1966, 1—5.
15. *Хендель А.* Основные законы физики. М., Физматгиз, 1963.
16. *Эберт Г.* Краткий справочник по физике. М., Физматгиз, 1963.
17. Элементарный учебник физики. Под ред. Г. С. Ландсберга. М., «Наука», 1971—1973, 1—3.
18. *Эллиот Л., Уилкокс У.* Физика. М., «Наука» 1967.
19. *Яворский Б. М., Детлаф А. А.* Справочник по физике. М., «Наука», 1971.
20. *Яворский Б. М., Пинский А. А.* Основы физики. М., «Наука», 1972, 1, 2.

Дополнительная

1. *Луи де Бройль.* Революция в физике. М., Госатомиздат, 1963.
2. *Булавко И. Г.* Точные и приближенные вычисления. Минск, 1963.
3. *Вейс Р.* Физика твердого тела. М., Атомиздат, 1968.
4. *Гасс С.* Путешествие в страну линейного программирования. М., «Мир», 1973.
5. *Иванов Б. Н.* Новая физика. М., Изд-во АН СССР, 1963.
6. *Зильберман Г. Э.* Электричество и магнетизм. М., «Наука», 1970.
7. *Кабардин О. Ф.* Азбука ядерной физики. М., «Просвещение», 1967.
8. *Каганов М. И.* Квази-частица — что это такое? М., «Знание», 1971.
9. *Картавов С. А., Коваленко В. С.* Применение оптических квантовых генераторов для технологических целей. К., «Техніка», 1967.
10. *Киттель Ч., Найт У., Рудерман М.* Механика. М., «Наука», 1971, 1.
11. *Климов А. Н.* Ядерная физика и ядерные реакторы. М., Атомиздат, 1971.
12. *Кок У. Е.* Лазеры и голография. М., «Мир», 1971.
13. Новое в жизни, науке, технике. Сер. Физика. М., «Знание», 1972—1973.
14. *Пекелис В.* Маленькая энциклопедия о большой кибернетике. М., «Детская литература», 1970.
15. *Петросьянц А. М., Логунов А. А.* Физика высоких энергий и ускорители заряженных частиц. М., «Наука», 1973.
16. *Поль Р. В.* Механика, акустика и учение о теплоте. М., «Наука», 1971.
17. Физика о физике. Сер. Физика. М., 1973, 1—4.
18. *Толанский. С.* Революция в оптике. М., «Мир», 1971.
19. Физическое металловедение. Под ред. Р. Кана. М., «Мир», 1967, 1—3.
20. *Фонкич М. Е.* Нові розділи шкільного курсу фізики. К., «Радянська школа», 1971.
21. *Чалмерс Б.* Физическое металловедение. М., 1963.
22. *Шилетко А. В., Шилетко Г. И.* Кибернетика без математики. М., «Энергия», 1973.

Задачники

1. *Баканина Л. П. и др.* Сборник задач по физике. М., «Наука», 1971.
2. *Буховцев Б. Б. и др.* Сборник задач по элементарной физике. М., «Наука», 1968.
3. *Вачугова Л. И. и др.* Задачи по физике для поступающих в вузы. Казань, Татарское книжное изд-во, 1971.
4. *Волькенштейн В. С.* Сборник задач по общему курсу физики. М., «Наука», 1965.
5. *Гладкова Р. А. и др.* Сборник задач и вопросов по физике. М., «Наука», 1971.
6. *Гончаренко С. У. та ін.* Збірник задач республіканських фізичних олімпіад. К., «Вища школа», 1971.
7. *Гончаренко С. У., Корженєвич Є. Л.* Задачі для фізичних олімпіад. К. «Радянська школа», 1967.
8. *Гохват Б. О.* Збірник запитань з фізики. К., «Радянська школа», 1967.
9. *Демкович В. П.* Збірник запитань і задач з фізики. К., «Радянська школа», 1969.
10. *Зильберман А. Р., Сурков Е. Л.* Задачи для физиков. М., «Знание», 1971.
11. *Золотов В. А.* Сборник вопросов и задач по физике. М., Учпедгиз, 1955.
12. *Зубов В. Г., Шальнов В. П.* Задачи по физике. М., «Наука», 1972.
13. *Івах І. В., Килимник М. А.* Збірник запитань і задач з фізики. К., «Радянська школа», 1962.
14. *Ірліна М. Є., Савченко Н. О.* Збірник задач з фізики для технікумів. К., «Вища школа», 1973.
15. *Каменецкий С. Е., Орехов В. П.* Методика решения задач по физике. М., «Просвещение», 1971.
16. *Коган Б. Ю.* Задачи по физике. М., «Просвещение», 1971.
17. *Козел С. М., Колачевский Н. Н.* Сборник задач по физике. М., «Наука», 1965.
18. *Кривошея А. С.* Объясни, узнай, сделай сам. К., «Радянська школа», 1965.
19. *Лукашик В. И.* Сборник вопросов и задач по физике. М., Учпедгиз, 1962.
20. *Лисицький О. Г.* Збірник задач і запитань з фізики. К., «Радянська школа», 1959.
21. *Малов Н. Н.* Задачи по физике с применением закона сохранения энергии. М., Изд-во АПН РСФСР, 1967.
22. *Меняйлов М. Є.* Збірник задач з фізики. К., «Радянська школа», 1964.
23. *Мясников С. П., Осанова Т. Н.* Пособие по физике для поступающих в вузы. М., «Высшая школа», 1971.
24. *Очагов Ф. М.* Решение задач по механике. М., «Просвещение», 1965.
25. *Рымкевич П. А.* Сборник задач по физике. М., Учпедгиз, 1964.
26. *Сперанський М. М.* Як розв'язувати задачі з фізики. К., «Радянська школа», 1972.
27. *Сахаров Д. И.* Сборник задач по физике. М., Учпедгиз, 1963.
28. *Тульчинский М. Е.* Сборник качественных задач по физике. М., 1965.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 3

ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

Глава 4

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Глава 5

ТЕПЛОТА

Глава 6

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Глава 7

ОПТИКА

Глава 10

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Глава 11

Современная техника физического эксперимента